

01; 09; 12

© 1990 г.

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА В ДЛИННОЙ ЛИНИИ С МАГНИТНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ

О. И. Василенко

Рассматривается нестационарный режим распространения фронта напряжения в длинной полосковой передающей линии с магнитной изоляцией в условиях отсутствия анодных потерь и постоянства скорости движения фронта. Найдены катодные потери, основные характеристики режима и ограничения на его существование.

Введение

Развитие сильноточной электроники и таких областей ее применения, как инерциальный УТС, требует исследования проблем транспортировки сверхмощных потоков энергии на расстояния несколько метров и более. Возникающие при этом физические проблемы связаны с изучением нестационарных процессов распространения импульса напряжения в линии, а практической проблемой является максимальное снижение потерь энергии при ее транспортировке. Для решения последней задачи в работе [1] было предложено использовать ток подмагничивания. Показано, что присутствие в линии небольшого по величине тока подмагничивания позволяет устранить токи утечки на анод и тем самым резко повысить эффективность транспортировки энергии. Эти результаты получены в предположении постоянства скорости распространения фронта напряжения.

В настоящей работе в рамках этого приближения рассматривается баланс потоков энергии-импульса, потери, связанные с процессами на катоде, и ограничения на применимость предположения о постоянстве скорости движения фронта.

Физические процессы в длинной линии

Рассмотрим линию, образованную двумя параллельными плоскими электродами, и введем декартову систему координат x, y, z , как показано на рис. 1. Первоначально по электродам линии течет ток подмагничивания I . После подключения к входу линии генератора постоянного напряжения его фронт распространяется вдоль линии. Следуя работе [1], коротко опишем происходящие процессы в установившемся режиме, когда скорость фронта считается постоянной.

По характеру происходящих процессов в межэлектродном пространстве можно выделить три области (рис. 2). Область I расположена перед фронтом напряжения и в ней сохраняются условия, существовавшие в линии до подключения генератора. Неоднородная по z область II охватывает фронт. За фронтом, в области III , расположен установившийся режим магнитной изоляции с однородными по z характеристиками. Предполагается, что величина тока подмагничивания I достаточно велика, чтобы создаваемое им магнитное поле препятствовало попаданию электронов в области фронта на анод.

В лабораторной системе координат фронт движется с постоянной скоростью u $\text{th } \eta$, оставляя за собой установившийся однородный магнитоизолированный

поток. Наиболее простая картина выгнута в движущейся системе координат, где она стационарна. Для ее описания применим приближение односкоростной холодной гидродинамики. В системе единиц, в которой масса покоя электрона, его заряд и скорость света равны единице, изменение импульса стационарного потока описывается уравнением

$$\left(\frac{\mathbf{p}}{\gamma}, \mathbf{v}\right) \mathbf{p} = -\nabla\Phi + \left[\frac{\mathbf{p}}{\gamma}, \mathbf{B}\right],$$

где $\gamma = \sqrt{1 + (\mathbf{p} \cdot \mathbf{p})}$ — релятивистский фактор, а магнитное поле \mathbf{B} и электростатический потенциал Φ удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{B} = 4\pi\rho \frac{\mathbf{p}}{\gamma}, \quad \Delta\Phi = -4\pi\rho.$$

Здесь ρ — плотность заряда.

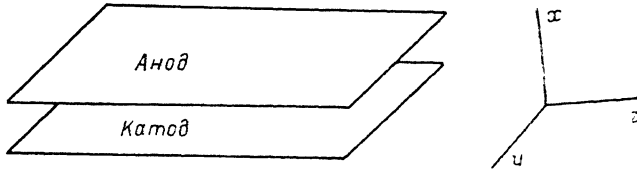


Рис. 1. Геометрия линии и система координат.

