

01; 02

© 1990 г

## ЯМР-ГАММА ДВОЙНОЙ РЕЗОНАНС В УСЛОВИЯХ НЕРАВНОМЕРНОГО ЗАСЕЛЕНИЯ ПОДУРОВНЕЙ

B. V. Ломоносов, С. Б. Сазонов

Теоретически исследовано явление ЯМР-гамма двойного резонанса в условиях неравномерного заселения зеемановских подуровней мессбауэровского ядра. Найдено, что, используя переходы с перезаселением подуровней за счет взаимодействия с резонансным полем, можно получить сужение линий мессбауэровских переходов. Проанализированы характеристики углового распределения фотонов, испускаемых ориентированным источником в условиях двойного резонанса.

### Введение

Экспериментальные наблюдения эффекта ЯМР-гамма двойного резонанса [1] делают возможным наблюдения в мессбауэровской спектроскопии нелинейных эффектов, природа которых аналогична нелинейным эффектам, известным в оптике. Работы [2-4], в которых было осуществлено экспериментальное исследование этого эффекта, показали, с одной стороны, возможность, а с другой стороны, сложность его наблюдения, так как для этого требуется применять довольно мощные поля разного характера. Большинство выполненных экспериментов, за исключением [3], проводились в постановке, когда стимулированные высокочастотным полем переходы не нарушают равнозаселенности зеемановских подуровней. В данной работе рассматриваются некоторые явления в области мессбауэровской спектроскопии, которые могут иметь место в ЯМР-гамма двойном резонансе в условиях неравномерного заселения подуровней мессбауэровского ядра. Эти явления, особенно эффект сужения линий мессбауэровского спектра, показывают перспективность использования эффекта ЯМР-гамма двойного резонанса, что, как мы надеемся, стимулирует усилия экспериментаторов в этой области. Анализ показывает, что требуемые для успешного наблюдения рассматриваемых эффектов условия, конечно, являются предельными, но в то же время и не чересчур нереальными.

ЯМР-гамма двойной резонанс есть проявление в области мессбауэровской спектроскопии явлений, обусловленных образованием квазиэнергетических состояний (КЭС) в квантовой системе, взаимодействующей с периодическим полем, резонансным относительно системы ее уровней [5]. Эти состояния возникают в результате «перемешивания» стационарных уровней квантовой системы под действием резонансного поля.

Особо интересны явления, вызванные переходами между КЭС системы атом $+/-$ поле в условиях неравномерного заселения подуровней атома до начала воздействия переменного поля. В оптической области наблюдалось большое количество таких эффектов: расщепление линий, изменение знака коэффициента поглощения падающего на атом излучения, появление провалов в линии спонтанного перехода в двух- и трехуровневых системах и т. д.

### 1. Общая теория ЯМР-гамма двойного резонанса

Физическая суть явления ЯМР-гамма двойного резонанса рассмотрена во многих работах и состоит в следующем. Если на мессбауэровское ядро, находящееся в постоянном магнитном поле  $H_0$ , расщепляющем мессбауэровские уровни

на систему зеемановских подуровней, действует переменное магнитное поле  $H_{\sim}$ , частота которого резонансна системе подуровней, например возбужденного уровня со спином  $I_B$ , то образуется система КЭС в квантовой системе возбужденное ядро+поле. При этом в случае равномерного заселения подуровней, как следствие образования КЭС, каждая линия мессбауэровского спектра будет расщеплена на  $2I_B + 1$  компонент.

В работе [6] нами была развита теория Хаммермеша [1] на случай, когда не предполагается равнозаселенность подуровней. В ряде работ [7-10] сделано аналогичное обобщение теории, но с использованием других математических методов. В [6] задача расчета двойного резонанса рассматривалась как временная. Решалась система уравнений Шредингера для амплитуд вероятностей заселения подуровней с проекцией спина  $m_{A_{I_B, m}}(t)$  с использованием резонансного приближения. Предполагалось, что в начальный момент времени  $t = t_0$  с вероятностью  $|a_{m_0}|^2$  возбужден лишь подуровень  $(I_B, m_0)$  с проекцией  $m_0$  и энергией  $E_{I_B, m_0}$ . Соответствующая величина  $A_{I_B, m}(t)$  обозначается как  $A_{I_B, m}^{(m_0)}(t)$ . Используя методы общей теории эффекта затухания [11], система интегродифференциальных уравнений для  $A_{I_B, m}^{(m_0)}(t)$  преобразуется в систему алгебраических уравнений для спектральных амплитуд  $A_{I_B, m}^{(m_0)}(E)$ , решение которой имеет вид

$$A_{I_B, m}^{(m_0)}(E) = \frac{|A_{m_i m_j}^{(m_0)}(E)|}{|B_{m_i m_j}(E)|}. \quad (1)$$

