

ЭФФЕКТ ПЛАВЛЕНИЯ КАТОДА В ОБЛАСТИ ПЯТНА ВАКУУМНОЙ ДУГИ

В. А. Бучин, М. П. Зекцер

Приведен расчет параметров катодного пятна с учетом жидкометаллической ванны расплава. Показано, что учет движения жидкого металла позволяет согласовать имеющиеся данные о параметрах катодного пятна вакуумной дуги с фактом существования жидкометаллической ванны расплава. Учет ванны расплава приводит лишь к относительно небольшому количественному изменению параметров катодного пятна.

Введение

В настоящее время можно считать доказанным, что в зависимости от условий могут существовать различные по своей природе катодные пятна [1, 2]. Здесь под пятном будет пониматься групповое пятно на медном катоде, которое характеризуется достаточно большими, порядка нескольких сотен ампер, токами на пятно и малыми скоростями движения, такими, что пятно можно считать неподвижным.

Крайне важным параметром для анализа процессов в пятне является температура поверхности T_w в области пятна. Экспериментальное ее определение из-за практически непреодолимых трудностей на сегодня отсутствует. Можно, однако, утверждать, и это подтверждается различными расчетами [3-5], что для существования пятна необходима температура поверхности, значительно превосходящая температуру плавления $T_{пл}$ и составляющая примерно 3000—4000 К. Следствием этого является необходимость наличия под пятном ванны расплава. Если оценить равновесное давление P газа при температуре поверхности, то оно составит величину от нескольких единиц до нескольких сотен атмосфер. Здесь и возникает проблема, на которую впервые обратил внимание одного из авторов А. В. Жаринов. По его образному выражению пятно под действием большого давления пара должно «затонуть», что приведет к погасанию разряда. Иными словами, после выдавливания всего жидкого металла, температура поверхности в пятне станет равной температуре плавления, эмиссия электронов практически прекратится и разряд погаснет.

Действительно, если оценить скорость движения жидкого металла U из соотношения $P \sim \rho (U^2/2)$, то затем легко определить время, за которое вся жидкость выдавится из пятна радиуса R_0 $t \sim R_0/U$. Это время составляет $\leq 10^{-5}$ с, что намного меньше зарегистрированного времени жизни пятна. Отсюда возникает необходимость согласовать модель, описывающую катодное пятно, с процессами в жидкометаллической ванне расплава.

Исследованию динамики ванны расплава применительно к условиям катодного пятна посвящены работы [6, 7]. Работа [6] фактически выполнена в невязкой постановке, а необходимый для решения тепловой поток на границе раздела жидкость—твердое тело определялся из решения уравнения теплопроводности для однородного полубесконечного тела. В [7] из условия равенства скоростей верхней и нижней границ жидкого слоя находится стационарная толщина этого слоя. При этом скорость верхней границы определялась из уравнения неразрывности при заданной скорости жидкости в радиальном направлении, принятой

равной $\sqrt{2(P/\rho)}$, а тепловой поток вычислялся, как в [6]. Отметим также, что авторами [6, 7] не исследовалась совместимость полученных решений с какой-либо моделью катодного пятна.

Динамика жидкого металла в слое расплава

Рассмотрим вспомогательную модельную задачу, решение которой должно показать, возможно ли с помощью учета движения жидкости согласовать существование жидкого слоя в области катодного пятна с процессами испарения и проплавления.

Будем искать стационарное решение следующей задачи. Имеется слой жидкого металла плотностью ρ и кинематической вязкостью ν толщиной h . Область I над ним занята паром, область 3 под ним — твердым телом. Границы $Z=0$ и $Z=h$ есть границы фазовых переходов. Из области I на границу $z=h$ действует давление пара P_p и тепловой поток q .

Перейдем в систему координат, связанную с 0 и выпишем уравнения гидродинамики для несжимаемой жидкости

$$(\mathbf{U}\nabla)\mathbf{U} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{U}, \operatorname{div}\mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} Z=0, U_r=0, U_z=V, \\ Z=h, \sigma_z=0, U_z=V_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где σ_z — касательная составляющая тензора напряжений.