Рассмотрим однородный по y поток с $p_y = 0$. Тогда $B_x = B_z = 0$, $B_y = B$ и уравнения, описывающие область, занятую электронным потоком, имеют вид

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\Delta\Phi \frac{p_x}{\gamma}, \quad \frac{\partial B}{\partial z} = \Delta\Phi \frac{p_x}{\gamma}$$

$$B = \frac{\partial p_x}{\partial x} - \frac{\partial p_x}{\partial z}, \quad -\Phi = \gamma = \sqrt{1 + (\mathbf{p} \cdot \mathbf{p})}. \quad (1)$$

Последнее уравнение отражает равенство энергии всех электронов $\Phi + \gamma = 0$, поскольку они эмиттируются с одного эквипотенциального катода. Так как

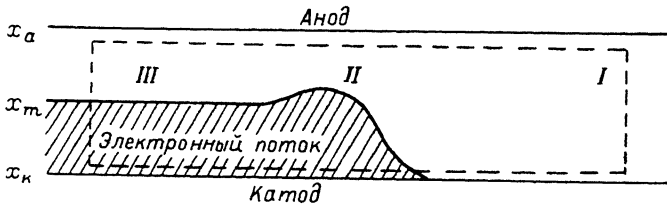


Рис. 2. Физические области в линии.

I — невозмущенная вакуумная область, II — область фронта, III — область установившейся магнитной инволюции. Пунктир — контур интегрирования.

эмиссия фактически происходит из прикатодной плазмы с неограниченной эмиссионной способностью и ограничивается пространственным зарядом, то сила, действующая на прикатодный электрон, должна быть равна нулю. В движущейся системе такой электрон обладает нулевым поперечным импульсом, а его продольный импульс равен $p_x = -\text{sh } \eta$, поэтому на катоде

$$\Phi = -\text{ch } \eta, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial x} - B \text{th } \eta = 0. \quad (2)$$

В вакуумной области магнитное поле постоянно и плотность заряда равна нулю

$$\Delta\Phi = 0, \quad B = \text{const}. \quad (3)$$

В областях I и III решения однородны по z и удовлетворяют уравнениям (1), (3), в которых надо положить $\partial/(\partial z)=0$.

В области I электрическое и магнитное поля постоянны. Их значения в лабораторной системе равны нулю и $(4\pi I)/y_0$ соответственно, где y_0 — ширина электродов линии. Переходя с помощью преобразований Лоренца в движущуюся систему, получим, что в ней поля описываются выражениями

$$B = \text{ch } \eta \frac{4\pi I}{y_0}, \quad -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\text{sh } \eta \frac{4\pi I}{y_0}. \quad (4)$$

Рассмотрим область III, обозначив через x_c, x_m, x_a координаты катода, границы пучок—вакуум и анода соответственно. Решение, описывающее электронный поток при $x_c \leq x \leq x_m$, имеет вид [1, 2]

$$p_x = 0, \quad B = \frac{\psi}{x_m - x_c} \gamma,$$

$$-\Phi = \gamma = \text{ch} \left(\psi \frac{x - x_c}{x_m - x_c} - \eta \right). \quad (5)$$

Параметр ψ характеризует решение на границе пучка. Например, скорость граничного электрона равна $\text{th}(\psi - \eta)$, а потенциал на границе равен $-\text{ch}(\psi - \eta)$.

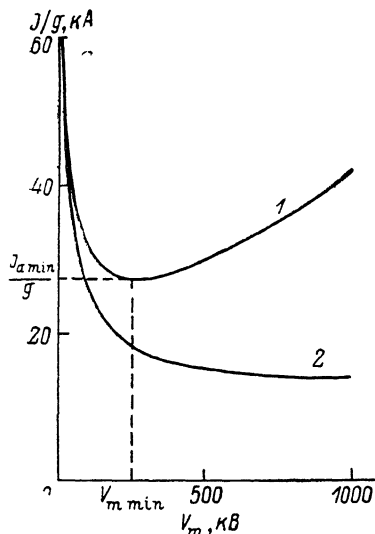


Рис. 3. Зависимость тока, деленного на геометрический фактор g , от напряжения на границе электронного слоя V_m при постоянном анодном напряжении $V=1$ МВ в области III в лабораторной системе.

1 — анодный ток, I_a . 2 — катодный ток I_k .

