

01; 09; 10

© 1990 г.

**ТЕОРИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МАЗЕРОВ  
НА ЦИКЛОТРОННОМ АВТОРЕЗОНАНСЕ  
С ПЕРЕМЕННЫМ ПАРАМЕТРОМ  
ИНЕРЦИОННОЙ ГРУППИРОВКИ ЭЛЕКТРОНОВ**

*Н. С. Гинзбург, Ю. В. Новожилова*

Для релятивистских мазеров на циклотронном авторезонансе (МЦАР) показана возможность совмещения режимов высоких инкрементов и режимов высокого КПД путем профилирования параметра инерционной группировки электронов. Величина параметра инерционной группировки, регулирующаяся отстройкой фазовой скорости волны от скорости света, выбирается относительно большой в первой секции устройства и малой в выходной секции. В результате первая секция обеспечивает усиление волны с высоким инкрементом, а вторая — эффективный отбор энергии у винтового электронного пучка в режимах, близких к авторезонансу. Уменьшение длины пространства взаимодействия приводит к снижению чувствительности к разбросу секционированных МЦАР по сравнению с однородными прототипами.

### 1. Оценки оптимальных параметров МЦАР

Одним из наиболее перспективных устройств для генерации и усиления электромагнитных колебаний миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн являются мазеры на циклотронном авторезонансе (МЦАР) [1-11]. В этой разновидности МЦР винтовой электронный пучок взаимодействует с электромагнитными волнами, распространяющимися в направлении магнитного поля  $H_0 = H_0 z_0$  с фазовой скоростью  $v_\phi$ , близкой к скорости света. В соответствии с условием синхронизма

$$\omega - hv_{\parallel} \simeq \omega_H \quad (1)$$

частота излучения в МЦАР может существенно превосходить циклотронную частоту

$$\omega = \frac{\omega_H}{1 - v_{\parallel}/v_\phi}, \quad (2)$$

где  $\omega$ ,  $h$  — частота и продольное волновое число электромагнитной волны ( $v_\phi = \omega/h$ ),  $v_{\parallel}$  — поступательная скорость электронов,  $\omega_H = eH_0/mc\gamma$  — циклотронная частота,  $\gamma$  — релятивистский масс-фактор.

По сравнению с другими широко исследуемыми в настоящее время типами устройств, использующими дошперовское преобразование частоты, — релятивистскими убитронами (лазерами на свободных электронах) МЦАР обладает важным преимуществом [4] — возможностью получения высокого КПД в продольно-однородных системах. Такая возможность обусловлена тем, что в режимах, близких к авторезонансу ( $v_\phi \rightarrow c$ ), электроны остаются в синхронизме с волной даже при существенном изменении их энергии. Степень смещения фазы электрона относительно волны

$$v = (\omega - hv_{\parallel} - \omega_H) L/v, \quad (3)$$

( $L$  — длина пространства взаимодействия) при изменении его энергии  $\Delta\gamma$  характеризуется параметром инерционной группировки

$$\mu = \frac{\gamma_0}{\omega} \left( h \frac{dv_{\parallel}}{d\gamma} + \frac{d\omega_H}{d\gamma} \right) \Big|_{\gamma=\gamma_0} \quad (4)$$

(индекс нуль относится к невозмущенным значениям величин).

С учетом условия синхронизма (1) и известного соотношения [12, 13] 1

$$\mathcal{E} - v_{\phi} p_{\parallel} = \text{const}, \quad (5)$$

где  $\mathcal{E} = mc^2\gamma$  — энергия частиц,  $p_{\parallel} = m\gamma v_{\parallel}$  — продольный импульс, параметр группировки в МЦР может быть представлен в виде

$$\mu = 1 - \beta_{\phi}^{-2} \quad (6)$$

( $\beta_{\phi} = v_{\phi}/c$ ). Малость параметра  $\mu$  при  $v_{\phi} \rightarrow c$ , т. е. в режимах, близких к авторезонансу [12, 13], обусловлена, очевидно, взаимной компенсацией смещений фазы, вызванных изменением гирочастоты (азимутальная группировка) и поступательной скорости (продольная группировка).