Под индексом  $m_i$  подразумевается проекция спина  $I_B$ . Матрица  $B_{m_i m_j}$  имеет вид

$$B_{m_i m_i} = E - E_{I_B m_i} + i\hbar \frac{\Gamma}{2},$$

$$B_{m_i | m_i \pm 1} = -\alpha \sqrt{(I_B \mp m_i)(I_B \pm m_i + 1)} e^{\pm i\varphi_0}. \quad (2)$$

Остальные элементы матрицы  $B_{m_i m_j}$  равны нулю. Величина  $\alpha = (\hbar \mu_B H_{\sim}) / (4I_B)$ , пропорциональная частоте Раби, характеризует взаимодействие магнитного момента ядра  $\mu_B$  с переменным магнитным полем.  $\varphi_0$  — фаза поля  $H_{\sim}(t)$  в момент времени  $t = t_0$ . Матрица  $A_{m_i m_j}^{(m_0)}$  имеет вид  $A_{m_i m} = a_{m_0} \delta_{m m_0}$ , остальные —  $A_{m_i m_j} = B_{m_i m_j}$ ;  $\delta_{m m_0}$  — символ Кронекера. От  $A_{I_B m}(E)$  можно перейти к спектральной интенсивности. Согласно [11], для спектральной интенсивности  $\gamma$ -квантов энергии  $\hbar\omega_{k\lambda}$  и поляризации  $\lambda$ , излучаемых вследствие перехода ядра с подуровня  $(I_B, m)$  на подуровень основного состояния  $(I_0, m-\lambda)$ , имеет место выражение

$$I_{m, \lambda}(\hbar\omega_{k\lambda}) = \sum_{m_0} I_{m, \lambda}^{(m_0)} = \sum_{m_0} |a_{m_0}|^2 |H_{I_B m | I_0 m - \lambda k\lambda}|^2 \left| \frac{A_{m_i m_j}^{(m_0)}(\hbar\omega_{k\lambda})}{B_{m_i m_j}(\hbar\omega_{k\lambda})} \right|^2, \quad (3)$$

где  $\bar{A}_{m_i m_j}^{(m_0)}$  обозначает алгебраическое дополнение матрицы  $A_{m_i m_j}^{(m_0)}$ , полученное вычеркиванием  $m_0$ -й строки и  $m$ -го столбца.

Корни уравнения  $|B_{m_i m_j}(\hbar\omega_{k\lambda})| = 0$  определяют расщепление линии перехода  $(I_B, m) \rightarrow (I_0, m - \lambda)$ , характеризуемого матричным элементом  $H_{I_B m | I_0 m - \lambda k\lambda}$  в условиях двойного резонанса

$$\hbar\omega_{k\lambda} = E_0 + \hbar\mu_B H_0 m - \hbar\mu_0 H_0 (m - \lambda) + \hbar\delta m + \hbar\mu \sqrt{\delta^2 + 4\alpha^2}. \quad (4)$$

Здесь  $\delta = \omega - \omega_{res}$  — расстройка частоты поля  $H_{\sim}$  относительно резонанса;  $E_0$  — энергия мессбауэровского перехода;  $\mu = -I_B, -I_B + 1, \dots, I_B$ .

## 2. Сужение линий мессбауэровского перехода

Как уже говорилось выше, образование КЭС приводит к резкому изменению спектра спонтанного излучения квантовой системы. В ряде работ [12] было пока-

зано, что измененный спектр имеет нелоренцевый характер и всегда представим в виде суперпозиции в общем случае нелоренцевых линий

$$I(\omega) \sim \sum_n \frac{A_n + B_n(\omega - \omega_n)}{(\omega - \omega_n)^2 + \gamma_n^2}, \quad (5)$$

где  $\omega_n$ ,  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $\gamma_n$  — параметры, зависящие от свойств системы и поля.