В вакуумной области при $x_m \leq x \leq x_a$ решение имеет вид

$$B = \frac{\psi}{x_m - x_c} \text{ch}(\psi - \eta), \quad \Phi = -\text{ch}(\psi - \eta) - \psi \frac{x - x_m}{x_m - x_c} \text{sh}(\psi - \eta). \quad (6)$$

Полагая в выражениях (5), (6) $\eta=0$, получаем описание режима магнитной изоляции в области III в лабораторной системе. Обозначим в ней через $-(V+1)$ потенциал анода, через I_a и B_a — анодные ток и магнитное поле. Из этих определений и формул (16) следуют соотношения

$$\frac{2I_a}{g} = (x_a - x_c) B_a = \left(\psi + \frac{V+1 - \text{ch } \psi}{\text{sh } \psi} \right) \text{ch } \psi, \\ (x_m - x_c) B_a = \psi \text{ch } \psi, \quad g = \frac{y_0}{2\pi(x_a - x_c)}. \quad (7)$$

Характерные особенности однородного режима магнитной изоляции проявляются в зависимости анодного I_a и катодного $I_k = I_a / \text{ch } \psi$ токов от напряжения на границе электронного слоя $V_m = \text{ch } \psi - 1$ при постоянном напряжении на аноде V (рис. 3). Если полный ток I_a меньше минимального тока $I_{a \text{ min}}$, то влияние его магнитного поля недостаточно велико для предотвращения прохождения электронов на анод и режим изоляции последнего невозможен. При $I_a > I_{a \text{ min}}$ полный ток I_a может двумя способами распределяться между его электронной и катодной составляющими. При $V_m > V_{m \text{ min}}$ электронный поток поднят и переносит больший ток, чем при $V_m < V_{m \text{ min}}$, когда он прижат к катоду. При дальнейшем увеличении полного тока при $I_a > I_a(V_m = V)$ существует режим только

с прижатым слоем и его характеристики все более приближаются к условиям вакуумной линии. На рис. 4 показаны зависимости величин анодного (кривая 1) и катодного (кривая 2) токов на границе магнитной изоляции при $V_m = V_m \min$

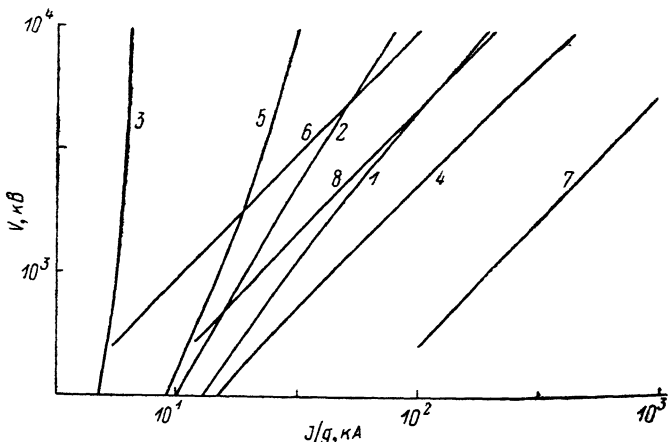


Рис. 4. Зависимость тока, деленного на геометрический фактор g , от анодного напряжения V . 1, 2 — полный $I_a \min$ и катодный $I_k \min$ токи на границе магнитной изоляции при $V_m = V_m \min$; 3 — подмагничивания I_p ; 4, 5 — анодный $I_{a\text{аб}}$ и катодный $I_{k\text{аб}}$ токи на границе абсолютной изоляции; 6 — подмагничивания $I_{p\text{аб}}$; 7, 8 — анодный $I_{a\text{гр}}$ и катодный $I_{k\text{гр}}$ токи при нулевых потерях энергии-импульса на границе режима $u = \text{const}$.

от напряжения на аноде V , а на рис. 5 приведена зависимость величины $V_m \min$ от потенциала V (кривая 1). Прямая 2 соответствует режиму полного заполнения электронами пространства анод—катод при $V_m = V$.