Оценивая допустимое изменение энергии электрона  $\Delta\mathcal{E}$  из условия, чтобы обусловленное им динамическое смещение фазы

$$\Delta v_{\text{дин}} = \frac{2\pi n}{\beta_{\parallel}} \frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} \frac{L}{\lambda}$$

не превышало  $2\pi$ , для относительного изменения энергии частиц и соответствующего КПД  $\eta = \Delta\gamma/(\gamma_0(1-\gamma_0^{-1}))$  получаем следующую оценку:

$$\eta_{\text{дин}} = \frac{1}{\mu \Gamma N (1 - \gamma_0^{-1})}. \quad (7)$$

Здесь  $\lambda = 2\pi c/\omega$  — длина волны;  $\Gamma = \omega/\omega_H = (1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi})^{-1}$  — коэффициент преобразования частоты;  $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$ ;

$$N = \frac{\omega_H L}{2\pi v_{\parallel}} \simeq \frac{L/\lambda (1 - \beta_{\parallel}/\beta_{\phi})}{\beta_{\parallel}} \quad (8)$$

— число циклотронных осцилляций, совершаемых электроном в пространстве взаимодействия.

Для эффективной работы МЦР необходим определенный запас вращательного импульса электронов  $p_{\perp} = m\gamma v_{\perp}$ . Чтобы найти связь изменения энергии электрона с изменением поперечного импульса, продифференцируем соотношение

$$\mathcal{E} = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p_{\perp}^2 + c^2 p_{\parallel}^2}, \quad (9)$$

связывающее энергию и полный импульс электрона. С учетом интеграла (5) имеем

$$2(1 - \beta_{\parallel}/\beta_{\phi}) \mathcal{E} \Delta \mathcal{E} = c^2 \Delta(p_{\perp}^2). \quad (10)$$

Согласно (10), в области нормального эффекта Допплера ( $v_{\parallel} < v_{\phi}$ ) торможение электронов сопровождается уменьшением их поперечного импульса. Максимально возможное торможение достигается, когда поперечный импульс обращается в нуль, т. е.  $\Delta(p_{\perp}^2) = (mc\gamma_0\beta_{\perp 0})^2$ . Тогда из (10) получаем оценку максимальной энергии, которую можно в соответствии с законами сохранения энергии и импульса (соотношений (5), (10)) отобрать у электрона — так называемый одиночественный (single particle) КПД

$$\eta_{s.p.} = \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi})(1 - \gamma_0^{-1})}. \quad (11)$$

<sup>1</sup> Соотношение (5) можно рассматривать [1] как следствие законов сохранения энергии  $\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega$  и импульса  $\Delta p_{\parallel} = \hbar h$  в элементарном акте излучения, поскольку из отношения приращений постоянная Планка  $\hbar$  исключается  $\Delta\mathcal{E}/\Delta p_{\parallel} = \omega/h = v_{\phi}$ .

Для ультрарелятивистских электронов ( $\gamma_0 \gg 1$ ) в режиме большого преобразования частоты ( $\Gamma \approx \gamma_0^2$ )  $\eta_{s,p} \sim 1$  при  $\beta_{\perp 0} \sim \gamma_0^{-1}$ .  
В общем случае КПД МЦАР следует оценивать как

$$\eta \simeq \min(\eta_{s,p}, \eta_{\text{дин}}). \quad (12)$$

Заметим также, что в рассматриваемых далее схемах с конвективной неустойчивостью характерная длина системы

$$(L/\lambda)_{\text{зап}} \sim \frac{\beta_{\perp 0}}{2\pi \operatorname{Im} \Lambda} \quad (13)$$

обратно пропорциональна инкременту линейного усиления, который при  $v_\phi \neq c$  определяется соотношением [2, 7]

$$\operatorname{Im} \Lambda = \frac{\sqrt{3}}{2} C, \quad (14)$$

где

$$C = (\beta_{\perp 0} \beta_{\perp 0}^2 \mu \omega_p^2 / 4\omega^2)^{1/3} \quad (15)$$

— обобщенный параметр Пирса,  $\omega_p = \sqrt{(4\pi e p_0)/(m \gamma_0)}$  — плазменная частота,  $p_0$  — невозмущенная плотность пучка.