По своему физическому смыслу V есть скорость проплава, т. е. скорость движения границы $Z=0$ в неподвижной системе отсчета. Скорость V_1 определяется из условия непрерывности потока массы при

$$G = \rho V_1 \pi R_0^2. \quad (3)$$

Обезразмерим координаты по толщине слоя h , скорости по V , давление по ρV^2 , вихрь скорости W по V/h и будем искать осесимметричное решение (1) в виде [8]

$$U_r = rf(z), U_z = \varphi(z), P = \frac{cr^2}{2} + \Psi(z), w = rF(z). \quad (4)$$

Получим вначале приближенное решение, подставляя (4) в (1) и заменяя нелинейные члены интегралом от них по толщине слоя. Тогда

$$f = \frac{3}{4}(1-\nu_1)z(2-z), \varphi = 1 - (1-\nu_1)\left(\frac{z^3}{2} - \frac{3}{2}z^2\right), \quad (5)$$

$$c = -\frac{3}{2}(1-\nu_1)\left[\frac{1}{\operatorname{Re}} + \frac{3}{5} + \frac{1}{10}(1-\nu_1)\right], F(z) = \frac{3}{2}(1-\nu_1)(1-z), \quad (6)$$

$$\Psi = -\frac{1}{2}\left[1 + (1-\nu_1)\left(\frac{z^3}{2} - \frac{3}{2}z^2\right)\right]^2 + \frac{3}{\operatorname{Re}}(1-\nu_1)\left(\frac{z^2}{2} - z\right) + \text{const.} \quad (7)$$

Здесь Re — число Рейнольдса, определенное по скорости V и толщине слоя h .

Имея в виду приложение полученных в этой части результатов к катодному пятну, определим произвольную постоянную в (7) из следующих соображений. В используемой ниже модели пятна не учитывается зависимость параметров от радиальной координаты и все величины являются по существу некоторыми средними по площади пятна. С другой стороны, ясно, что температура поверхности $Z=h$ будет уменьшаться к периферии. Поскольку равновесное давление пара есть сильная функция температуры, то можно полагать $P_p(R_0) = P(R_0h) = 0$.

Приравнивая некоторое среднее давление пара, используемое в модели катодного пятна, среднему по площади пятна давлению P и переходя к размерным переменным, получим

$$P_p = -c \frac{\rho V^2}{4} \left(\frac{R_0}{h} \right)^2. \quad (8)$$

Соотношение (8) связывает толщину слоя жидкого металла с параметрами пятна (P_p , R_0) и скоростью V .

Для оценки степени точности полученного решения было проведено численное интегрирование уравнений (1). С учетом (4) они сводятся к нелинейному уравнению 4-го порядка для $\varphi(z)$

$$\varphi^{IV} = \text{Re} \varphi \varphi^{III}, \quad (9)$$

которое решалось методом прогонки. Результаты расчетов одного из вариантов, соответствующего $v_1=10^{-3}$ и $\text{Re}=10$, представлены на рис. 1—4 (кривые 1).

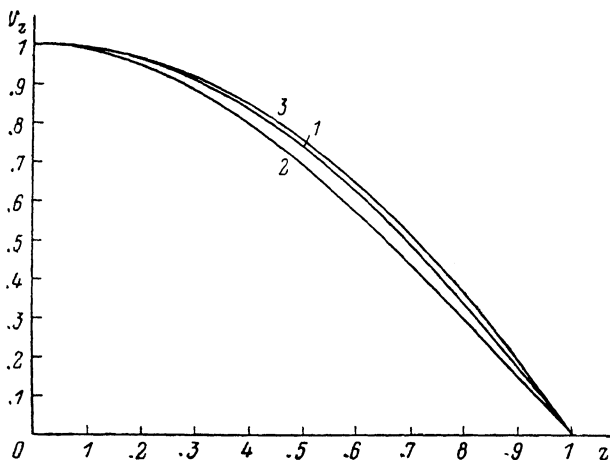


Рис. 1. Распределение осевой компоненты скорости жидкости поперек слоя.