Аналогично из (3) можно получить, что  $I_{m_0}^{(m_0)}$  всегда представима в форме (5), где  $\omega_n$  совпадает с решениями (4), а  $\gamma_n = \hbar(\Gamma/2)$ . Следуя (5), легко показать, что усреднение по неоднородному уширению приводит к выражению того же вида, в котором  $\Gamma$  равна наблюдаемой ширине линии с учетом неоднородного уширения.

Как видно из (5), возможность наблюдения расщепления линий определяется соотношением  $\alpha > \Gamma$  при  $\delta=0$ . При  $\alpha \leq \Gamma$  воздействие резонансного поля должно проявиться в изменении формы линии мессбауэровского перехода. Интенсивность компонент в (5) зависит как от проекции  $m$  подуровня, с которого совершается переход, так и от  $m_0$ -проекции первоначально заселенного подуровня. Если  $\alpha \leq \Gamma$ , то расщепление (4) явно не проявляется и представляет собой внутреннюю структуру линии перехода, которая зависит в данном случае от внешних параметров. Таким образом, открывается возможность, изменяя внешние параметры, влиять на форму линии перехода.

Для иллюстрации рассмотрим пример  $I_B=1$ ,  $I_0=0$ . Из (3) для интенсивности переходов  $I_m^{(m_0)}$ , разрешенных в этом случае, имеют место выражения

$$\begin{aligned} I_{+1}^{(+1)} &= [(E - \sqrt{2}\alpha)^2 + \Gamma^2/4][(E + \sqrt{2}\alpha)^2 + \Gamma^2/4]/Q, \\ I_0^{(+1)} &= 2\alpha^2(E^2 + \Gamma^2/4)/Q, \\ I_{-1}^{(+1)} &= 4\alpha^4/Q, \end{aligned}$$

$$Q = [(E - 2\alpha)^2 + \Gamma^2/4][(E + 2\alpha)^2 + \Gamma^2/4](E^2 + \Gamma^2/4). \quad (6)$$

Произведя разложение типа (5), обозначив  $\gamma \equiv \Gamma/2$ , получим

$$\begin{aligned} I_{+1}^{(+1)} &= s_1 + s_2 + s_3 = \frac{\alpha(5\alpha^2 + 2\gamma^2)E - 8\alpha^4 + 2\gamma^4 + 3\alpha^2\gamma^2}{4(\alpha^2 + \gamma^2)(8\alpha^2 + 2\gamma^2)[(E - 2\alpha)^2 + \gamma^2]} + \\ &+ \frac{\alpha^2 + 2\gamma^2}{4(\alpha^2 + \gamma^2)(E^2 + \gamma^2)} + \frac{-\alpha(5\alpha^2 + 2\gamma^2)E - 8\alpha^4 + 2\gamma^4 + 3\alpha^2\gamma^2}{4(\alpha^2 + \gamma^2)(8\alpha^2 + 2\gamma^2)[(E + 2\alpha)^2 + \gamma^2]}, \\ I_0^{(+1)} &= \frac{-\alpha E/4 + \alpha^2}{(4\alpha^2 + \gamma^2)[(E - 2\alpha)^2 + \gamma^2]} + \frac{\alpha E/4 + \alpha^2}{(4\alpha^2 + \gamma^2)[(E + 2\alpha)^2 + \gamma^2]}, \\ I_{-1}^{(+1)} &= s_1 + s_2 + s_3 = \frac{-3\alpha^3E + \alpha^2(8\alpha^2 - \gamma^2)}{8(\alpha^2 + \gamma^2)(4\alpha^2 + \gamma^2)[(E - 2\alpha)^2 + \gamma^2]} + \\ &+ \frac{\alpha^2(8\alpha^2 + 2\gamma^2)}{8(\alpha^2 + \gamma^2)(4\alpha^2 + \gamma^2)[(E^2 + \gamma^2)]} + \frac{3\alpha^3E + \alpha^2(8\alpha^2 - \gamma^2)}{8(\alpha^2 + \gamma^2)(4\alpha^2 + \gamma^2)[(E + 2\alpha)^2 + \gamma^2]}. \end{aligned} \quad (7)$$

