

04

© 1990 г.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГУЛЯРНЫЕ СТРУКТУРЫ В ЗАРЯЖЕННОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЕ В СКРЕЩЕННЫХ $E \perp H$ ПОЛЯХ

*Н. А. Кервалливили*

Исследовались электронные вихри в заряженной электронной плазме анодного слоя в скрещенных  $E \perp H$  полях в магнетроне и ячейке Пеннинга. Измерены радиусы электронных вихрей, распределение плотности электронов в вихрях и их дрейфовые траектории. Показано, что электронные вихри представляют собой локальные нелинейные структуры с плотностью электронов на порядок выше средней плотности электронов анодного слоя. Решена задача о неоднородном распределении плотности электронов в столкновительной электронной заряженной плазме. Получено решение, описывающее эволюцию электронного вихря за столкновительные времена и дающее плотность электронов в вихре, совпадающую с экспериментально измеренной.

1. Стационарное состояние заряженной электронной плазмы анодного слоя в скрещенных  $E \perp H$  полях исследовано довольно подробно [1-6]. Тем не менее некоторые явления в такой плазме пока еще недостаточно изучены. К их числу относятся электроны anomalно большой энергии, идущие на катод вдоль магнитного поля, и так называемые вращательные колебания, обусловленные дрейфовым движением неоднородностей заряженной плазмы.

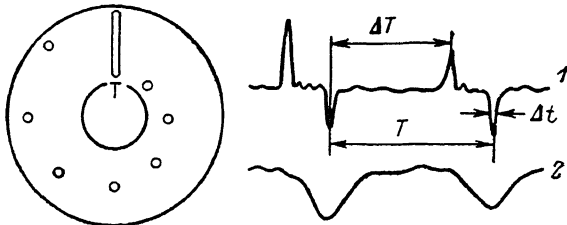


Рис. 1. Схема измерений.

В [7] на экспериментах в магнетронной геометрии было показано, что дрейфующие неоднородности представляют собой вытянутые вдоль магнитного поля вихревые плазменные структуры с избыточной плотностью электронов и что именно эти структуры несут ответственность за генерацию электронов anomalно большой энергии. Электроны выбрасываются на катод вдоль магнитного поля в результате локального кратковременного уменьшения задерживающего потенциального барьера либо при периодических сближениях электронных вихревых структур, либо при периодических удалениях от анода единственной электронной вихревой структуры. Выбрасывается та часть электронов, которая к моменту выброса успела приобрести в результате столкновений с нейтральными атомами достаточную для преодоления уменьшенного потенциального барьера продольную скорость.

Выброс электронов происходит как из самого вихря, так и из окружающего его электронного фона. Следовательно, пространственное распределение выброса электронов должно отражать пространственное распределение плотности электронов в плазме. Это предположение легло в основу метода, который

был использован нами для изучения электронных вихревых структур. Результаты этих исследований и посвящена настоящей работа.

2. Эксперименты проводились в магнетронной геометрии разрядного прибора и ячейке Пеннинга с холодными, охлаждаемыми водой электродами. Радиус анода равнялся  $r_a = 3.2$  см, длина анода  $l = 7$  см, радиус выдвижного катода  $r_c = 1$  см. Катод и торцевые электроды были заземлены. В поверхности катода помещался пристеночный электростатический зонд (рис. 1) длиной 3 см и шириной 0.2 см для измерения колебаний электрического поля на поверхности катода. Один из торцевых электродов был весь насверлен в виде сетки, а за ним находился экранированный от электростатических наводок диск для измерения тока электронов аномально большой энергии. Второй торцевой электрод имел радиальную щель шириной 0.1 см и семь отверстий диаметром 0.2 см, расположенных по спирали, как показано на рис. 1. Поскольку ширина щели была заведомо меньше геометрических размеров выброса электронов, а продолжительность выброса была гораздо больше времени прохождения вихря мимо щели, импульс тока электронов через щель служил для определения радиуса электронного вихря

$$rv = \pi a \frac{\Delta t}{T}, \quad (1)$$

$T$  — период обращения вихря вокруг оси разрядного прибора,  $\Delta t$  — полуширина импульса тока через щель,  $a$  — дрейфовый радиус вихря.