$v_1=0.01$, $\text{Re}=10$.

Здесь же приведены распределения, соответствующие (5)—(7) (кривые 2). На графиках использованы следующие обозначения: $U_x = \varphi$, $U_r = f$, $P_x = \Psi$, $W_x = \bar{F}$, причем P_x и W_x нормированы на P_0 и W_0 соответственно. Величины P_0

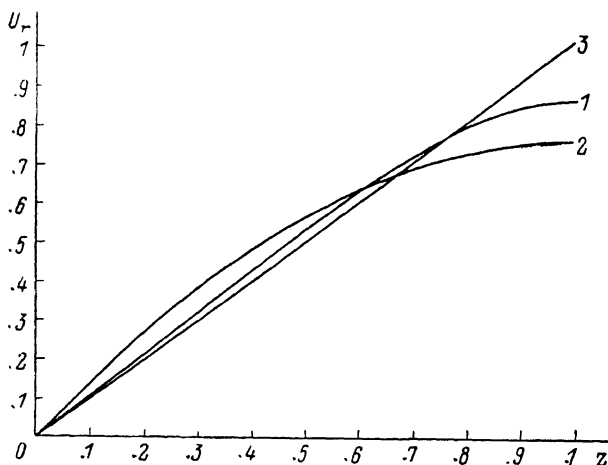


Рис. 2. Распределение радиальной компоненты скорости жидкости поперек слоя.

Величины v_1 и Re те же, что и на рис. 1.

и W_0 выбирались такими, чтобы максимальные по модулю значения P_x и W_x равнялись 1. Анализ полученных зависимостей показал следующее: во-первых, увеличение v_1 на два порядка (от 10^{-3} до 10^{-1}) слабо сказывается на результатах расчетов, во-вторых, при увеличении числа Re свыше 100 профили практически не меняются. Это связано с тем, что жидкость начинает вести себя

как идеальная вязкость, кроме очень узкого слоя вблизи $z=1$. Особенно наглядно это видно из профиля вихря скорости.

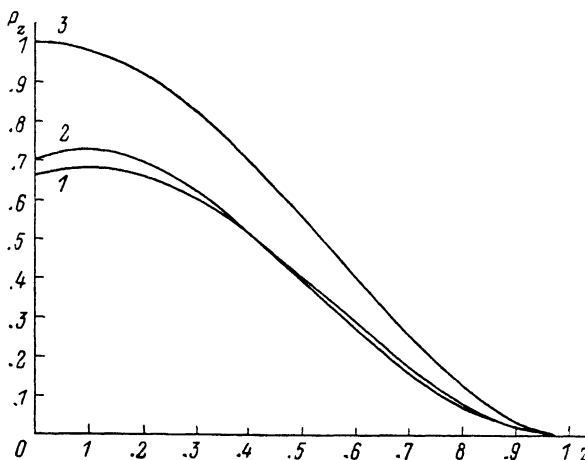


Рис. 3. Распределение давления жидкости поперек слоя.
 $V_1=0.01$, $Re=10$, $P_0=-.4999995$.

Очевидно, что полученное решение должно с увеличением числа стремиться к решению уравнений Эйлера, которое в рассматриваемой постановке имеет вид

$$f_{\partial} = (1 - v_1)z, \quad \varphi_{\partial} = 1 - (1 - v_1)z^2, \quad c_{\partial} = -1 + v_1, \\ \Psi_{\partial} = -\frac{1}{2} [1 - (1 - v_1)z^2]^2. \quad (10)$$

Отметим, что именно это решение с $v_1=0$ фактически получено и использовано в [6]. Распределения (10) представлены на рис. 1—4 кривыми 3.

