

делению падению напряжения в структуре, увеличению его доли падающей на границе раздела и усилению электродного процесса.

Заметим, наконец, что внешнее электрическое поле приводит также к некоторой миграции атомов самого ХСП, которая также сказывается, по-видимому, на свойствах структуры после ЭСХП. Описание этих результатов предполагается привести в другой работе.

### Список литературы

- [1] Андриеш А. М., Циуляну Д. И., Коломейко Э. П. // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. Вып. 3. С. 135—137.
- [2] Utsumi N., Wada M. // Jap. J. Appl. Phys. 1971. Vol. 10. N 1. P. 79—83.
- [3] Коломиец Б. Т., Кочемировский А. С., Мамонтова Т. Н., Пивоварова Л. В. // ФТП. 1978. Т. 12. Вып. 7. С. 1322—1326.
- [4] Андриеш А. М., Циуляну Д. И. // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 1. С. 38.
- [5] Андриеш А. М., Ганин В. М., Коломиец Б. Т. и др. // Письма в ЖТФ. 1975. Т. 1. Вып. 12. С. 578—581.
- [6] Корсаков В. В., Цукерман В. Г. // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 1. С. 10—12.
- [7] Андриеш А. М., Циуляну Д. И., Тридох Г. М. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 4. С. 745—748.
- [8] Нефедов В. И., Черепин В. Т. Физические методы исследования поверхности твердых тел. М.: Наука, 1983. 423 с.
- [9] Лазарев В. Б., Соболев В. В., Шаплыгин Н. С. Химические и физические свойства простых оксидов металлов. М.: Наука, 1983. 240 с.
- [10] Eta Y., Hayashi T. // Jap. J. Appl. Phys. 1982. Vol. 21. N 12. P. 1665—1670.

Институт прикладной физики  
АН Молдавской ССР

Кишинев

Институт общей и неорганической химии  
АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
8 февраля 1989 г.

01; 06

Журнал технической физики, т. 60, в. 6, 1990

© 1990 г.

## ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОБСТВЕННЫХ МОД ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КОНИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

Л. А. Мельников, Р. Г. Бауэр

В волоконно-оптических линиях связи и в волоконных датчиках широко используются сплавные биконические направленные ответвители, конусообразные узкополосные фильтры и конические волоконные поляризаторы, неотъемлемым конструктивным элементом которых является одномодовое волокно с коническим участком. Известно, что потери мощности, спектральные и поляризационные характеристики перечисленных элементов во многом определяются геометрией конического участка одномодового волокна [1—3]. Поэтому представляет определенный интерес изучение особенностей распространения электромагнитных волн в коническом диэлектрическом волноводе.

В известной нам литературе этот вопрос рассматривался в рамках приближенных теорий локальных [4] и связанных локальных мод [2]. В теории локальных мод световод с плавно изменяющимися по длине параметрами аппроксимируется последовательностью конечных цилиндров, внутри каждого из которых электромагнитное поле рассматривается как поле бесконечно длинного световода. Для одномодового волокна в случае изменения радиуса сердцевинки вдоль волокна применение теории локальных мод корректно, если выполняется так называемый критерий плавности  $\theta(z) \ll (2\Delta)^{1/2}(\bar{W}^2/4\pi V)$ , где  $\theta(z)$  — локальный угол относительно оси  $z$ ;  $\Delta \cong (n_1 - n_2)/n_1$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  — показатели преломления среды сердцевинки и оболочки соответственно;  $\bar{W}$  — поперечный параметр затухания в случае слабой волноводности;  $V$  — характеристическая частота [4]. Численные оценки показали, что для конуса с углом  $\theta = 0.1^\circ$  это условие выполняется, начиная с  $V > 2.4$ , а с углом  $\theta = 1^\circ$  — только начиная с  $V > 10$ . Таким образом, использование теории локальных мод во всей области одномодового режима ( $V \leq 2.405$ ) возможно при условии, что угол конуса очень мал.