Импульс тока электронов через отверстия служил для измерения дрейфового радиуса вихря

$$a = r_c + \delta \frac{\Delta T}{T}, \quad (2)$$

$\delta$  — шаг спирали,  $\Delta T$  — сдвиг сигнала от отверстий по отношению к сигналу от щели.

Этот сдвиг позволял определить отверстие, через которое электроны попадали на электрод, а каждое отверстие было расположено на известном радиусе.

Таким образом, сигнал с диска давал временную картину выброса электронов, а сигналы от щели и отверстий позволяли измерять пространственную локализацию выброса электронов. На рис. 1 приведены типичные осциллограммы токов через щель и отверстия (кривая 1) и сигнала с электростатического зонда катода (кривая 2). Сигналы от щели и отверстий подавались для удобства на один и тот же луч осциллографа через дифференциальный вход. На осциллограмме 1 импульсы отрицательной полярности соответствуют сигналу от щели, а импульсы положительной полярности (перевернутые) — сигналу от отверстий.

Амплитуда колебаний электрического поля на катоде для достаточно тонкой и длинной заряженной нити, каковой и является наблюдаемый нами вихрь, однозначно связана с ее дрейфовым радиусом  $a$  и плотностью ее линейного заряда  $q$ . Можно показать, что для достаточно длинного анода амплитуда колебаний электрического поля на катоде

$$\Delta E_c = \frac{4q}{r_c} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - \left(\frac{a}{r_a}\right)^{2m}}{1 - \left(\frac{r_c}{r_a}\right)^{2m}} \left(\frac{r_c}{a}\right)^m (1 - \cos m\pi). \quad (3)$$

Измеряя  $a$  и  $\Delta E_c$ , мы можем определить  $q$ , а следовательно, и среднюю плотность электронов в вихре

$$n_v = \frac{q}{\pi r_c^2}. \quad (4)$$

Измерения в ячейке Пеннинга проводились аналогичным образом, за исключением колебаний электрического поля, которые измерялись на поверхности анода. Поскольку анод находился под высоким напряжением, то использовалась техника измерений, описанная в [8]. Рабочим газом служил Ar.

На рис. 2 приведены осциллограммы токов через щель и отверстия (кривая 1) и токов на диск (кривая 2) в магнетроне для двух различных давлений рабочего газа:  $p > 10^{-5}$  Тор, когда имеют место короткие выбросы электронов, связанные со сближением вихрей (А), и  $p < 10^{-5}$  Тор, когда имеют место длинные выбросы электронов, обусловленные постепенным удалением от анода единственного электронного вихря (Б). На осциллограмме 1 (рис. 2, Б) хорошо видно последовательное изменение сдвига положительного импульса, свидетельствующее об уменьшении дрейфового радиуса вихря с каждым оборотом вихря вокруг оси разрядного прибора.

Типичные характеристики вихрей в магнетроне и ячейке Пеннинга приведены в таблице. Как видно из таблицы, измеренные радиусы вихрей лежат

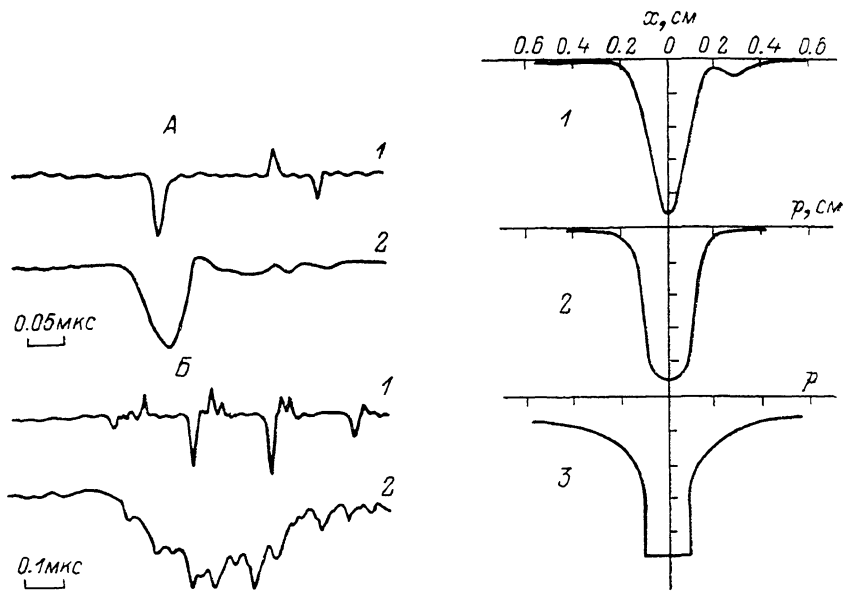


Рис. 2. Электроны anomalно большой энергии.