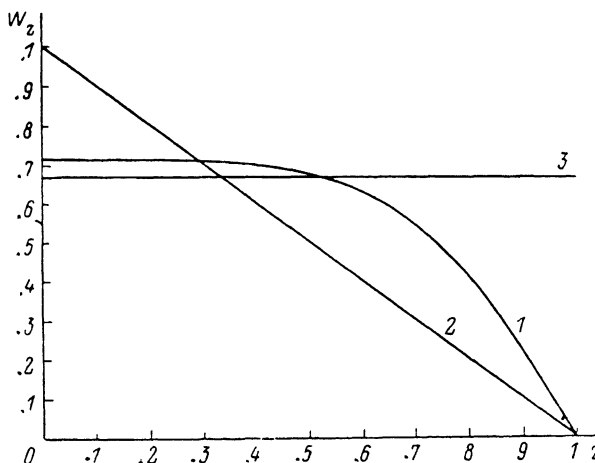


Рис. 4. Распределение вихря скорости жидкости поперек слоя.
 $V_1=0.001$, $Re=10$, $W_0=1.4985$.

В заключение этого раздела сравним значения коэффициента s в (8), рассчитанные по численному решению уравнения (9), (6) и (10) (см. таблицу). Видно, что соотношение (6) дает вполне приемлемую для дальнейших расчетов точность.

Тепловая задача для жидкого слоя

В соотношение (8) входит скорость V , которая, строго говоря, должна находиться из решения задачи Стефана для полубесконечного тела. Поскольку ее решение связано с огромными трудностями, то рассмотрим значительно более

Номер решения	$v_1 = 0.001$				$v_1 = 0.1$			
	Re							
	0.1	1	10	100	0.1	1	10	100
1	-15.8	-2.3	-1.07	-1	-14.2	-2.05	-0.957	-0.903
2	-16	-2.55	-1.2	-1.06	-14.4	-2.28	-1.07	-0.945
3	-0.999	-0.999	-0.999	-0.999	-0.9	-0.9	-0.9	-0.9

простую задачу только для жидкого слоя, совмещая здесь начало координат с его верхней границей.

Распределение температуры в слое жидкости с коэффициентом теплопроводности λ описывается уравнением теплопроводности в осесимметричной форме (оценка конвективных членов и вязкой диссипации будет проведена ниже по полученному решению)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = 0. \quad (11)$$

В качестве одного из граничных условий используем обычное для теории катодного пятна условие отсутствия теплового потока q вне области пятна

$$Z = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial Z} = \begin{cases} -\frac{q}{\lambda}, & R \leq R_0, \\ 0, & R > R_0. \end{cases} \quad (12)$$

Второе граничное условие при $Z=h$ запишем в следующем упрощенном виде:

$$Z = h, \quad T = \begin{cases} T_{\text{пк}}, & R \leq R_0, \\ 0, & R > R_0. \end{cases} \quad (13)$$

Обезразмерим координаты по R_0 и используем метод интегрального преобразования Бесселя. Тогда получим

$$T(r, z) = T_{\text{пк}} \int_0^\infty J_1(x) \frac{\text{ch}(xz)}{\text{ch}(xz_r)} J_0(xr) dx + \frac{qR_0}{\lambda} \int_0^\infty \frac{J_1(x)}{x} \frac{\text{sh}[x(z_r - z)]}{\text{ch}(xz_r)} J_0(xr) dx, \quad (14)$$

что для центра пятна ($r=0$) сведется к

$$T(0, z) = T_{\text{пк}} \cdot I_1 + \frac{qR_0}{\lambda} I_2, \quad (15)$$

где

$$I_1 = \int_0^\infty J_1(x) \frac{\text{ch}(xz)}{\text{ch}(xz_r)} dx, \quad I_2 = \int_0^\infty \frac{J_1(x)}{x} \frac{\text{sh}[x(z_r - z)]}{\text{ch}(xz_r)} dx, \\ z_r = \frac{h}{R_0},$$

J_1 — функции Бесселя 1-го рода нулевого и первого порядков соответственно.