Полученные соотношения позволяют выделить два основных режима работы МЦАР в условиях большого преобразования частоты:

$$\Gamma \sim \gamma_0^2, \quad \beta_{\perp 0} \sim \gamma_0^{-1}. \quad (16)$$

**Режим высокого КПД.** Согласно (7), (11), в процессе взаимодействия с высокочастотной волной у первоначально стационарного винтового релятивистского электронного пучка может быть отобрана значительная доля вращательной энергии ( $\eta_{\text{дин}} \sim \eta_{s,p}$ ), если на длине системы электрон совершаает следующее число осцилляций:

$$N_{\text{opt}} \sim \frac{2}{\beta_{\perp}^2} \frac{(1 - \beta_{\perp 0}/\beta_\phi)^2}{\mu} \sim \frac{1 - \beta_{\perp 0}/\beta_\phi}{\mu} \quad (17)$$

(при записи последнего соотношения учтены условия (16), обеспечивающие  $\eta_{s,p} \sim 1$ ).

В соответствии с (17) высокий КПД при  $N_{\text{opt}} \gg 1$  достигается вблизи режима авторезонанса ( $\mu \ll \gamma_0^{-2}$ ). Соотношение (17) в совокупности с (13)–(15) позволяет определить оптимальную величину параметра Пирса, т. е. оптимальный ток пучка

$$C_{\text{opt}} \sim \frac{1 - \beta_{\perp 0}/\beta_\phi}{\pi \sqrt{3} N_{\text{opt}}} \sim \frac{\mu}{\pi \sqrt{3}}. \quad (18)$$

Как следует из (18), (15), высокий КПД может быть получен в МЦАР при значении параметра группировки, близком к нулю, когда плотность пучка может быть сколь угодно мала. Однако возникающее при этом вследствие уменьшения инкрементов увеличение длины системы ставит жесткие ограничения на допустимый разброс энергии  $\delta\gamma$ , а также продольной и поперечной скоростей  $\delta\beta_{\parallel, \perp}$  электронов

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma_0} \sim \frac{1}{N}, \quad \frac{\delta\beta_{\parallel}}{\beta_{\perp 0}} \sim \frac{1}{g^2} \frac{\delta\beta_{\perp}}{\beta_{\perp 0}} \sim \frac{1}{N\Gamma} \quad (19)$$

( $g = \beta_{\perp 0}/\beta_{\parallel 0}$  — питч-фактор).

**Режим высоких инкрементов.** Согласно (15), инкремент можно существенно увеличить, снизив тем самым чувствительность к разбросу параметров, если увеличить параметр группировки до значений  $^2$

$$\mu \sim \gamma_0^{-2}. \quad (20)$$

<sup>2</sup> Дальнейшее увеличение параметра группировки ( $\mu \gg \gamma_0^{-2}$ ) приводит к существенному падению коэффициента преобразования частоты.

Однако КПД в подобном режиме сравнительно мал ( $\eta_{\text{дин}} \ll \eta_{\text{s. p.}}$ ) и пропорционален ширине полосы циклотронного резонанса<sup>3</sup>

$$\eta \sim \tau_{\text{дин}} \sim 1/N. \quad (21)$$

В связи с этим представляется перспективным [14–16] исследование МЦАР с профилированным параметром инерционной группировки, когда в первой секции с достаточно большим параметром  $\mu$  обеспечивается быстрое нарастание волны, а во второй с малым параметром  $\mu$  — эффективный отбор энергии электронного пучка. Сокращение длины системы по сравнению с продольно-однородным МЦАР в режиме высокого КПД позволяет ожидать уменьшения чувствительности к разбросу параметров электронного пучка.