$H$ , кЭ: А, Б — 1.5;  $\varphi_0$ , кВ: А — 1.5, Б — 2.5;  $p$ , Тор: А —  $1 \cdot 10^{-4}$ , Б —  $8 \cdot 10^{-6}$ .

Рис. 3. Электронный вихрь.

1 — ток электронов через щель ( $x = a\omega_0 t$ ), 2 — плотность электронов в вихре ( $H = 1.5$  кЭ,  $\varphi_0 = 1.5$  кВ,  $p = 1 \cdot 10^{-4}$  Тор), 3 — расчетная плотность электронов в вихре (19) ( $\sigma = 0.1$ ,  $\tau = 0$ ;  $C_1 = 25$ ,  $C_2 = -25$ ,  $\lambda = 1$ ).

в пределах  $0.2 < r_v < 0.3$  см, а плотности электронов в вихрях  $0.5 \cdot 10^{10} < n_v < 2 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>, что на порядок больше средней плотности электронов анодного слоя ( $0.5 \cdot 10^9 < \bar{n}_e < 1 \cdot 10^9$  см<sup>-3</sup> [8]).

Что касается структуры вихря, то ее можно определить, если допустить, что вихрь обладает цилиндрической симметрией и количество выбрасываемых электронов пропорционально плотности электронов в вихре. Тогда, принимая во внимание, что  $r_v \ll a$ , можно написать следующую зависимость между наблюдаемым током электронов через щель  $I_e(t)$  и распределением плотности электронов в вихре  $n_e(r)$ :

$$I_e(t) = K \int_{a\omega_0 t}^{r_v} \frac{n_e(r) r dr}{\sqrt{r^2 - (a\omega_0 t)^2}}, \quad (5)$$

где  $\omega_0$  — угловая скорость дрейфа вихря в скрещенных  $E \perp H$  полях вокруг оси разрядного прибора;  $a$  — дрейфовый радиус вихря;  $t$  — время;  $r$  — радиус в локальной системе координат, связанной с осью вихря; а  $K$  — коэффициент пропорциональности.

Это выражение представляет собой интегральное уравнение Абеля и позволяет однозначно определить  $n_e(r)$  по  $I_e(t)$ . В качестве примера на рис. 3 приведены экспериментальная зависимость  $I_e(t)$  и восстановленное распределение плотности электронов в вихре  $n_e(r)$ . Для определения  $n_e(r)$  мы ис-

пользовали численный метод Пирса [9]. Как видим, вихрь представляет собой достаточно компактное, локальное и сильно нелинейное образование. Обладая избыточным зарядом, а следовательно, и собственным электрическим полем, вихрь вращается в магнитном поле вокруг собственной оси. Оценки показывают, что угловая скорость вращения вихря вокруг собственной оси много больше угловой скорости вращения вихря вокруг оси разрядного прибора.

3. Электронный вихрь является устойчивой нелинейной структурой со временем жизни, много большим времени электрон-нейтральных столкновений. Однако это не застывшее образование. В вихре идет непрерывный процесс ионизации и накопления электронов. Периодически, через времена порядка нескольких столкновительных времен, вихрь сбрасывает часть электро-

Геометрия	$H$ , кЭ	$\varphi_0$ , кВ	$p$ , Тор	$a$ , см	$r_0$ , см	$n_0$ , см $^{-3}$
Магнетрон	1.5	1.5	$1 \cdot 10^{-4}$	2.0	0.27	$0.6 \cdot 10^{10}$
				2.4	0.20	$2 \cdot 10^{10}$
				1.5	0.20	$0.8 \cdot 10^{10}$
Ячейка Пеннинга	1.5	1.8	$5 \cdot 10^{-5}$	1.7	0.23	$0.8 \cdot 10^{10}$
				2.0	0.20	$1.5 \cdot 10^{10}$
				2.2	0.25	$0.7 \cdot 10^{10}$

нов на катод вдоль магнитного поля. Таким образом, столкновения играют весьма существенную роль в динамике электронного вихря и их необходимо принимать во внимание.

