01; 09; 10

УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ПОПЕРЕК МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

В. А. Буц, В. В. Огнивенко

Показана возможность ускорения заряженных частиц, захваченных электромагнитной волной, распространяющейся поперек постоянного магнитного поля в периодических замедляющих структурах. Определен темп ускорения и исследована устойчивость движения захваченных частиц.

Введение

В последнее время существенно вырос интерес к новым методам ускорения заряженных частиц (см. обзор [1]). Во многом этот интерес обусловлен большими успехами в создании мощных источников электромагнитного излучения, что позволяет получать большие напряженности электромагнитных полей и надеяться на достижение больших темпов ускорения заряженных частиц. Предложены новые модификации коллективных методов ускорения. Наиболее интересными из них являются ускорение волнами биений, образованных при смешении двух лазерных лучей в плазме [2], и ускорение в кильватерном поле излучения электронных сгустков в плазме [3], схемы ускорения типа обращенного лазера на свободных электронах [4] и ускорение на фронте плазменной волны, распространяющейся поперек магнитного поля [5]. Последний из этих методов получил название серфотронного метода ускорения и по сути является релятивистской модификацией исследованного в работе [6] механизма взаимодействия заряженных частиц с плазменной волной, распространяющейся поперек внешнего магнитного поля.

Серфотронный механизм ускорения имеет ряд существенных преимуществ. При его осуществлении нет необходимости в изменении параметров ускоряющей структуры для поддержания синхронизма при ускорении на больших расстояниях и до больших энергий, как этого требует, например, ускорение волнами биений. Необходимые для ускорения волны могут быть созданы в плазме. К настоящему времени проведены не только основные теоретические расчеты такого метода ускорения [5, 7, 8], но и получены первые экспериментальные результаты [9]. Одной из основных трудностей, с которой приходится сталкиваться при осуществлении этого метода ускорения, является создание в плазме волны большой амплитуды, имеющей значительную протяженность волнового фронта.

В настоящей работе рассмотрена возможность осуществления серфотронного метода ускорения заряженных частиц в периодических электродинамических структурах. В таких структурах проблема возбуждения волн с заданными характеристиками решается значительно проще, чем в плазме. Ускорение при этом происходит не продольной волной, как в плазме, а поперечной. В качестве примера электродинамических структур, в которых происходит ускорение, рассмотрен плоский волновод с идеально проводящими стенками. Если стенки волновода или среда, которой он заполнен, являются периодическими функциями координаты, то в такой структуре, как известно, могут распространяться медленные электромагнитные волны.

В работе показано, что заряженные частицы, захваченные полем медленной гармоники электромагнитной волны, будут ускоряться вдоль фронта этой гармоники. Наряду с устойчивыми захватными (продольными) колебаниями частица будет совершать поперечные движения. В работе исследована устойчивость поперечного движения ускоряемых частиц и предложен механизм стабилизации поперечных отклонений.

Постановка задачи

Рассмотрим ускорение электронов в плоском волноводе с идеально проводящими стенками. Исследуем два случая. В первом будем предполагать, что плоский волновод, поверхности которого заданы в виде $Z=\pm a$ и параллельны плоскости xy, заполнен средой, диэлектрическая проницаемость которой периодически изменяется вдоль оси x: $\varepsilon=\varepsilon_0(1+q\cos \varkappa x)$. Во втором рассмотрим вакуумный плоский волновод ($\varepsilon=1$) с гофрированными стенками $Z(x)=\pm a(1+q\sin \varkappa x)$. Здесь $\varkappa=2\pi/d$, d — период неоднородности диэлектрической проницаемости или боковой поверхности волновода.

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля, имеющие продольную составляющую электрического поля (E — волна),

$$i\frac{\omega}{c}H_y=\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x},$$

$$i\frac{\omega}{c}\varepsilon E_x=\frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad -i\frac{\omega}{c}\varepsilon E_z=\frac{\partial H_y}{\partial x}, \tag{1}$$

дополненные граничным условием для тангенциальной составляющей E_τ электрического поля на поверхности волновода

$$E_\tau[Z(x)]=0, \tag{2}$$

определяют дисперсионные свойства и топографию полей в таких структурах.