На рис. 1, 2 приведены соответственно графики  $I_{-1}^{(+1)}$  и  $I_{+1}^{(+1)}$  и их компонент. Среднее слагаемое в  $I_{-1}^{(+1)}$  носит лоренцевый характер и всегда положительно. Крайние же компоненты при  $\alpha \leq \Gamma$  имеют асимметричный нелоренцевый вид. Вследствие того что они отрицательны, они уменьшают вклад средней компоненты, и в результате линия  $I_{-1}^{(+1)}$  имеет ширину, меньшую  $\Gamma$ . В то же время для линии  $I_{+1}^{(+1)}$  все слагаемые положительны при всех значениях  $\alpha$ , и, следовательно, ширина линии  $I_{+1}^{(+1)}$  будет больше  $\Gamma$ , хотя она имеет нелоренцевую форму. С достижением значений величин  $\alpha > \Gamma$  все компоненты (как  $I_{+1}^{(+1)}$ , так и  $I_{-1}^{(+1)}$ ) становятся положительными лоренцианами и линии распадаются на три отдельные лоренцевые линии шириной  $\Gamma$ .

Нами проанализировано влияние описанного эффекта на форму линий мессбауэровских переходов в  $^{181}\text{Ta}$  и  $^{57}\text{Fe}$ . Проведенные расчеты показали, что для предельного случая селективного возбуждения можно добиться сужения обычно наблюдавшихся линий ( $\sim 1.5 \Gamma_0$  для  $^{57}\text{Fe}$  и  $\sim 45 \Gamma_0$  для  $^{181}\text{Ta}$ , где  $\Gamma_0$  — естественная ширина) на 30 % для  $^{57}\text{Fe}$  и для  $^{181}\text{Ta}$  почти вдвое.

Эффект сужения линий больше для больших значений  $I_B$ . В случае равнозаселенности всех подуровней рассматриваемый эффект не должен наблюдаться,

так как полная интенсивность (3) в этом случае есть сумма по всем  $m_0$  с равными весами и не содержит нелоренцевых компонент (см. также [1]). Расстройка частоты поля  $H_\sim$  по отношению к резонансу ( $\delta \neq 0$ ) уменьшает величину эффекта сужения.

Сужение линии может иметь место только для переходов, происходящих с перезаселением подуровней, и поэтому в случае селективного возбуждения рассеивателя неизбежна общая потеря интенсивности. Максимальная интенсивность излучения, отвечающая переходу с уменьшенной шириной, может составлять величину порядка  $(\alpha/\Gamma)^2$  от интенсивности линии перехода без перезаселения подуровней. Расчеты показывают, что эта величина может достигать десятков процентов.

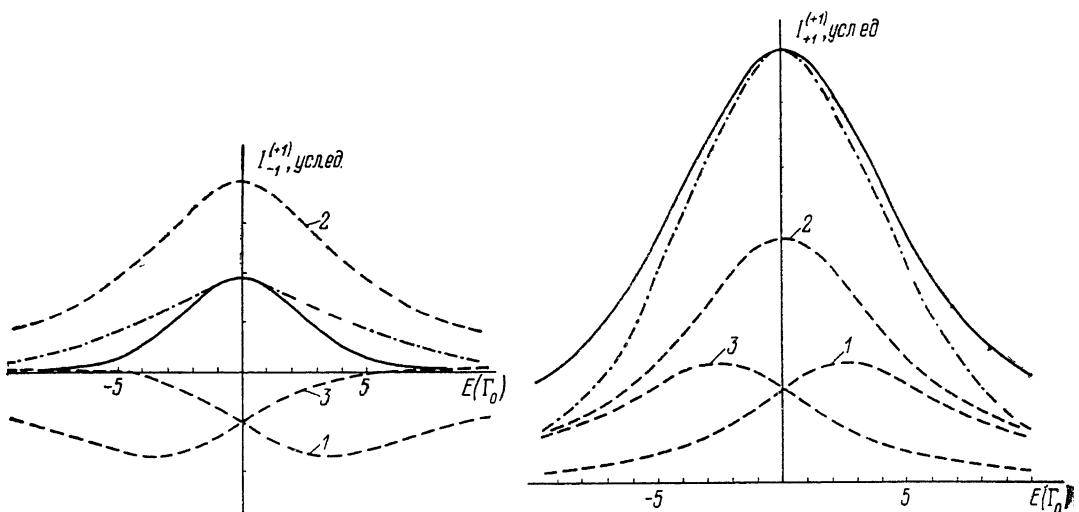


Рис. 1. Спектр  $I_{-1}^{(+1)}$  (сплошная кривая) и составляющие его компоненты (штриховые кривые). Нумерация кривых соответствует формуле (7).  $\Gamma=10 \text{ Г}_\circ$ ,  $\alpha=\Gamma_\circ$ . Штрихпунктир — лоренцевая ширина  $\Gamma$ .