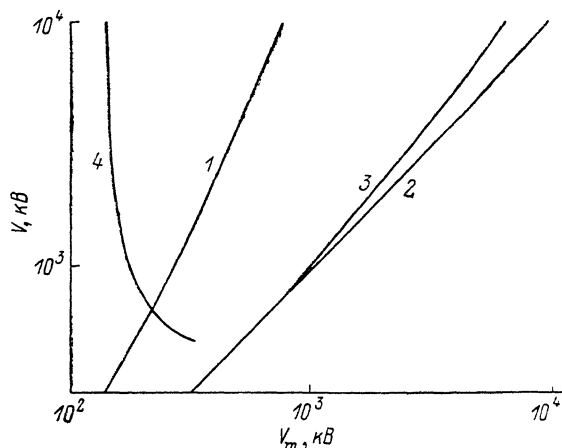


Рис. 5. Зависимость напряжения на границе электронного слоя V_m от анодного напряжения V . 1 — $V_m = V_m \min$, граница магнитной изоляции; 2 — $V_m = V$, режим полного заполнения; 3 — $V_m = V_m$ на границе абсолютной изоляции; 4 — $V_m = V_m \text{ гр}$, нулевые потери энергии-импульса, граница режима $u = \text{const}$.

Режим абсолютной изоляции

Области I и III разделены областью фронта II, в которой задача существенно двумерна и ее математическое решение неизвестно. В работе [1] предложен способ определения важнейших характеристик режима действия линии без знания решения в области II.

Из постоянства скорости движения фронта и вытекающей отсюда стационарности задачи в движущейся системе следует, что в последней электроды линии эквипотенциальны. Поэтому, зная разность потенциалов в области III, можно

вычислить величину постоянного электрического поля в области I и приравнять его значению из решения (4)

$$-\operatorname{sh} \eta \frac{2I}{g} = \operatorname{ch}(\psi - \eta) + \psi \frac{x_a - x_m}{x_m - x_k} \operatorname{sh}(\psi - \eta) - \operatorname{ch} \eta. \quad (8)$$

Другая связь между однородными областями следует из условия отсутствия прохождения электронов на анод в области фронта. В таком режиме абсолютной магнитной изоляции существует вакуумная область, примыкающая к аноду и непрерывно переходящая из области I в область III . Из (3) следует, что магнитное поле B в этой области постоянно. Поэтому, приравнявая его величины из решений (4) и (6), получим

$$\operatorname{ch} \eta \frac{2I}{\sigma} = B_a \frac{\operatorname{ch}(\psi - \eta)}{\operatorname{ch} \psi}. \quad (9)$$

Из соотношений (8), (9) определяются скорость u и параметр ψ как функции внешних величин — тока подмагничивания I и напряжения генератора V . Характеристики режима абсолютной магнитной изоляции рассмотрены в работе [1]. Здесь отметим, что, согласно общим представлениям о магнитной изоляции, для существования абсолютной изоляции ток подмагничивания должен превышать некоторый минимальный ток I_a . Соотношения (8), (9) позволяют рассчитать величину этого тока (рис. 4, кривая 3) и соответствующие ему значения полного тока I_{a_n} (рис. 4, кривая 4), катодного тока I_{k_n} (рис. 4, кривая 5) и потенциала границы электронного слоя V_{m_n} (рис. 5, кривая 3) в зависимости от напряжения на аноде V . Из последней зависимости следует, что границе абсолютной изоляции отвечает поднятый электронный слой. Значение I_{k_n} больше I_n на величину тока, эмиттируемого на фронте потока в области II .

Поток энергии-импульса

Наряду с постоянством вакуумного магнитного поля и потенциалов электродов интерес представляет закон сохранения потока продольного импульса, связанный с инвариантностью уравнений (1) относительно сдвигов в направлении z .

$$\operatorname{div} \mathbf{T} = 0, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} T_x &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \Delta \Phi \frac{P_x P_z}{\gamma} \right), \\ T_y &= 0, \\ T_z &= \frac{1}{8\pi} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + B^2 - 2\Delta \Phi \frac{P_z^2}{\gamma} \end{aligned}$$

— компоненты тензора энергии-импульса.

Следующая ниже схема рассуждений была первоначально развита в работе [3] для похожего анализа работы стационарного диода.