В периодических структурах поле можно представить в виде суперпозиции бесконечного числа пространственных гармоник

$$\mathbf{A}(x, z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathbf{A}_n(z)\exp(i\varphi_n), \tag{3}$$

где

$$\mathbf{A}\equiv\{E_x, H_y, E_z\}, \quad \mathbf{A}_n\equiv\{E_{xn}, H_{yn}, E_{zn}\},$$

$$\varphi_n\equiv k_{xn}x-\omega t, \quad k_{xn}\equiv k_0+n\varkappa, \quad -\pi/d\leqslant k_0\leqslant\pi/d.$$

При этом фазовая скорость n-й гармоники $v_{\text{ф}n}=\omega/k_{xn}$ для значений n, превышающих некоторую критическую величину, может быть меньше скорости света c.

Пусть вдоль оси z (поперек структуры) приложено внешнее постоянное магнитное поле H_0. Уравнения движения ускоряемых электронов в поле (3) и постоянном поперечном магнитном поле имеют вид

$$\frac{dp_x}{dt}=-e\left(E_x-\frac{v_z}{c}H_y+\frac{v_y}{c}H_0\right),$$

$$\frac{dp_z}{dt}=-e\left(E_z+\frac{v_x}{c}H_y\right), \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt}=\mathbf{v}, \tag{4a}$$

$$\frac{dp_y}{dt}=\frac{ev_x}{c}H_0, \tag{4б}$$

$$\mathbf{p}(0)=\mathbf{p}_0, \quad \mathbf{r}(0)=\mathbf{r}_0, \tag{5}$$

где $\mathbf{v}=\mathbf{p}/\sqrt{m^2c^2+p^2}$, $\mathbf{p}$ — импульс частицы.

Из уравнения движения (4б) следует закон сохранений y-й компоненты обобщенного импульса

$$p_y - \frac{e}{c} x H_0 = \text{const}.$$

Решения уравнений (4а), (4б) с начальными условиями (5) в полях (3), определяемых уравнениями (1) и граничными условиями (2), определяют динамику ускорения электронов и являются целью настоящей работы.

Дисперсия плоского волновода, заполненного периодически неоднородной средой

В гладком волноводе, заполненном средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + q \cos \varkappa x)$, выражение для продольной составляющей электрического поля представим в виде

$$E_{xn} = E_n \cos k_\perp z, \tag{6}$$

где $k_\perp$ — поперечное волновое число, определяемое из граничного условия (2), $k_\perp = k_\perp^{(j)} = (\pi j)/(2a)$; $j = \pm 1, \ \pm 2, \ \dots$

Параметр неоднородности q будем считать малым ($q \ll 1$). Приведем уравнения (1) к уравнению для продольной составляющей электрического поля E_x и с учетом (3), (6) ортогонализуем его. После соответствующих преобразований получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{mn}(\omega, \mathbf{k}) E_n = 0, \ -\infty < m < \infty, \tag{7}$$

где $a_{mm} \equiv (\omega^2/c^2)\varepsilon_0 - k_\perp^2 - k_{xm}^2$; $a_{mn} = 0, \ n \neq m, \ m \pm 1$;

$$a_{m,\ m\pm 1} \equiv \frac{q}{2}\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 \pm \varkappa k_{xm}\right).$$

Дисперсионное уравнение, определяемое из условия существования нетривиального решения уравнений (7), примет вид

$$\| a_{mn}(\omega, \ \mathbf{k}) \| = 0. \tag{8}$$

Периодическая неоднородность приводит к возникновению пространственных гармоник и к смещению частоты $\Delta\omega$ собственных волн однородного плоского волновода $\omega = \omega^{(0)} + \Delta\omega$, где $\omega^{(0)} = \left(c/\sqrt{\varepsilon_0}\right)\sqrt{k_\perp^2 + k_x^2}$. Вдали от точек пересечения дисперсионных кривых $\omega^{(0)}(k_x)$ соседних пространственных гармоник поправка к частоте пропорциональна q^2. В области же пересечения дисперсионных кривых соседних пространственных гармоник происходит расщепление спектра, образование полос непрозрачности, величина которых и соответственно поправки к частоте пропорциональны q. В частности, в области пересечения нулевой и первой пространственных гармоник $k_0 = \pi/d$ из уравнения (8) получим следующее выражение для поправки к частоте:

$$\Delta\omega = \pm q \frac{\omega^{(0)}}{4}\left[1 - 2/\varepsilon_0 (\beta_\phi^{(0)})^2\right], \tag{9}$$

где $\beta_\phi^{(0)} = \left(1/\sqrt{\varepsilon_0}\right)\sqrt{1 + (2k_\perp/\varkappa)^2}$ — фазовая скорость волны в однородном плоском волноводе.