## 2. Основные уравнения

Исследование МЦАР с переменным параметром инерционной группировки проведем в рамках модели, в которой циркулярно-поляризованная электромагнитная волна, описываемая вектором-потенциалом

$$\mathbf{A} = \operatorname{Re} \left( A(x_0 - iy_0) e^{i \left( \omega t - \int_0^z h(z) dz \right)} \right), \quad (22)$$

взаимодействует с винтовым электронным пучком в среде с переменным показателем преломления  $n$ . Для поддержания условия синхронизма (1) изменение фазовой скорости волны  $\beta_\phi = n^{-1}$  должно сопровождаться изменением напряженности продольного магнитного поля  $H_0$ , что в свою очередь должно приводить к изменению продольного и поперечного импульсов электронов.

Предположим, что характерный масштаб  $L_\phi$  изменения фазовой скорости волны и напряженности магнитного поля велик по сравнению с длиной волны  $\lambda = 2\pi c/n\omega$  и шагом ларморовской спирали электрона  $L_H = 2\pi v_{||}/\omega_H$

$$L_\phi \gg \lambda, L_H, \quad (23)$$

но мал в масштабе обратного инкремента (плотность частиц достаточно мала)

$$L_\phi \ll \lambda / \operatorname{Im} \Lambda. \quad (24)$$

Условия (23) дают возможность пренебречь отражением электромагнитной волны от неоднородностей среды, а также обеспечивают справедливость адабатического инварианта<sup>[17]</sup>

$$p_\perp^2/H_0 = \operatorname{const}, \quad (25)$$

определенного изменим поперечного импульса электронов. В то же время условие (24) позволяет при рассмотрении взаимодействия электронов с волной считать, что фазовая скорость  $\beta_\phi$  и напряженность  $H_0$  меняются скачком в некотором сечении  $z=L_1$ . В этом сечении интенсивность волны, энергия электронов  $\gamma$  и их фазы  $\vartheta$  относительно волны непрерывны, а изменение поперечной и продольной скоростей вычисляется с помощью соотношений (1), (25)

$$\beta_{||2} = \frac{\beta_{||1}^{-1} \pm \sqrt{\beta_{||1}^{-2} - 4r_1(1 - (1 - \gamma^{-2})r_1/\beta_{||1}^2)/\beta_{||1}^2}}{2r_1/\beta_{||1}^2}, \quad (26)$$

$$\beta_{\perp 2} = \sqrt{1 - \gamma^{-2} - \beta_{||2}^2}, \quad (27)$$

где  $r_1 = 1 - \beta_{||1}/\beta_{\phi 1}$ ; индексом 1 обозначены величины слева от границы  $z=L_1$ , т. е. на выходе первой секции, индексом 2 — справа, т. е. на входе во вторую секцию.

<sup>3</sup> В релятивистских убитронах имеет место только продольная группировка и параметр  $\mu = \gamma_0^{-2}$ . Поэтому в режимах большого преобразования частоты КПД убитронов с постоянным периодом ондулятора сравнительно мал  $\eta \sim 1/N$ , где  $N$  — число периодов ондулятора [4].

Взаимодействие электронного пучка с электромагнитной волной в каждой секции описывается системой самосогласованных уравнений [2, 7] (индекс нуль обозначает величины на входе в данную секцию)

$$\begin{aligned} \frac{du}{dz} &= \frac{2r_0\beta_\phi^{1/2}}{\beta_{10}\beta_{10}} \frac{\sqrt{1-u}}{1-bu} \operatorname{Im} ae^{i\vartheta}, \\ \frac{d\vartheta}{dz} &= \frac{1}{\beta_{10}(1-bu)} \left( \delta - \frac{K}{r_0\beta_\phi} - \frac{\mu^2 \beta_{10}}{2r_0\sqrt{I}} u - \frac{r_0\beta_\phi^{1/2} \operatorname{Re} ae^{i\vartheta}}{\beta_{10}\sqrt{1-u}} \right), \\ \frac{dK}{dz} &= -\frac{\beta_{10}\beta_\phi^{1/2} r_0 \sqrt{1-u}}{\beta_{10}(1-bu)} \operatorname{Re} \left( \frac{da}{dz} e^{i\vartheta} \right), \\ \frac{da}{dz} &= \frac{i\beta_\phi^{1/2} \beta_{10}}{\beta_{10}} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{1-u}}{1-bu} e^{-i\vartheta} dv_0 \end{aligned} \quad (28)$$