Теория связанных локальных мод, охватывающая потери мощности локальной моды вследствие ее взаимодействия с полем излучения или с другими локальными модами, является более точной. Однако, как показано в работе [2], согласие теоретически рассчитанных в рамках данной теории коэффициентов связи  $K$  и разности постоянных распространения  $\Delta\beta$  в случае взаимодействия  $HE_{11}$ - и  $HE_{12}$ -мод с экспериментальными данными было в пределах 20 %.

В настоящей работе рассматриваются особенности распространения электромагнитных волн в коническом диэлектрическом волноводе с неограниченной оболочкой путем точного решения волнового уравнения. Подобная задача решалась только для полностью проводящего конуса в свободном пространстве [5]. Волновое уравнение следует решать в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$ , так как концентрическая поверхность прямого кругового конуса с вершиной в начале координат относится к основным семействам поверхностей данной системы координат. Используя представление полей через потенциалы Дебая и применяя метод разделения переменных, дифференциальное волновое уравнение в частных производных было сведено к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В результате решения полученной системы уравнений были определены связанные с потенциалами Дебая скалярные функции  $U^{TE}$  для электрических и  $U^{TM}$  магнитных типов колебаний, через которые определенным образом выражаются составляющие полей  $E_r, E_\theta, E_\varphi, H_r, H_\theta, H_\varphi$  [6].

Учитывая реальный характер проведения полей в сердцевине и в оболочке волновода [4], в случае диэлектрического конуса с углом при вершине  $2\theta$  и показателем преломления  $n_1$ , помещенного в среду с показателем преломления  $n_2$ , был получен следующий вид этих функций:

$$\begin{aligned} U^{TE} &= \psi_j(k_j r) (a P^m(\cos \theta) + b Q^m_{\nu_j}(\operatorname{ch} \theta)) e^{im\varphi} e^{i\omega t}, \\ U^{TM} &= \psi_j(k_j r) (c P^m_{\nu_j}(\cos \theta) + d Q^m_{\nu_j}(\operatorname{ch} \theta)) e^{im\varphi} e^{i\omega t}, \end{aligned}$$

где  $a, b, c, d$  — произвольные постоянные ( $b=d=0$  внутри конуса,  $a=c=0$  вне конуса);  $j=1, 2$  внутри и вне конуса соответственно;  $k_j$  — волновое число;  $\psi_1 = j_{\nu_1}^{(1)}(k_1 r)$  — сферическая функция Бесселя I рода;  $\psi_2 = J_{\tau_2}^{(1)}(k_2 r)$  — функция Бесселя I рода;  $P^m_{\nu_j}(\cos \theta)$  и  $Q^m_{\nu_j}(\operatorname{ch} \theta)$  — присоединенные полиномы Лежандра I и II рода соответственно.

Порядок  $m$  и степень  $\nu_j$  полиномов определяются в процессе разделения переменных в волновом уравнении и связаны с поперечными параметрами распространяющейся моды следующим образом:  $U^2 = \nu_1(\nu_1+1)\operatorname{tg}^2\theta$ ,  $W^2 = \nu_2(\nu_2+1)\operatorname{tg}^2\theta$ ,  $V^2 = U^2 + W^2$ , где  $V$  — характеристическая частота;  $m=0, 1, 2, \dots$  — азимутальный порядок моды. Причем для конической поверхности  $\nu_j = -(1/2) + \tau_j$ , где  $\tau_j$  — вещественное число. Поле гибридных мод  $HE_{m\ell}$  и  $EH_{m\ell}$  можно определить как сумму полей  $TE$ - и  $TM$ -типов колебаний [6]. Используя граничные условия, заключающиеся в непрерывности тангенциальных составляющих полей на поверхности диэлектрического конуса, получаем следующее характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{P'_{\nu_1}{}^m(\cos \theta)}{P^m_{\nu_1}(\cos \theta) \nu_1(\nu_1+1)} + \frac{Q'_{\nu_2}{}^m(\operatorname{ch} \theta)}{Q^m_{\nu_2}(\operatorname{ch} \theta) \nu_2(\nu_2+1)} \right] \times \\ & \times \left[ \frac{P'_{\nu_1}{}^m(\cos \theta)}{P^m_{\nu_1}(\cos \theta) \nu_1(\nu_1+1)} + \frac{(1-2\Delta) Q'_{\nu_2}{}^m(\operatorname{ch} \theta)}{Q^m_{\nu_2}(\operatorname{ch} \theta) \nu_2(\nu_2+1)} \right] = \\ & = - \left( \frac{m}{k_1 \sin \theta} \right)^2 \left[ \frac{\psi'_1(k_1 r)}{\psi_1(k_1 r) \nu_1(\nu_1+1)} + \frac{\psi'_2(k_2 r)}{\psi_2(k_2 r) \nu_2(\nu_2+1)} \right] \times \\ & \times \left[ \frac{\psi'_1(k_1 r)}{\psi_1(k_1 r) \nu_1(\nu_1+1)} + \frac{(1-2\Delta) \psi'_2(k_2 r)}{\psi_2(k_2 r) \nu_2(\nu_2+1)} \right], \end{aligned}$$