Из выражения (9) видно, что в области пересечения нулевой и первой пространственных гармоник при выполнении условия $(k_\perp/k_0)^2 < (\varepsilon_0 - 1) + \varepsilon_0 q/2$ медленной может быть даже нулевая гармоника $\beta_{\phi 0} < 1$.

Дисперсия плоского волновода с синусоидально-гофрированными стенками

Амплитуду пространственной гармоники продольного поля в плоском волноводе с гофрированными стенками представим в виде

$$E_{xn} = E_n \cos k_{zn} z, \tag{10}$$

где $k_{zn}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_{xn}^2$.

Остальные компоненты полей легко найти из уравнений Максвелла (1) (см. ниже (13)).

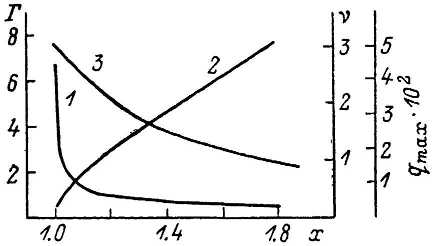
Граничное условие (2) на поверхности волновода примет вид

$$E_x + aq\varkappa E_z \cos \varkappa x = 0. \tag{11}$$

Подставим выражения для полей E_x и E_z в граничное условие (11) и, ортогонализуя его, получим бесконечную систему алгебраических уравнений и соответствующее ему дисперсионное уравнение в виде (7) и (8) соответственно. При этом коэффициенты a_{mn} будут иметь вид

$$a_{mn} = \frac{1}{2}\left[1 + (n - m)\frac{k_{xn}\varkappa}{k_{zn}^2}\right]\left[(-1)^{n-m} e^{ik_{zn}a} - e^{-ik_{zn}a}\right] J_{n-m}(qk_{zn}a).$$

Как и в периодически неоднородной среде, поправка к частоте, обусловленная конечной глубиной гофра, вдали от пересечения дисперсионных кривых



Зависимость замедления основной гармоники Г, спадание поля от стенок к центру волновода ν, максимально допустимого значения глубины гофры $q_{\max}$ от $X = \pi\sqrt{q}a/d$ при $k_0 = \pi/d$.
1 — Г, *2* — ν, *3* — q.

соседних гармоник пропорциональна q^2, а в области пересечения пропорциональна q. Наибольшее замедление нулевой гармоники будет достигаться в области пересечения дисперсионных кривых нулевой и первой гармоник поля. Поэтому рассмотрим возможность замедления основной гармоники электромагнитного поля при $k_0 = \varkappa/2$. Дисперсионное уравнение в области пересечения нулевой и первой медленных пространственных гармоник примет вид

$$\operatorname{ch} \nu = q\gamma_\phi^2 (1 - 1/2\gamma_\phi^2)\, \nu \operatorname{sh} \nu, \tag{12}$$

где

$$\nu \equiv \frac{k_0 a}{\gamma_\phi}, \quad \gamma_\phi \equiv (1 - \beta_\phi^2)^{-1/2}, \quad \beta_\phi = \frac{v_\phi}{c} = \frac{\omega}{k_0 c},$$

ch, *sh* — гиперболические косинус и синус соответственно.

Уравнение (12) получено с точностью до q^2 и является приближенным, однако само это уравнение малого параметра не содержит, поскольку $\gamma_\phi^2 \gg 1$. Приведем результаты численного решения этого уравнения. На рисунке приведена зависимость Г — замедления основной гармоники $(\Gamma = \sqrt{q}\gamma_\phi)$, $q_{\max}$ — максимально допустимых значений глубины гофра и параметра ν $(\nu \equiv (ak_0)/\gamma_\phi)$, характеризующего степень спадания поля от стенок к центру волновода, от $x \equiv \pi\sqrt{q}a/d$.