Рассмотрим холодную электронную замагниченную плазму, помещенную во внешние электрическое и магнитное поля. Положим, что магнитное поле однородно и направлено вдоль оси  $z$ , внешнее электрическое поле однородно и направлено перпендикулярно магнитному, плазма однородна вдоль оси  $z$  ( $\partial/\partial z = 0$ ), электроны движутся с релятивистскими скоростями, а собственные магнитные поля пренебрежимо малы. Ионы не замагничены и, образуясь в результате ионизации, они покидают область плазмы за времена, много меньшие столкновительных времен. Поэтому плотность ионов  $n_i \ll n_e$ . Для описания такой плазмы воспользуемся уравнениями непрерывности, движения и Пуассона

$$\frac{dn_e}{dt} + n_e \operatorname{div} \mathbf{v} = \nu_i n_e, \quad (6)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{vH}] \right) - \nu_0 \mathbf{v}, \quad (7)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_n, \quad E_0 = \frac{\varphi_0}{L},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_n = -4\pi e (n_e - n_i), \quad \mathbf{E}_n = -\nabla \varphi, \quad (8)$$

$$n_i = \alpha n_e, \quad \alpha \ll 1. \quad (9)$$

Здесь  $d/dt = (\partial/\partial t) + (\mathbf{v}\nabla)$ ,  $\nu_i$  — частота ионизации электронов,  $\nu_0$  — полная частота электрон-нейтральных столкновений;  $\mathbf{E}_0$  — внешнее электрическое поле;  $\varphi_0$  — приложенная разность потенциалов;  $L$  — характерный размер плазмы, остальные обозначения общеприняты;  $\alpha$  — некоторая функция, описывающая распределение плотности ионов. Поскольку  $\alpha \ll 1$  и при низких давлениях это неравенство очень сильное, то можно, не ограничивая общности рассмотрения, положить  $\alpha = 0$ .

Будем рассматривать низкочастотную эволюцию плазмы  $d/dt \sim \nu_0 \ll \Omega$ . Тогда, решая (7) в первом приближении, находим следующее выражение для скорости электронов:

$$\mathbf{v} = \frac{c}{H^2} [\mathbf{E}\mathbf{H}] - \frac{mc^2}{e} \frac{v_0}{H^2} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{v_0} \frac{d\mathbf{E}}{dt} \right). \quad (10)$$

Переходя в систему координат, движущуюся со скоростью

$$\mathbf{v}_0 = \frac{c}{H^2} [\mathbf{E}_0\mathbf{H}] - \frac{mc^2}{c} \frac{v_0}{H^2} \mathbf{E}_0, \quad (11)$$

и используя безразмерные переменные

$$\tau = v_0 t, \quad n = \frac{n_e}{n_0}, \quad \psi = \frac{\varphi}{\varphi_0}, \quad \rho = \frac{r}{r_0},$$

где

$$n_0 = \frac{H^2}{4\pi mc^2}, \quad r_0^2 = \frac{mc^2}{e} \frac{\varphi_0}{H^2}, \quad \varphi_0 = \frac{v_i}{v_0}, \quad \Omega = \frac{eH}{mc},$$

сведем систему уравнений (6)—(10) к следующему виду:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = \sigma n - n \left( 1 + \frac{d}{d\tau} \right) n - \left( \nabla n, \left( 1 + \frac{d}{d\tau} \right) \nabla \psi \right) - \frac{\Omega}{v_0} [\nabla \psi, \nabla n]_z, \quad (12)$$

$$\nabla^2 \psi = n. \quad (13)$$

Это уравнение имеет тривиальное частное решение

$$n = \tau. \quad (14)$$

Именно такая зависимость для плотности электронов и была использована при построении стационарной картины заряженной плазмы анодного слоя в скрещенных  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$  полях [2-6].