с граничными условиями

$$K|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=0} = 0, \quad \vartheta|_{z=0} = \vartheta_0 \in [0, 2\pi), \quad a|_{z=0} = a_0.$$

Здесь  $u = (2r_0/\beta_{10}^2)(1 - \mathcal{E}/\mathcal{E}|_{z=0})$  — относительное изменение энергии электрона;  $a = eA(\beta_\phi/I)^{1/2}/mc^2\gamma|_{z=0}$  — безразмерная амплитуда волны; величина

$$K = \frac{(p_z - p_z|_{z=0}) - (\mathcal{E}|_{z=0} - \mathcal{E})/v_\phi}{\sqrt{I} mc^2\gamma|_{z=0}}$$

характеризует нарушение интеграла (5), обусловленное перестройкой под действием электронного пучка соотношения между электрической и магнитной компонентами волны [6];  $b = \beta_{10}^2/(2\beta_{10}\beta_\phi r_0)$ ;  $r_0 = 1 - \beta_{10}/\beta_\phi$ ;  $Z = (\omega/c) z/\sqrt{I}$  — безразмерная продольная координата;  $\delta = (\omega - h\nu_{10} - \omega_H)/\omega\sqrt{I}$  — расстройка циклотронного резонанса;  $I = (\omega_p^2\beta_{10})/(4\pi\omega^2)$ . В сечении  $z = L_1$ , переменные  $u$ ,  $\vartheta$ ,  $a$  непрерывны. Скачок величины  $K$  может быть найден с помощью формул (26), (27), описывающих скачок скоростей. КПД определяется соотношениями

$$\eta = \frac{\beta_{10}^2}{2r_0(1 - \gamma_0^{-1}|_{z=0})} \eta_\perp, \quad \eta_\perp = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\vartheta_0, \quad (29)$$

где  $\eta_\perp$  — так называемый поперечный КПД.

Заметим, что стоящий перед  $\eta_\perp$  множитель, равный предельному КПД  $\eta_s$ , р (см. (11)), вследствие выполнения соотношений (1), (25) инвариантен при изменении фазовой скорости волны.

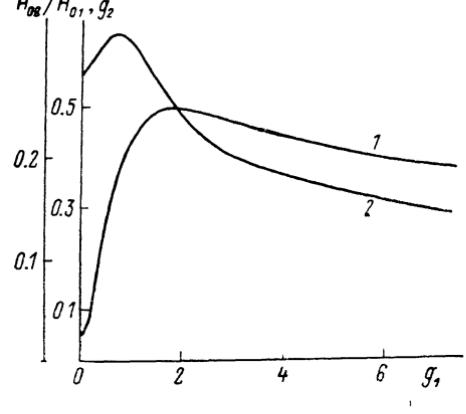
### 3. Основные результаты численного моделирования

В первой секции имеют место в основном модуляция электронов по фазам и экспоненциальный рост амплитуды волны, т. е. взаимодействие электронов с волной носит в основном линейный характер. Вследствие малости изменения энергии частиц в первой секции ( $|u| \ll 1$ ) при численном моделировании можно считать скорости электронов на выходе из этой секции равными их невозмущенным значениям, что позволяет решать уравнения (28) с постоянными для всех электронов коэффициентами, определяя значения продольной и поперечной скоростей в выходной секции по формулам (26), (27). В таких предположениях скачок величины  $K$  в переходной области для всех электронов одинаков и может быть учтен соответствующей коррекцией значения расстройки синхронизма  $\delta$ .