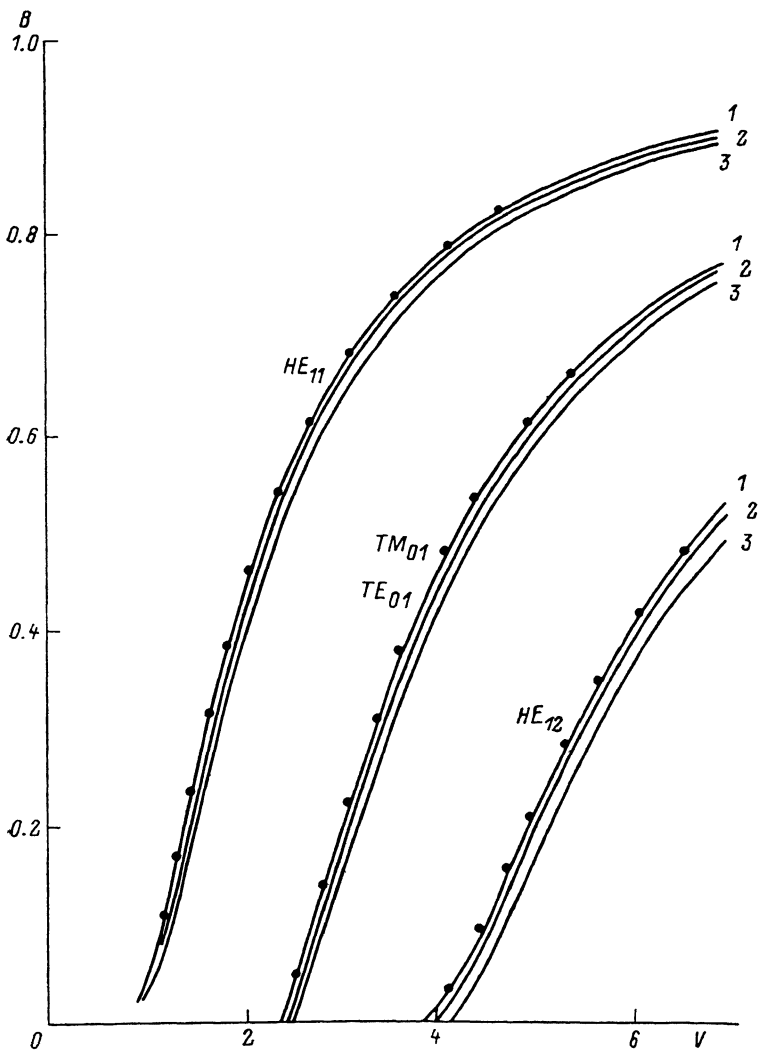
где штрих для присоединенных полиномов Лежандра обозначает производную по углу  $\theta$ , а для функции  $\psi_j(k_j r)$  производную по  $r$ .