Величина x пропорциональна отношению продольного волнового числа нулевой гармоники в точке π/d к поперечному волновому числу. Асимптотическое поведение зависимости γ_ϕ от x при $x \geqslant 1$ получим из решения уравнения (12) при $\nu \ll 1$

$$\gamma_\phi = ak_0 / \sqrt{qa^2k_0^2 - 1}.$$

Видно, что при $k_0 a\sqrt{q} > 1$ в структуре могут распространяться медленные волны. С ростом x фазовая скорость волны уменьшается. Это обусловлено уменьшением поперечного волнового числа. Отметим, что при этом уменьшается фазовая скорость и в гладком волноводе, имеющем такие же поперечные размеры. При $x \gg 1$ ($\nu \gg 1$) выражение для γ_ϕ принимает вид

$$\gamma_\phi = 1/qk_0 a$$

и минимальное значение γ_ϕ ограничено условием $qa\varkappa < 0.448$ применимости представления поля в волноводе с гофрированными стенками в виде волн Флоке [10]

$$\gamma_\phi > \gamma_{\phi\min} \simeq 5.$$

При этом, как видно из рисунка, с ростом x увеличивается параметр ν и поля сильнее прижимаются к стенкам волновода.

Серфотронное ускорение электронов

Рассмотрим движение ускоряемых электронов в поле одной из пространственных гармоник, распространяющейся в периодической структуре в поперечном магнитном поле. Ее компоненты поля представим в виде

$$E_{zn} = -i\,\frac{k_{xn}}{k}\,\mathcal{E}_n \sin\psi,\ \ H_{yn} = \frac{i\omega}{kc}\,\mathscr{H}_n \sin\psi, \tag{13}$$

где $\psi = kz$, $k = k_{zn}$, $\mathscr{H}_n = \mathcal{E}_n = E_n$ для волновода с гофрированными стенками, $k = k_\perp$, $\mathscr{H}_n = E_n + (q/2)(E_{n+1} + E_{n-1})$, $\mathcal{E}_n = E_n + (q\varkappa/2k_{xn})(E_{n-1} - E_{n+1})$ для волновода, заполненного периодически неоднородной средой.

Из уравнений (4) следует интеграл движения

$$mc^2 k_{xn}\gamma/\omega - p_x - \frac{e}{c}\,yH_0 - \frac{eE_n}{\omega}\cos\varphi_n \cos\psi = \text{const}.$$

Пусть скорость электронов близка к фазовой скорости n-й пространственной гармоники, а ее амплитуда такова, что электроны захвачены полем этой гармоники. Тогда решение уравнений (4) можно искать в виде

$$x(t) = v_{\phi n} t + x' + x_0,$$

где x' — смещение электронов, обусловленное захватными колебаниями в поле синхронной гармоники и поперечном магнитном поле.

В нулевом приближении без учета этого смещения из уравнений (4) следует, что энергия ускоряемых электронов увеличивается со временем по такому же закону

$$\mathcal{E} = mc^2\gamma_r(t) = mc^2\gamma_{\phi n}(1 + \omega_H^2\beta_{\phi n}^2 t^2)^{1/2}, \tag{14}$$

как в обычной схеме серфотронного ускорения [5]. Здесь $\omega_H = eH_0/mc$.

Исследуем теперь динамику ускоряемых электронов с учетом захватных колебаний, предполагая, как и в работе [7], поправки к основному состоянию малыми, т. е. $|\dot{x}| \ll v_{\phi n}$, $|\dot{z}| \ll v_{\phi n}$, $|p_i^{(0)}| \gg |\delta p_i|$. Уравнения, описывающие продольное движение вдоль x при этом примут вид:

$$\frac{d}{dt}\,\gamma_r\,\frac{d\xi}{dt} + \frac{\Omega_b^2}{\gamma_{\phi n}^2}\sin\varphi_s \cos\psi + \frac{\omega_H^2\gamma_{\phi n}^2}{\gamma_r^3}\,\xi = -\frac{\omega_H^2\,\omega t}{\gamma_r}, \tag{15}$$

где $\xi \equiv k_{xn}x'$, $\Omega_b^2 \equiv eE_n k_{xn}/m$, $\xi_0 \equiv k_{xn}x_0$, $\varphi_s = \xi + \xi_0$.