Как следует из выражений (26), (27), питч-фактор электронов и напряженность продольного магнитного поля  $H_0$  при переходе в выходную секцию либо уменьшаются, либо возрастают. В условиях, когда  $g$  и  $H_0$  возрастают, имеют место остановка и поворот электронов. Действительно, если, согласно (26),  $\beta_{12} < 0$ , то электроны отражаются от перепада магнитного поля и не попадают

в выходную секцию. Если же  $\beta_{\perp 2} > 0$ , то в выходной секции в процессе взаимодействия происходит остановка электронов, так как параметр  $b > 1$  и продольный импульс  $p_{\parallel} = m\gamma v_{\parallel 0}(1-bu)$  обращается в нуль раньше, чем поперечный импульс  $p_{\perp} = m\gamma v_{\perp 0}\sqrt{1-u}$ . В этом случае ( $\beta_{\perp 2} > 0$ ,  $b > 1$ ), как показывают результаты численного моделирования, значение полного КПД меньше [7], чем в рассматриваемых ниже режимах с  $b < 1$ . Такие режимы реализуются, если питч-фактор и напряженность поля  $H_0$  падают при переходе в выходную секцию (рис. 1).

На рис. 2 приведены результаты численного моделирования уравнений (28) при значениях релятивистского фактора  $\gamma = 3.13$ , параметра тока  $I = 10^{-5}$ . Кривая 1 соответствует процессу усиления в однородном МЦАР с большим параметром инерционной группировки  $\mu \sim \gamma_0^{-2}$  ( $\beta_{\phi} = 1.2$ ), когда инкремент достаточно велик, но максимальный уровень КПД сравнительно мал: в усло-



виях точного начального синхронизма ( $\delta = 0$ )  $\eta_{max} \approx 9\%$ . Оптимизация постройке позволяет увеличить КПД до 24% при  $\delta = 9.2$  (кривая 2). Однородному МЦАР с малым параметром инерционной группировки  $\mu \ll \gamma_0^{-2}$  ( $\beta_{\phi} = 1.01$ )

Рис. 1. Зависимость питч-фактора на входе во вторую секцию (1) и отношения напряженностей продольного магнитного поля во второй и в первой секциях (2) от питч-фактора на выходе первой секции ( $g_1$ ).

$$\beta_{\phi 1} = 1.2, \beta_{\phi 2} = 1.01, \gamma = 3.13, I = g_2, 2 - H_02/H_01.$$

соответствуют малый инкремент и высокий КПД  $\eta \approx 33\%$  (кривая 3). Зависимости КПД от продольной координаты в секционированном МЦАР соответствует кривая 4. Здесь до момента насыщения роста КПД ( $Z < 0.8$ ) величина параметра группировки достаточно велика  $\mu \sim \gamma_0^{-2}$  ( $\beta_{\phi 1} = 1.2$ ), а при  $Z > 0.8$  параметр группировки падает до значений  $\mu \ll \gamma_0^{-2}$  ( $\beta_{\phi} = 1.01$ ).<sup>4</sup> В результате на относительно малой длине достигается высокий КПД ( $\eta \approx 45\%$ ). На рис. 2 показана также зависимость КПД от продольной координаты в однородных МЦР для «промежуточных» вариантов:  $\beta_{\phi} = 1.1$  (кривая 5) и 1.05 (кривая 6). Все графики на рис. 2 были оптимизированы по питч-углу электронов, а кривые 2—6 — также по величине начальной расстройки циклотронного резонанса  $\delta$ . Кроме того, для секционированного МЦАР проводилась оптимизация сечения, в котором переключается фазовая скорость.

Рассмотрим теперь влияние начального разброса электронов по поперечным скоростям на эффективность энергообмена электронного пучка с волной. Максимально допустимый разброс начальных параметров оценим из условия, что обусловленное этим разбросом кинематическое смещение относительно друг друга фаз электронов с разными начальными параметрами не превышает  $\pi$  на длине взаимодействия  $\Delta\vartheta \approx h\Delta v_{\perp}L/v_{\parallel 0} \sim \pi$ . Тогда с учетом (13)–(15) получим следующую оценку допустимого относительного разброса поперечных скоростей:

$$\frac{\Delta\beta_{\perp}}{\beta_{\perp}} \sim \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{\beta_{\phi}}{\beta_{\parallel}} (I\pi\beta_{\perp}^2\mu)^{1/2} \frac{1}{g^2}. \quad (30)$$

Заметим, что в секционированном МЦАР, как следует из интеграла (25), именно относительный разброс поперечных скоростей остается неизменным при адиабатически плавном изменении продольного магнитного поля  $H_0$  (тогда как, например, относительный разброс продольных скоростей меняется при переходе из секции в секцию).