Рис. 2. Спектр  $I_{+1}^{(+1)}$  и составляющие его компоненты.

Обозначения и величина параметров  $\Gamma$  и  $\alpha$  те же, что на рис. 1.

Нами проанализировано, при каких условиях возможно наблюдение описанного эффекта на ориентированном ядре. Расчеты показывают, что сужение линий будет иметь место при достижении параметра ориентации ядра  $\theta_k = (\omega_B H_0)/(I_B kT)$  значений, больших 2. Так для ядра  $^{57}\text{Co}$  при  $T \sim 0.1 \text{ К}$  из выражения для  $\theta_k$  следует, что необходимая ориентация ядра может быть достигнута при значении поля  $H_0$ , равном 41 Тл (для  $^{181}\text{W}$  эта оценка дает значение  $\sim 200 \text{ Тл}$ ). В работе [18] приведены экспериментальные данные по реализации эффекта ориентации кобальтового источника в сверхнизких температурах. Авторы показали, что ориентация ядра  $^{57}\text{Co}$  для температур  $\sim 0.12 \text{ К}$  при превращении его путем электронного захвата в ядро  $^{57}\text{Fe}$  в значительной степени сохраняется и достигает, если ее оценивать по величине интенсивностей крайних линий мессбауэровского спектра, значения 1 : 2. Из этих результатов следует, что для реализации рассматриваемой нами ситуации ( $\theta_k=2$ ) необходимо иметь значение поля  $H_0 \sim 300 \text{ Тл}$ . Но эффект сужения линий можно наблюдать, сравнивая величину уширения различных линий мессбауэровского спектра приложении переменного резонансного поля частотой  $\sim 45.4 \text{ МГц}$  и величиной  $\sim 10^{-1} H_0$ . При этом можно ограничиться достижением ориентации, при которой  $\theta_k \sim 1$ . Если исходить из данных работы [18], то необходимое значение поля в этом случае составит не более 75 Тл.

### 3. Угловое распределение излучения ориентированного ядра

Известны работы по экспериментальному исследованию углового распределения излучения ориентированных ядер [14]. В случае двойного резонанса это распределение будет носить более сложный характер и будет зависеть от ряда

дополнительных параметров. Кроме того, по динамике углового распределения при включении переменного поля можно судить о динамике перезаселения подуровней за счет индуцированных резонансным полем переходов.

Угловое распределение излучения ориентированного ядра имеет асимметричный характер. В случае двойного резонанса вероятность излучения ядра под углом  $\vartheta$  по отношению к направлению поля  $H_0$  определяется выражением

$$W(\vartheta) = \sum_{m, \lambda} |H_{I_B m}|_{I_0 m \rightarrow k} (\pm) |^2 a_{I_B m}, \quad (8)$$

где  $a_{I_B m}$  есть заселенность подуровня  $(I_B, m)$  и задается формулой

$$a_{I_B m} = \sum_{m_0} |a_{m_0}|^2 \int dE \left| \frac{A_{m_i m_j}^{(m_0)}(E)}{|B_{m_i m_j}(E)|} \right|^2. \quad (9)$$

Согласно [15], для дипольного перехода и  $I_0 = I_B - 1$  вероятность  $W(\vartheta)$  приводится к виду

$$W(\vartheta) = \frac{1}{4\pi} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{I_B}{2I_B - 1} f P_2(\cos \vartheta) \right\}, \quad (10)$$

где  $P_2(\cos \vartheta) = (3/2)(\cos^2 \vartheta - 1/3)$ , а  $f = (1/I_B^2) \left\{ \sum_m m^2 a_{I_B m} - (I_B/3)(I_B + 1) \right\}$ .

Пусть вероятности заселения подуровней ориентированного ядра в отсутствие поля  $H_\sim$  определяются выражением

$$|a_{m_0}|^2 = \frac{1}{2I_B + 1} \frac{e^{-\theta_k m_0}}{\sum_{m_0} e^{-\theta_k m_0}}. \quad (11)$$

Величина  $f$  характеризует степень асимметрии углового распределения вылетающих квантов. Если заселенности подуровней в отсутствие поля  $H_\sim$  одинаковы, то  $f=0$ . Можно показать, что воздействие переменного резонансного поля не изменяет равенство нулю  $f$  и не приводит к появлению асимметрии в угловом распределении. Другая ситуация складывается, если поле не будет настроено в резонанс. Тогда, следя [6], находим, что в этом случае угловое распределение становится осциллирующей функцией времени.