Отличие уравнения (15) от аналогичных работы [7] заключается в зависимости частоты захватных колебаний от поперечной координаты (второе слагаемое в левой части (15)), а также в том, что при выводе уравнения (15) учтено изменение скорости v_y, обусловленное захватными колебаниями электронов, в то время как в работе [7] бралось невозмущенное значение v_y. Представляя ξ

в виде суммы медленноменяющегося ξ и быстроосциллирующего слагаемого ξ, получим уравнения медленного движения ведущего центра

$$\frac{\Omega_b^2}{\gamma_{\phi n}^2}\sin\varphi_s\cos\psi+\frac{\omega_H^2\gamma_{\phi n}^2}{\gamma_r^2(t)}\xi=-\frac{\omega_H^2\omega t}{\gamma_r(t)} \tag{16}$$

и быстрых осцилляций относительно него

$$\frac{d}{dt}\gamma_r\frac{d\xi}{dt}+\left[\frac{\omega_H^2\gamma_{\phi n}^2}{\gamma^3(t)}+\frac{\Omega_b^2}{\gamma_{\phi n}^2}\cos\varphi_s\right]\xi=0. \tag{17}$$

Уравнения (16), (17) совместно с уравнением

$$\frac{d}{dt}\gamma_r\frac{d\psi}{dt}+\frac{k^2}{k_{xn}^2}\Omega_b^2\cos\varphi_s\left(1+\frac{\omega\xi H_n}{E_n}\right)\sin\psi=0, \tag{18}$$

описывающим поперечные отклонения электронов, определяют динамику ускоряемых электронов. Кроме того, для гофрированного волновода необходимо положить $H_n=E_n$.

Рассмотрим устойчивость продольного движения. В пределе $t\gg(\omega_H\beta_{\phi n})^{-1}$ положение ведущего центра определяется уравнением

$$\sin(\xi+\xi_0)=-H_0\gamma_{\phi n}/E_n\cos\psi,$$

из которого следует, что электроны будут захвачены при выполнении неравенства

$$E_n\cos\psi>H_0\gamma_{\phi n}. \tag{19}$$

В волноводе с гофрированными стенками волна, в которой ускоряются электроны, поверхностная ($\psi=i\mid\psi\mid$), и неравенство (19) принимает вид

$$E_n\,\mathrm{ch}\,|\psi|>H_0\gamma_{\phi n}.$$

Видно, что условие захвата выполняется тем лучше, чем ближе электроны к стенкам волновода.

Будем рассматривать движение частиц вблизи центра $|\psi|=0$. Решение уравнения (17) для малых колебаний по x относительно ведущего центра, удовлетворяющих начальным условиям $\xi(0)=0$, $\dot\xi(0)=w_0$, получим методом ВКБ.

$$\xi=w_0\left[\gamma_{\phi n}/\gamma_r\Omega_\phi\Omega_\phi(0)\right]^{1/2}\sin\int_0^t\Omega_\phi dt, \tag{20}$$

где

$$\Omega_\phi^2=\frac{1}{\gamma_r}\left[\frac{\omega_H^2\gamma_{\phi n}^2}{\gamma_r^3}+\frac{\Omega_b^2}{\gamma_{\phi n}^2}\cos\varphi_s\right].$$

При

$$\frac{\Omega_b^2}{\gamma_{\phi n}^2}\cos\varphi_s\gg\frac{\omega_H^2\gamma_{\phi n}^2}{\gamma_r^3}$$

выражение (20) примет вид

$$\xi=(u_0/\Omega)\sin\int_0^t\Omega dt', \tag{21}$$

где

$$\Omega\equiv\Omega_b/\gamma_{\phi n}\gamma_r^{1/2},\quad u_0\equiv w_0(\gamma_{\phi n}/\gamma_r)^{3/4}.$$

Из (21) следует, что с ростом релятивистского фактора γ_r частота захватных колебаний уменьшается как $\Omega\sim\gamma_r^{-1/2}$, а амплитуда и скорость осцилляций уменьшаются как $\xi\sim\gamma_r^{-1/4}$ и $\dot\xi\sim\gamma_r^{-3/4}$ соответственно в отличие от результатов работы [7], где в нерелятивистском пределе $\beta_{\phi n}\ll1$ зависимость амплитуды и скорости осцилляций от релятивистского фактора была более резкая $\dot{\xi} \sim \gamma_r^{-3/4}$ и $\dot{\xi} \sim \gamma_r^{-5/4}$.