Преобразуем дифференциальный закон сохранения (10) в интегральный и

$$0 = \int \operatorname{div} \mathbf{T} dV = \oint (\mathbf{T} ds). \quad (11)$$

В качестве области интегрирования выберем параллелепипед, сечение поверхности которого плоскостью x, z , показано на рис. 2. Ограничивающие объем поверхности проходят вблизи электродов и в областях I и III . Так как $T_y = 0$ и все величины не зависят от y , то (11) можно представить в виде

$$0 = -y_0 \int_{x_k}^{x_a} T_x(z = z_{III}) dx + y_0 \int_{z_{III}}^{z_I} T_x(x = x_a) dz +$$

$$+ y_0 \int_{x_k}^{x_a} T_z(z = z_I) dx - y_0 \int_{z_{III}}^{z_I} T_x(x = x_k) dz. \quad (12)$$

Первый и третий интегралы в (12) вычисляются с использованием известных в областях I и III решений (4)–(7)

$$\int_{x_k}^{x_a} T_z(z = z_{III}) dx = \frac{1}{8\pi} \frac{B_a}{\text{ch } \psi} \left(\text{sh}(2\psi - 2\eta) + \text{sh}(2\eta) - \psi + \frac{V + 1 - \text{ch } \psi}{\text{sh } \psi} \text{ch}(2\psi - 2\eta) \right),$$

$$\int_{x_k}^{x_a} T_x(z = z_I) dx = \frac{1}{8\pi(x_a - x_k)} \frac{2I}{g} \text{ch}(2\eta).$$

Интеграл по поверхности анода равен нулю, так как на аноде продольное электрическое поле равно нулю $(\partial\Phi/\partial z)(x=x_a)=0$, а в примыкающей к нему вакуумной области потенциал удовлетворяет уравнению $\Delta\Phi=0$, откуда $T_x(x=x_a)=0$. На катоде продольное электрическое поле также равно нулю и интеграл вдоль его поверхности с учетом (4) можно представить в виде

$$\int_{z_{III}}^{z_I} T_x(x = x_k) dz = \frac{1}{4\pi} \text{sh } \eta \int_{z_{III}}^{z_I} \frac{\partial B_x}{\partial z} dz + \frac{\Pi_n}{y_0}, \quad (13)$$

где $B_x = B(x=x_k)$, а Π_n — потери продольного импульса на катоде

$$\Pi_n = y_0 \text{sh } \eta \int_{z_{III}}^{z_I} \left(1 + \frac{p_z}{\text{sh } \eta} \right) j_{kx} dz. \quad (14)$$

Через

$$j_{kx} = -\frac{\Delta\Phi}{4\pi} \frac{p_x}{j}(x=x_k)$$

обозначена плотность поперечного тока на катоде. На эмиттирующих участках катода $j_{kx} > 0$ электроны взлетают с нулевой поперечной скоростью и их продольный импульс равен $p_x = -\text{sh } \eta$. Поэтому интеграл в (14) на этом участке равен нулю. На участках посадки электронов $p_x \leq 0$, $j_{kx} \leq 0$ и в силу закона сохранения энергии $p_x^2 + p_z^2 = \text{sh}^2 \eta$. Следовательно, $1 + p_x/\text{sh } \eta \geq 0$ и подынтегральное выражение неположительно. Поскольку $z_I - z_{III} > 0$, то интеграл в (14) меньше или равен нулю и знак Π_n равен знаку η , так что $\Pi_n \text{sh } \eta \geq 0$. Первый интеграл справа в выражении (13) равен

$$\int_{z_{III}}^{z_I} \frac{\partial B_x}{\partial z} dz = \text{ch } \eta \left(\frac{1}{x_a - x_k} \frac{2I}{g} - \frac{B_a}{\text{ch } \psi} \right).$$

Собирая вместе значения и оценки величин, входящих в выражение (12) для баланса продольного импульса, получим

$$0 \geq \frac{\Pi_n}{g} 4 \text{sh } \eta = \text{sh } \eta \left[\left(\psi + \frac{V + 1 - \text{ch } \psi}{\text{sh } \psi} \right) (\text{sh}(2\psi - 2\eta) - \psi + \frac{V + 1 - \text{ch } \psi}{\text{sh } \psi} \text{ch}(2\psi - 2\eta)) - \left(\frac{2I}{g} \right)^2 \text{ch}(2\eta) + \frac{2I}{g} \text{sh}(2\eta) \right]. \quad (15)$$