Если ядро ориентировано, то  $f \neq 0$  и угловое распределение вылетающих квантов неизотропно. В этом случае воздействие переменного резонансного поля, изменяя заселенности подуровней, будет влиять на угловое распределение фотонов, причем как при стационарной, так и при временной постановке эксперимента. На рис. 3 представлены зависимости степени асимметрии углового распределения  $f$  от величины взаимодействия ядра с переменным магнитным полем  $a$ . С ростом  $a$  параметр  $f$  уменьшается, но стремится к константе, отличной от нуля, величина которой зависит от степени ориентированности ядра. Такое поведение кривых, по всей видимости, отражает эффект насыщения при достаточно больших значениях  $a$ . Неравенство нулю предельных значений  $f$  означает, что равномерное распределение заселеностей подуровней не имеет места даже при очень больших напряженностях резонансного поля. На рис. 4 показано влияние расстройки. С ростом величины расстройки асимметричность углового распределения уменьшается, исчезает совсем при некотором значении  $\delta$  и потом увеличивается вновь, стремясь к значениям, соответствующим случаю отсутствия резонансного поля. Исчезновение асимметрии происходит тогда, когда распределение заселеностей подуровней приобретает линейный характер зависимости от значения проекции спина

$$a_{I_B m} = mb(|m|) + 1/(2I_B + 1), \quad (12)$$

где  $b(|m|)$  есть константы, зависящие от модуля проекции момента.

Рассмотрим временную зависимость углового распределения вылетающих квантов. В этом случае  $a_{I_B m}(t)$  в формуле (10) определяется выражением

$$a_{I_B m}(t) = \sum_{m_0} |a_{m_0}|^2 \left| \int dE \frac{|\bar{A}_{m_i m_j}(E)|}{|B_{m_i m_j}(E)|} e^{-i(E-E_{I_B m})\frac{t-t_0}{\hbar}} \right|^2. \quad (13)$$

Подставляя в (10) конкретные значения  $a_{I_B m}$  из (13), можно показать, что в случае неравномерного заселения подуровней угловое распределение испускаемых фотонов будет испытывать затухающие временные осцилляции с периодом, обратно пропорциональным величине, и амплитудой тем большей, чем больше ориентированность ядра.

#### 4. Временные осцилляции суммарной заселенности ядра рассеивателя при селективном возбуждении

Временная методика экспериментов, как известно, отличается большой трудоемкостью из-за необходимости использовать источники малых интенсивностей. Сделаем одно замечание по поводу временных экспериментов с использованием явлений двойного резонанса.

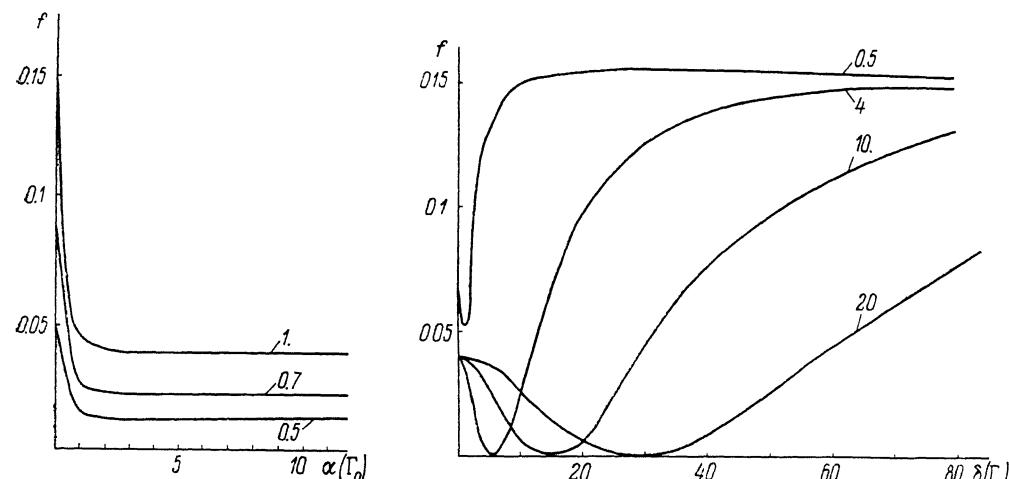


Рис. 3. Зависимость степени асимметрии углового распределения вылетающих фотонов  $f$  от величины  $\alpha$ , вычисленная при различных значениях параметра ориентации ядра  $\theta_k$ .  
 $I_B = 3/2$ .