С другой стороны, поскольку  $\Omega/v_0 \gg 1$ , то последний член в уравнении (12) самый большой, следовательно, в правой части этого уравнения можно отбросить все члены, кроме последнего. В таком виде уравнение (12) используется при анализе на диокотронную неустойчивость в бесстолкновительной недиамагнитной электронной плазме [10-14].

Вообще говоря, аналитические решения уравнения (12) получены только в линейном приближении (не считая тривиального  $n = \text{const}$ ). Мы же имеем дело с сильно нелинейным образованием. Поэтому будем искать решение уравнения (12) для уже сформированного возмущения и исследовать эволюцию этого возмущения за столкновительные времена.

Для упрощения задачи положим, что возмущение обладает азимутальной симметрией (круглый вихрь), а размеры его малы по сравнению с размерами плазмы. Если мы воспользуемся локальной цилиндрической системой координат, ось  $z$  которой проходит через ось симметрии предполагаемого возмущения, то все производные  $\partial/\partial\theta$  в уравнениях (12) и (13) обратятся в нуль и мы придем к следующему нелинейному уравнению:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} - \sigma n + n \left( 1 + \frac{\partial}{\partial \sigma} \right) n + \frac{\partial n}{\partial \rho} \left( 1 + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \frac{1}{\rho} \int_0^\rho n \rho d\rho = 0. \quad (15)$$

Это уравнение было решено методом разделения переменных, и получено частное решение, отличное от (14),

$$n = A \frac{y+1}{y}, \quad (16)$$

где

$$A = |\sigma - A|^{1+\sigma} \lambda e^{\sigma\tau+C}. \quad (17)$$

$$y - \ln|1+y| = \frac{1}{2} \lambda^2 \rho^2 + C_0. \quad (18)$$

Здесь  $\lambda$  — постоянная разделения, определяющая масштаб  $\rho$ ;  $C$  — постоянная, задающая начальное значение  $A$ ;  $C_0$  — постоянная, задающая значение  $y$

при  $\rho=0$ . Уравнению (15) удовлетворяет единственное значение  $C_0$ , равное нулю. Это приводит к сингулярности в точке  $\rho=0$  ( $n(\rho \rightarrow 0) \rightarrow \infty$ ). Сингулярность связана с тем, что в (15) не учтен диамагнетизм вихревого образования. Анализ баланса радиальных сил для электрона, аналогичный тому, как это сделано в [11], показывает, что максимально возможное значение  $n=0.5$ .

Учет диамагнетизма представляет собой достаточно сложную задачу, и поэтому для анализа поведения вихревого образования мы ограничимся отдельными решениями для внутренней и внешней областей вихря, положив, что плотность электронов внутри вихревой нити однородна. Тогда решение уравнения (15) будет выглядеть следующим образом:

$$n = A_1, \rho < \rho_0, \quad n = A_2 \frac{y+1}{y}, \quad \rho > \rho_0, \quad (19)$$

где  $A$  и  $y$  определяются с помощью (17), (18),  $\rho_0$  — граница однородного вихревого движения (радиус вихря).

На этой границе  $\partial\psi/\partial\rho$  и  $\psi$  должны быть непрерывными. Из условия непрерывности  $\partial\psi/\partial\rho$  находим связь между радиусом вихря  $\rho_0$ , плотностью электронов в вихре  $A_1$  и плотностью электронов фона на бесконечности  $A_2$ .

$$\frac{\ln|1+y_0|}{y_0} = 1 - \frac{A_2}{A_1},$$

$$\rho_0 = \left[ \frac{2}{\lambda^2} (y_0 - \ln|1+y_0|) \right]^{1/2}. \quad (20)$$

При  $\sigma \ll 1$  выражение для  $A$  упрощается

$$A = \sigma \frac{\lambda e^{\sigma\tau+C}}{1 + \lambda e^{\sigma\tau+C}}, \quad (21)$$

тогда для малых размеров вихря ( $\lambda\rho_0 \ll 1$ ) легко вычислить скорость движения разрыва

$$\frac{\partial\rho_0}{\partial\tau} = 2 \frac{\partial\psi}{\partial\rho} \Big|_{\rho=\rho_0} \left( 1 - \lambda \frac{\rho_0}{2} \right). \quad (22)$$

Как следует из (22), скорость движения разрыва с точностью до малой поправки вдвое превышает скорость радиального дрейфа электронов. Это становится понятным, если учесть, что ионизация, т. е. размножение электронов, идет не только внутри вихря, но и вне его, поэтому вихрь, расширяясь, захватывает электроны из окружающего пространства. Радиус вихря и его линейный заряд непрерывно растут, пока плотность электронов в вихре не достигнет значения  $n=\sigma$ , а сам вихрь не заполнит собой все плазменное пространство. Однако в действительности этого не происходит. Вихрь периодически сбрасывает «излишки» электронов и, таким образом, сохраняет себя.