<sup>4</sup> Заметим, что КПД тем выше, чем ближе фазовая скорость во второй секции к скорости света. Максимум КПД  $\eta \approx 47\%$  достигается в режиме точного авторезонанса  $\beta_{\phi} = 1$ .

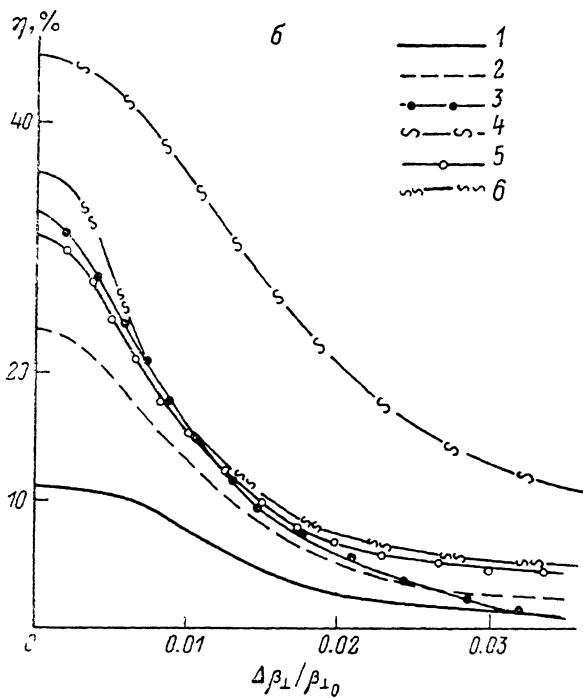
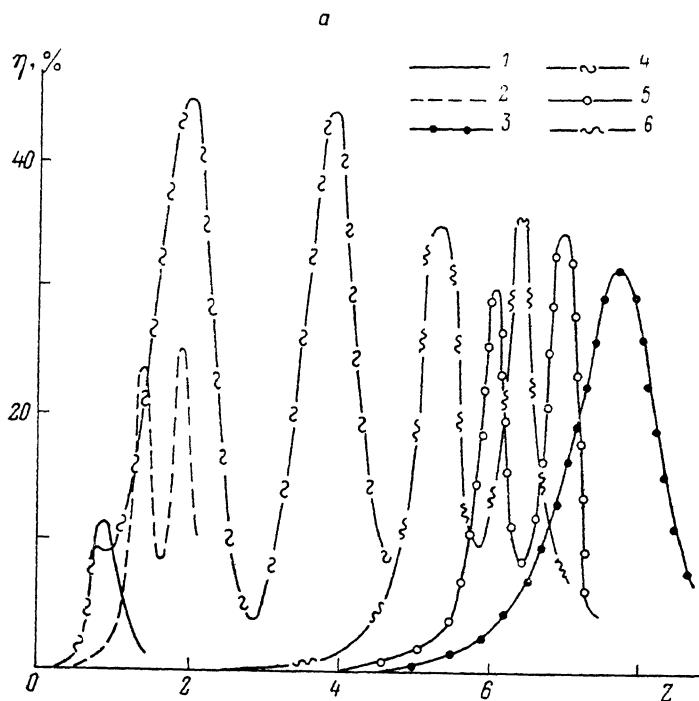


Рис. 2. Зависимости КПД от продольной координаты в отсутствие разброса начальных параметров электронного пучка (*а*) и оптимизированного по продольной координате КПД от начального относительного разброса поперечных скоростей (*б*) электронов при  $I=10^{-6}$ ,  $\gamma_0=3.13$ .

Ф $\beta_\phi$ : 1, 2 — 1.2; 3 — 1.01; 5 — 1.1; 6 — 1.05;  $g_0$ : 1, 2 — 1.2; 3 — 0.45; 5 — 0.7; 6 — 0.65;  $\delta$ : 1 — 0, 2 — 3.2, 3 — 1.7, 5 — 6.6, 6 — 4.8; 4 — секционированный МЦАР,  $\beta_{\phi 1}=1.2$ ,  $\beta_{\phi 2}=1.01$ ,  $\delta_1=0$ ,  $\delta_2=1.3$ ,  $g_{Z=0}=1.2$ , длина первой секции  $L^*=0.8$ .