В поле электромагнитной волны наряду с продольным движением электроны совершают поперечное движение, описываемое уравнением (18). При $|\xi| \ll E_n c/\omega H_n$ решение этого уравнения методом ВКБ с начальными условиями $z(0)=z_0$, $\dot{z}(0)=v_{z0}$ принимает вид

$$z(t) = \left[\frac{\gamma_{\phi n}\Omega_{\perp 0}}{\gamma_r \Omega_\perp}\right]^{1/2}\left[z_0 \cos\int_0^t \Omega_\perp dt' + \frac{v_{z0}}{\Omega_{\perp 0}} \sin\int_0^t \Omega_\perp d t'\right], \tag{22}$$

где

$$\Omega_\perp^2 = k^2\Omega_b^2 \cos\varphi_s / k_{xn}^2\gamma_r.$$

При ускорении в периодически неоднородной среде, как видно из уравнения (22), электроны совершают устойчивые поперечные колебания с частотой $\Omega_\perp$ вблизи начального положения z_0. С ростом энергии частиц частота поперечных колебаний уменьшается как $\Omega_\perp \sim \gamma_r^{-1/2}$. При этом амплитуда и скорость осцилляций уменьшаются как $z \sim \gamma_r^{-1/4}$, $\dot{z} \sim \gamma_r^{-3/4}$ соответственно.

При ускорении в волноводе с гофрированными стенками $\Omega_\perp^2 = -\Omega^2$ и области устойчивого фазового движения $\Omega^2 > 0$ соответствует неустойчивое поперечное движение $\Omega_\perp^2 < 0$. Электроны, совершая захватные колебания по x, будут уходить на стенки волновода.

Для фокусировки ускоряемых электронов, например, можно подать на стенки волновода отрицательный потенциал относительно конца системы $x=x_к$. Такой метод фокусировки аналогичен фокусировке фольгами. Кроме того, как будет показано ниже, фокусировка может быть обеспечена несинхронными гармониками поля.

Фокусировка частиц гармониками электромагнитного поля

Рассмотрим влияние m-й гармоники на процесс ускорения в поле синхронной n-й гармоники (пусть $m=n-l$). Для доказательства такой возможности в уравнениях движения (4), подставляя поле (3), оставим не только синхронную (n-ю), но и несинхронную (m-ю). Как и выше, представляя продольное движение в виде суммы быстрого и медленного слагаемых и предполагая поперечное движение нерелятивистским, получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d}{dt}\gamma_r\frac{d\psi}{dt} - \gamma_r[\Omega^2 + \Omega_l^2\cos(\varphi_s - \omega_l t)]\psi = 0,$$

$$\frac{d}{dt}\gamma\frac{d\xi}{dt} + \gamma_r\left[\Omega_\Phi^2 + \frac{\Omega_{bl}^2}{\gamma_r\gamma_{\Phi n}^2}\cos(\varphi_s - \omega_l t)\right]\xi = -\frac{\Omega_{bl}^2}{\gamma_{\Phi n}^2}\sin(\varphi_s - \omega_l t), \tag{23}$$

где

$$\Omega_l^2 \equiv \frac{eE_{n-l}}{m\gamma_r}k_{xn}\left(\gamma_\Phi^{-2} - \frac{l\varkappa}{k_{xn}} - \beta_{\phi n}\dot{\xi}\right),$$

$$\omega_l \equiv l\varkappa c\beta_{\phi n}, \quad \Omega_{bl}^2 \equiv eE_{n-l}k_{xn}/m.$$

Уравнения (23) описывают фазовые колебания частицы с частотой, периодически изменяющейся со временем, и могут быть приведены к виду уравнений Матье. Покажем, что в этом случае возможны одновременно поперечная и продольная устойчивости. В большинстве практически интересных случаев $\omega_l \gg \Omega$, Ω_l, Ω_ϕ. Поэтому уравнения (23) решим приближенными методами. Представим траекторию отдельного электрона z в виде суммы медленного слагаемого $\bar{z}$ (характерное время изменения $\sim\Omega^{-1}$) и быстрого слагаемого $\tilde{z}$ (время изменения $\sim\omega_l^{-1}$): $z=\bar{z}+\tilde{z}$. Усредняя уравнение (23) по периоду $2\pi/\omega_l$, получим уравнение для $\bar{z}$

$$\frac{d}{dt}\gamma_r\frac{d\bar{z}}{dt} - \gamma_r\left[\Omega_\perp^2 - \frac{\Omega_l^4}{2\omega_l^2}\right]\bar{z} = 0. \tag{24}$$