Рис. 4. Зависимость  $f$  от расстройки частоты резонансного поля для различных значений  $\alpha$ .  
 $\theta_k = 1$ ,  $I_B = 3/2$ .

Если просуммировать заселенность всех подуровней  $a_{I_B m}(t)$  при фиксированном значении  $m_0$ , когда в сумме (13) остается только одно слагаемое, то полученные величины  $S_{m_0}(t)$  будут от времени для источника и для рассеивателя вести себя различно: если для источника получается просто затухающая экспонента, то для рассеивателя  $S_{m_0}(t)$  будут представлять собой затухающие осциллирующие функции [6]. Для примера в [6] для  $I_B=3/2$ ,  $I_0=1/2$  получено

$$S_{\pm 1/2}(t) = \frac{1}{16\alpha^2} (224/9 - 8/9 \cdot \cos 3at - 24 \cos at) e^{-rt/t},$$

$$\cdot S_{\pm 1/2}(t) = \frac{1}{16\alpha^2} (32/3 - 8/3 \cdot \cos 3at - 8 \cos at) e^{-rt/t}. \quad (14)$$

$S_{m_0}$  определяют суммарную интенсивность всех переходов в ядре. Очевидно, что наблюдение осцилляций суммарной интенсивности предпочтительнее анализа поведения во времени интенсивности линий отдельных переходов.

## Заключение

Полученные теоретические результаты показывают, что проведение экспериментов по ЯМР-гамма двойному резонансу в условиях неравномерного заселения подуровней ядра было бы интересно как с точки зрения исследования самого эффекта, так и с точки зрения перспективы практического использования явления. Отметим, что исследования нелинейных эффектов при взаимодействии гамма-излучения с веществом методами мессбауэровской спектроскопии позволяют разработать новые методы, с помощью которых можно будет управлять неоднородной шириной линий ядерных изомеров в веществе.

## Список литературы

- [1] Hack M. N., Hammermesh M. // IL Nuovo Chim. 1961. Vol. 19. P. 546—557.
- [2] Бойтовецкий В. К., Черемисин С. М., Сазонов С. Б. // Письма ЖЭТФ. 1979. Т. 30. Вып. 11. С. 711—716.
- [3] Heiman N. D., Walker J. C., Pfeiffer L. // Phys. Rev. 1969. Vol. 184. N 2. P. 281—284.
- [4] Якимов С. С., Мкртычян А. Р., Зарубин В. Н. и др. // Письма ЖЭТФ. 1977. Т. 26. Вып. 1. С. 16—19.
- [5] Зельдович Я. Б. // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. Вып. 5. С. 1492—1495.
- [6] Бойтовецкий В. К., Сазонов С. Б. Препринт ИАЭ. № 3954/2. М., 1984.
- [7] Dzyublik A. Ya. // Phys. Stat. Sol. (B). 1984. Vol. 104. P. 81—88.
- [8] Афанасьев А. М., Александров П. А. Препринт ИАЭ. № 3337/9. М., 1980.
- [9] Макаров Е. Ф., Митин А. В. // УФН. 1976. Т. 120. № 1. С. 55—84.
- [10] Башкиров Ш. Ш., Садыков Э. К. // ФТТ. 1978. Т. 20. Вып. 11. С. 3444—3446.
- [11] Гайтмер В. Квантовая теория излучения. М.: ИЛ, 1956. 192 с.
- [12] Апанасевич П. А. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1968. Т. 32. С. 1299—1304.
- [13] Kaitila T. E. // Phys. Lett. A. 1967. Vol. 25. P. 758—760.
- [14] Wilson G. V. H. // Appl. Phys. Lett. 1977. Vol. 30. N 4. P. 213—215.
- [15] Де Гроот С. Р., Тольхук Х. А. // Сб. / Под ред. К. Зигбана. М.: Физматгиз, 1959. С. 556—566.

Институт атомной энергии  
им. И. В. Курчатова  
Москва

Поступило в Редакцию  
20 февраля 1989 г.