Соотношение (14) описывает распределение температуры в слое. Для расчетов параметров катодного пятна с учетом ванны расплава необходимо знать величины $T_x = T(0, 0)$ и скорость V . Из (15) следует, что

$$T_w = T_{\text{пк}} I_3 + \frac{qR_0}{\lambda} I_4, \quad (16)$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} J_1(x) \frac{dx}{\operatorname{ch}(xz_r)}, \quad I_4 = \int_0^{\infty} \frac{J_1(x)}{x} \operatorname{th}(xr_r) dx.$$

Как уже упоминалось выше, V должна определяться по решению задачи Стефана из следующего соотношения на границе фазового перехода жидкость—твердое тело:

$$\rho \Delta V = -\lambda_{\text{ж}} \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_{\text{ж}} + \lambda_{\text{т}} \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_{\text{т}},$$

где Δ — удельная теплота плавления, $\lambda_{\text{ж}}$ и $\lambda_{\text{т}}$ — соответственно коэффициенты теплопроводности жидкой и твердой фаз.

В рамках поставленной задачи можно лишь оценить V по максимуму, а именно

$$V_{\max} = -\lambda \left. \frac{\partial T(0, z)}{\partial Z} \right|_{Z=h}. \quad (17)$$

Приведем здесь некоторые характерные значения величин I_3 и I_4 . Так, I_3 меняется от ~ 0.51 при $z_r=1$ до ~ 1 при $z_r \leq 0.1$, а I_4 — от ~ 0.68 при $z_r=1$ до $\sim z_r$ при $z_r \leq 0.1$.

Оценим теперь вклад опущенных в (11) членов, ответственных за конвекцию и вязкую диссипацию. Роль первых определяется безразмерным параметром $\operatorname{Re} \cdot \operatorname{Pr}$, а вторых — $E \cdot \operatorname{Pr}$, где Pr — число Прандтля, а E — число Эйлера. В рассматриваемых условиях $\operatorname{Re} \cdot \operatorname{Pr} \leq 0.1$, а $E \cdot \operatorname{Pr} \leq 10^{-5}$, что свидетельствует о малости опущенных членов.

Таким образом, мы получили необходимые для расчета параметров катодного пятна соотношения (15)—(17).

Расчет параметров катодного пятна

Перейдем теперь к завершающему этапу работы — определению параметров катодного пятна. Расчеты будем проводить, используя замкнутую [3] и газодинамическую [9] модели катодного пятна. Не останавливаясь здесь на предположениях, заложенных в эти модели, укажем на некоторые важные для дальнейшего их особенности.

Модель [3] описывается алгебраической системой уравнений, позволяющей определить все параметры катодного пятна при задании трех величин: полного тока J , катодного падения V_c и расхода пара G . Эта система содержит, кроме всего прочего, два уравнения, на которых здесь надо остановиться. Во-первых, это решение осесимметричного уравнения теплопроводности для однородного полубесконечного тела с граничным условием (12)

$$T_w = \frac{qR_0}{\lambda}. \quad (18)$$

Во-вторых, баланс энергии по области релаксации пучка эмиттированных электронов, позволяющий определить некоторую среднюю по этой области температуру электронов,

$$\begin{aligned} (1-S)(eV_c + kT_w) + \xi_0 2kT_w = 2S \sqrt{\frac{T_e m}{T_w m_e}} k(T_e - T_w) \times \\ \times \exp\left(-\frac{eV_c}{kT_e}\right) + 2kT_e (1 + \alpha_0 \xi_0) + e^2 \alpha_0 \varphi_i + \\ + eS \varphi_i + (1 - \alpha_0) \xi_0 2kT_w. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $\xi_0 = (eG)/(mJ)$, $\alpha_0 = n_e/(n_e + n_d)$, $S = j/j$, φ_i — потенциал ионизации.

Модель [9] учитывает газодинамику разлета пара материала катода в вакуум и описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Эта система также позволяет определить все параметры катодного пятна и, кроме того, распределения параметров вдоль струи при задании тех же трех ве-

личин (J , V_c , G), угла разлета пара и граничных условий на катоде. В качестве последних в [9] использовались все соотношения модели [3], включая (18), кроме (19), а недостающее условие для V восполнялось требованием перехода через звуковую точку.