Потери энергии в движущейся системе Π_s вследствие стационарности отсутствуют. Однако они есть в лабораторной системе. Отмечая величину потерь энергии в лабораторной системе штрихом, согласно преобразованиям Лоренца, получим $\Pi'_s = \Pi_s - u\Pi_n$. Отсутствие $\sqrt{1-u^2}$ в знаменателе справа учитывает

релятивистское изменение координаты z , по которой ведется интегрирование. Принимая во внимание, что $\Pi'_s = 0$, учитывая соотношения (7)–(9) и то, что канальный ток в области III в лабораторной системе равен

$$\frac{2I_k}{g} = \psi + \frac{V + 1 - \text{ch } \psi}{\text{sh } \psi},$$

преобразуем (15) к виду

$$\begin{aligned} -2\pi (x_a - x_k) \int_{z'_{III}}^{z'_I} j'_{kx} (\gamma'_k - 1) dz' &\equiv \frac{\Pi'_s}{g} = -u \frac{\Pi_u}{g} = \\ &= \frac{VI}{g} + u \frac{I^2 - I_k^2}{g^2} \geq 0. \end{aligned} \quad (16)$$

В лабораторной системе в нестационарной области фронта электроны покидают катод, обладая нулевой кинетической энергией. Ускоренные вихревым полем, они частично возвращаются на катод, имея ненулевую кинетическую энергию. Так что физический смысл неравенства в (16) заключается в том, что через поверхность катода энергия может только выноситься, но отнюдь не втекать. При этом величина потерь энергии-импульса определяется равенством в (16).

Как отмечалось выше, соотношения (8), (9) позволяют через внешние параметры задачи V и I , определить величины ψ и u . Поэтому неравенство (16) налагает ограничения на область значений V и I , при которых верно предположение о постоянстве скорости движения фронта. В частности, в случае сильно замедленной линии электронный слой прижат к катоду, энергия частиц V_m мала и выражение для потерь (16) сводится к виду $\Pi'_s/y = -(VV_m)/12 < 0$, показывающему неприменимость условия $u = \text{const}$ в таком режиме. Как показывают расчеты, приближение $u = \text{const}$ возможно при напряжении на аноде V , превышающем пороговое значение $V_{\text{пор}} = 513$ кВ, и при потенциале электронного слоя V_m , большем $V_{m \text{ гр}}(V)$ (рис. 5, кривая 4). При возрастании V величина $V_{m \text{ гр}}$ уменьшается, и если при $V_{\text{пор}} < V \leq 700$ кВ режим с $u = \text{const}$ возможен только для поднятого электронного слоя, то при $V > 700$ кВ он возможен и при больших магнитных полях, прижимающих электроны к катоду. Величина тока подмагничивания не должна превышать его граничного значения $I_{\text{гр}}$ (рис. 4, кривая б), так что диапазон его возможных значений, совместных с требованиями условий существования абсолютной изоляции и $u = \text{const}$, определяется неравенством $I_n \leq I \leq I_{\text{гр}}$. При $I = I_{\text{гр}}$ потери в линии равны нулю, а значения катодного $I_{\text{гр}}$ и анодного $I_{a \text{ гр}}$ токов в области III описываются на рис. 4 кривыми 7, 8. Таким образом, величина полного тока, текущего в линии в режиме абсолютной изоляции и $u = \text{const}$, ограничена значением $J_{a \text{ гр}}(V)$, которое определяет предельную величину потока энергии, который может быть передан по линии в этом режиме при фиксированном анодном напряжении.

Кратко сформулируем основные результаты работы. Для случая транспортировки энергии в передающей линии в режиме абсолютной магнитной изоляции, когда отсутствуют анодные потери, и в предположении постоянства скорости распространения фронта напряжения рассчитаны потери энергии на катоде и получены ограничения на диапазон величин анодного напряжения и тока подмагничивания, при которых возможно равномерное движение фронта. Развитый подход легко переносится на аналогичный случай распространения импульса напряжения в линии, где уже существует установившийся режим магнитной изоляции.

Список литературы

- [1] Василенко О. И. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 1. С. 76–82.
- [2] Steedon J. M. // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. N 7. P. 2946–2955.
- [3] Василенко О. И. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 12. С. 2322–2328.