Максимальное значение плотности электронов в вихре

$$n_{em} = \sigma \frac{H^2}{4\pi mc^2}$$

для  $H=1.5$  кЭ и  $\sigma=0.1$  равно  $2 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Эта величина хорошо согласуется с приведенным выше экспериментальным значением плотности электронов в вихрях  $0.5 \cdot 10^{10} < n_e < 2 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Профиль вихря, описываемый решением (19), как это видно из рис. 3, также сильно отличается от экспериментально измеренного.

Как показали недавние измерения, проведенные автором в геометрии обращенного магнетрона, там тоже существуют вихри примерно с теми же параметрами, что и в магнетроне, и в ячейке Пеннинга. Кроме того, как следует из решения уравнения (15), вихри могут пметь место и в распадающейся ( $\sigma=0$ ) электронной плазме. В свете этого можно предположить, что наблюдавшееся в работе [15] распределение плотности электронов в ячейке Пеннинга в виде профиля с «крыльями» (рис. 20 в [15]) представляет собой результат усред-

ненного во времени дрейфового движения вихря с плотностью электронов, много большей, чем средняя плотность электронной плазмы.

Следовательно, можно ожидать, что нелинейные вихревые структуры, подобные описанным выше, представляют собой достаточно распространенное явление в заряженной электронной плазме.

В заключение автор выражает признательность А. А. Рухадзе за интерес к работе, Н. Л. Цинцадзе, Г. И. Сурамлишвили и Д. Д. Цхакая за плодотворные дискуссии.

#### Список литературы

- [1] *Knauper W.* // J. Appl. Phys. 1962. Vol. 33. N 6. P. 2093—2099.
- [2] *Кервалишвили Н. А., Жаринов А. В.* // ЖТФ. 1965. Т. 35. Вып. 12. С. 2194—2201.
- [3] *Schiurman W.* Investigation of Low Pressure Penning Discharge. Utrecht, 1966. 99 p.
- [4] *Жаринов А. В., Попова Ю. С.* // ЖТФ. 1967. Т. 37. Вып. 2. С. 294—299.
- [5] *Ерофеев В. С., Саночкин Ю. В., Филиппов С. С.* // ПМТФ. 1969. № 5. С. 3—10.
- [6] *Кервалишвили Н. А., Кортхонджия В. П.* // ЖТФ. 1975. Т. 45. Вып. 12. С. 2557—2567.
- [7] *Кервалишвили Н. А.* Препринт Ин-та физики АН ГССР. № ФП-9. Тбилиси, 1987. 22 с. Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 2. С. 174—181.
- [8] *Кервалишвили Н. А., Кортхонджия В. П.* // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 7. С. 872—878.
- [9] *Лурс* // Получение и исследование высокотемпературной плазмы. М.: ИЛ, 1962. С. 221—229.
- [10] *Levy R. H.* // Phys. Fluids. 1965. Vol. 8. N 7. P. 1288—1295.
- [11] *Дегайдсон Р.* Теория заряженной плазмы. М.: Мир, 1978. 216 с.
- [12] *Davidson R. C.* // Phys. Fluids. 1985. Vol. 28. N 6. P. 1937—1947.
- [13] *Davidson R. C., Tsang R.* // Phys. Rev. A. 1984. Vol. 30. N 1. P. 488—503.
- [14] *Игнатов А. М.* // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 2. С. 238—241.
- [15] *De Grassie J. C., Malmberg J. H.* // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 1. P. 63—81.

Институт физики АН ГССР  
Тбилиси

Поступило в Редакцию  
15 июля 1988 г.  
В окончательной редакции  
12 декабря 1988 г.