Учет слоя жидкого металла в постановках [3, 9] сводится к замене (20) соотношениями (8), (15)–(17).

Расчеты проводились для тока $J=300$ А и катодного падения $V_c=15$ В, причем учитывались только те решения, у которых в пятне плотность тока $j \leq 10^7$ А/см², а $T_e \leq 3$ эВ.¹ Расход пара G варьировался кратно расходу [18], равному $G_0=1.6 \cdot 10^{-2}$ г/с. Отметим, что эта величина примерно в 2 раза меньше расхода, определяемого при данном токе по постоянной величине коэффициента электропереноса $\Psi=G/J=10^{-4}$ г/Кл [1].

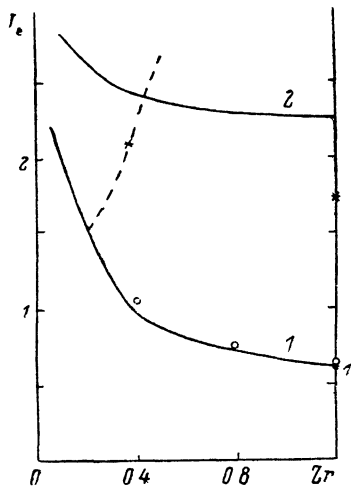


Рис. 5. Зависимость температуры электронов в пятне от толщины слоя жидкости.

Из приведенных расчетов следует, что в модели [9] отсутствует решение в указанном выше диапазоне параметров при $G=G_0$ и $G=2G_0$. Результаты расчетов для $G=4G_0$ представлены на рис. 5. Решения [3, 9] соответствуют $Z_r=1$. При этом модель [3] дает набор решений с $T_e > T_{e, \text{max}}$ (точка 1). Учет соотношения (19) выделяет решения, отмеченные звездочкой. Варьируя величину Z_r , получаем сплошную линию 1, ограничивающую область существования решений снизу. При $Z_r < 0.03$ решение отсутствует. Сплошная линия 2 ограничивает сверху область существования решений с $j \leq 10^7$ А/см². Наконец, штриховая линия соответствует условию $V=V_{\text{max}}$.

Видно, что учет жидкометаллической ванны расплава приводит к решению с большим значением T_e (T_e увеличилось на несколько десятых электрон-вольта) и, следовательно, j (увеличилась примерно с $2 \cdot 10^6$ до $4 \cdot 10^6$ А/см²). Остальные параметры катодного пятна также несколько изменились.

Таким образом, на основании проделанного анализа можно утверждать, что учет жидкометаллической ванны расплава в области катодного пятна приводит лишь к небольшому количественному изменению параметров пятна в рамках моделей [3, 9].

Список литературы

- [1] Раговский В. И. Физические основы коммутации электрического тока в вакууме. М.: Наука, 1970. 506 с.
- [2] Любимов Г. А., Раговский В. И. // УФН. 1978. Т. 125. № 4. С. 665–706.
- [3] Бейлис И. И. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 2. С. 400–410.
- [4] Немчинский В. А. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 7. С. 1373–1378.
- [5] Зекцер М. П., Любимов Г. А. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 1. С. 3–11.
- [6] Hantzsche E. // Beitr. Plasma Phys. 1977. Vol. 17. N 1. P. 65–74.
- [7] Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 1. С. 13–18.
- [8] Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М., 1956. 519 с.
- [9] Бейлис И. И., Зекцер М. П., Любимов Г. А. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 10. С. 1861–1870.
- [10] Плютто А. А., Рыжов В. Н., Капин А. Т. // ЖЭТФ. 1984. Т. 47. Вып. 8. С. 494–503.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Институт механики

Поступило в Редакцию
20 октября 1988 г.
В окончательной редакции
1 февраля 1989 г.

¹ Ограничение по T_e обусловлено спектральными данными по прикатодной плазме, а по j — экспериментальными данными (см., например, [2]).