Производя аналогичные вычисления, для координаты ξ ($\xi = \eta + \tilde{\eta}$) получим уравнение для продольных фазовых колебаний

$$\frac{d}{dt}\gamma_r \frac{d\eta}{dt} + \gamma_r\left[\Omega_\Phi^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\Omega_{bl}^2}{\gamma_{\Phi n}^2 \gamma_r \omega_l}\right)^2\right]\eta = 0. \tag{25}$$

Как видно из уравнений (24) и (25), учет несинхронной гармоники приводит к увеличению частоты фазовых колебаний, т. е. приводит к росту устойчивости фазовых колебаний, а при выполнении неравенства $\Omega_\perp^2 < \Omega_l^4/2\omega_l^2$ поперечное движение становится устойчивым. При $|\beta_{\Phi n}\xi\gamma_{\Phi n}^2| \ll 1$, $l\varkappa\gamma_{\Phi n}^2/k_{xn} \gg 1$ это условие принимает вид

$$\Omega_{bl}^2 \gamma_{\Phi n}^2 > 2\gamma_r \omega^2 \frac{E_n}{E_{n-l}} \cos\varphi_s. \tag{26}$$

Если электроны захвачены не нулевой гармоникой $n \neq 0$, то основную роль в процессе стабилизации будут играть низшие гармоники $m < n$, в основном нулевая ($m=0$). Для слабогофрированного волновода отношение E_n/E_{n-l} по порядку величины равно q^l. Поэтому даже при ускорении первой гармоникой ($n=1$, $m=0$, $l=1$) неравенство (26) может быть выполнено при ускорении электронов до значительной энергии.

Заключение. Выводы

В настоящей работе показано, что в плоском периодическом волноводе может быть осуществлено ускорение заряженных частиц, захваченных электромагнитной волной в поперечном магнитном поле. Темп ускорения является таким же, как и в серфотронном ускорении электростатической волной.

Ускоряются заряженные частицы, захваченные в потенциальную яму, образованную продольной составляющей электрического поля. При этом величина электрического поля волны, необходимая для захвата заряженных частиц в режим неограниченного ускорения, оказывается такой же, как и при ускорении продольной (плазменной) волной. Отметим, что в работе [11] рассмотрена другая модификация серфотронного метода — ускорение заряженных частиц поперечной электромагнитной волной в однородной диэлектрической среде, а также отмечена возможность ускорения волной H-типа в плоском волноводе с диэлектрическими стенками. Однако в этих случаях ускоряемые частицы захватываются в потенциальную яму, образованную пондеромоторной силой. В результате этого напряженность поля ускоряемой волны, необходимая для захвата заряженных частиц, должна быть в γ_Φ раз большей, чем в рассмотренной нами схеме. Методы ускорения, рассмотренные в настоящей работе и в работе [11], легко реализовать в радиодиапазоне. При этом они могут быть использованы для экспериментальной проверки основных принципов серфотронного метода ускорения.

Список литературы

[1] *Файнберг Я. Б.* Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 5. С. 607—625.
[2] *Tajima T., Dawson J. M.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. N 4. P. 267—270.
[3] *Chen P., Dawson J. M., Huff R. W., Katsouleas T.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. № 7. P. 693—696.
[4] *Апполонов В. В., Калачев Ю. А., Прохоров А. Ф., Федоров М. В.* // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. Вып. 2. С. 61—63.
[5] *Katsouleas T., Dawson J. M.* // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. N 5. P. 392—395.
[6] *Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 17. Вып. 7. С. 389—394.
[7] *Заславский Г. М., Моисеев С. С., Черников А. А.* // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 91. Вып. 1. С. 98—105.
[8] *Грибов Б. Э., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. Вып. 2. С. 54—58.
[9] *Nishida Y., Sato N.* // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. N 6. P. 653—656.
[10] *Millar R. F.* // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1971. Vol. 69. N 1. P. 217—225.
[11] *Takauchi S., Sakai K., Matsumoto M., Sugihara R.* // Phys. Lett. A. 1987. Vol. 122. N 5. P. 257—261.

Харьковский физико-технический
институт АН УССР

Поступило в Редакцию
4 мая 1988 г.
В окончательной редакции
10 марта 1989 г.