Учитывая разброс введением гауссовой функции распределения электронов по начальным расстройкам

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} e^{-\frac{1}{2}((\delta-\bar{\delta})/D)^2} \quad (31)$$

( $\bar{\delta}$  — средняя расстройка,  $D$  — дисперсия), уравнение возбуждения представим в виде

$$\frac{da}{dz} = \frac{i\beta_{\phi}^{1/2}\beta_{\perp 0}}{\beta_{\perp 0}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{1-u}}{1-bu} e^{-i\delta} f(\delta) d\delta_0 d\delta. \quad (32)$$

КПД определяется как

$$\eta = \frac{\eta_{s.p.}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} u f(\delta) d\delta_0 d\delta. \quad (33)$$

При численных расчетах электронный пучок разбивался на фракции с различными значениями расстройки  $\delta$ . В расчетах число фракций варьировалось от 9 до 15. Крайним фракциям электронного пучка соответствовала расстройка  $\delta = \bar{\delta} \pm \sqrt{6}D$ , при которой функция распределения  $f$  спадает в  $e^3$  раз по сравнению с максимальным значением. Расстояние по  $\delta$  между всеми фракциями одинаково. Пересчет скоростей электронов в сечении  $z=L_1$  выполнялся для каждой фракции в отдельности по формулам (26), (27).

Зависимость максимального по продольной координате КПД от относительного разброса поперечных скоростей  $\Delta\beta_{\perp}/\beta_{\perp}$  для разных вариантов однородных и для секционированного МЦАР показана на рис. 3. Как видно, допустимый разброс  $\Delta\beta_{\perp}/\beta_{\perp}$  составляет несколько процентов, что согласуется с оценкой (30). Разброс электронов по начальным параметрам влияет на процесс энергообмена с волной тем сильнее, чем меньше инкремент. Наименее чувствительным к разбросу оказывается секционированный МЦАР, где инкремент во входной секции достаточно велик, а в выходную секцию поступают хорошо сгруппированный электронный пучок и волна сравнительно большой амплитуды.

Авторы признательны М. И. Петелину за полезные обсуждения.

### Список литературы

- [1] Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 6. С. 902—908.
- [2] Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. Вып. 1. С. 157—216.
- [3] Bratman V. L., Ginzburg N. S., Nusinovich G. S. et al. // Int. J. Electr. 1981. Vol. 51. N 4. P. 541—546.
- [4] Bratman V. L., Denisov G. G., Ginzburg N. S., Petelin M. I. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 282—288.
- [5] Братман В. Л., Денисов Г. Г., Офицеров М. М. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький. 1983. Вып. 3. С. 127—159.
- [6] Гинзбург Н. С., Зарницина И. Г., Нусинович Г. С. // РиЭ. 1979. Т. 24. № 6. С. 1146—1152.
- [7] Гинзбург Н. С., Зарницина И. Г., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 4. С. 481—487.
- [8] Гинзбург Н. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 6. С. 728—739.
- [9] Lin A. T. // Int. J. Electr. 1984. Vol. 57. N 3. P. 1097—1108.
- [10] Sprangle P., Tang C.-M., Serafum P. // NRL. Washington: DS, Memo. Rep. 1985. P. 5678.
- [11] Pendergast K. D., Danly B. G., Temkin R. J. // IEEE Trans. on Plasma. Sci. 1988. Vol. 16. N 2. P. 122—128.
- [12] Коломенский А. А., Лебедев А. Н. // ДАН СССР. 1962. Т. 145. № 6. С. 1259—1261.
- [13] Даевдовский В. Я. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. Вып. 3 (9). С. 886—890.
- [14] Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сергеев А. С. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 11. С. 685—690.
- [15] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С. // РиЭ. 1988. Т. 33. № 4. С. 796—800.
- [16] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // Тез. докл. VII Всесоюз. симп. по сильноточной электронике. Новосибирск, 1988. Т. 1. С. 214—218.
- [17] Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 694 с.