В частном случае при  $m=0$  это уравнение распадается на два характеристических уравнения для  $TE$ - и  $TM$ -мод. В общем случае  $m \geq 1$ , используя условие слабой волноводности  $\Delta \ll 1$  и соответствующие асимптотические разложения функций  $\psi_j(k_j r)$  [7], характеристическое уравнение можно упростить

$$\left[ \frac{P'_{\nu_1}{}^m(\cos \theta)}{P^m_{\nu_1}(\cos \theta) U^2} + \frac{Q'_{\nu_2}{}^m(\operatorname{ch} \theta)}{Q^m_{\nu_2}(\operatorname{ch} \theta) W^2} \right] = \pm \frac{m}{\sin \theta} \left( \frac{V^2}{U^2 W^2} \right).$$

Выбирая определенным образом знаки в правой части уравнения и используя рекуррентные соотношения для полиномов, это уравнение можно записать для конкретной моды волновода. Так, для  $HE_{1M}$ -моды уравнение принимает следующий вид:

$$\left[ \cos \theta - \sin \theta \left( \frac{1}{4} - \tau_1^2 \right) \frac{P_{-\frac{1}{2} + \tau_1}^0(\cos \theta)}{P_{-\frac{1}{2} + \tau_1}^1(\cos \theta)} \right] \frac{1}{u^2} + \left[ \frac{1}{\operatorname{th} \theta} + \left( \frac{1}{4} - \tau_2^2 \right) \frac{Q_{-\frac{1}{2} + \tau_2}^0(\operatorname{ch} \theta)}{Q_{-\frac{1}{2} + \tau_2}^1(\operatorname{ch} \theta)} \right] \frac{\sin \theta}{W^2} = \frac{V^2}{U^2 W^2}. \quad (1)$$



Зависимость фазового параметра  $B$  от характеристической частоты  $V$  для различных углов конуса при  $\Delta=0.01$ .

$\theta$ , град: 1 — 0.1; 2 — 10; 3 — 20.

В коническом волноводе при отсечке ( $W=0$ ,  $U=V=V_c$ ,  $V_c$  — характеристическая частота отсечки) параметры  $\tau_1 = (V_c^2 / \operatorname{tg}^2 \theta + 1/4)^{1/2}$ ,  $\tau_2 = 1/2$ . Для  $HE_{1M}$ -моды из уравнения (1) вытекает следующее условие отсечки:  $P_{-(1/2)+\tau_1}^1(\cos \theta) = 0$ . Используя асимптотические разложения функций  $P_{\nu}^m(\cos \theta)$  и  $Q_{\nu}^m(\operatorname{ch} \theta)$ , можно показать, что при малых  $\theta$  полученные уравнения полностью переходят в уравнения для цилиндрического волновода [7].

Численный анализ характеристического уравнения показал, что при малых углах вычисление функций  $P_m^m(\cos \theta)$  и  $Q_m^m(\operatorname{ch} \theta)$ , выраженных через гипергеометрические функции, затруднено в связи со слабой сходимостью соответствующих рядов. Поэтому при малых углах, когда  $\tau$  велико, для вычисления функций  $P_m^m(\cos \theta)$  и  $Q_m^m(\operatorname{ch} \theta)$  использовались их асимптотические разложения по функциям Бесселя [9, 10]. Как показали расчеты, точность вычисления фазового параметра  $B = W^2/V^2$  с использованием асимптотики для  $\theta = 10^\circ$  составила  $2 \cdot 10^{-4} \%$  при  $\tau_2 \sim 10$  и  $1.8 \%$  при  $\tau_2 \sim 2$ . Поэтому использование асимптотических разложений для функций  $P_m^m(\cos \theta)$  и  $Q_m^m(\operatorname{ch} \theta)$  при малых углах правомерно (для  $\theta = 0.1^\circ$  при  $V \sim 1$ ,  $\tau_2 \sim 120$ ). Результаты численного решения характеристического уравнения для мод низших порядков представлены на рисунке в виде зависимости фазового параметра  $B$  от характеристической частоты  $V$ . Характеристическая частота рассчитывалась по формуле  $V = \rho k (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$ , где  $\rho = r \operatorname{tg} \theta$  — радиус поперечного сечения на расстоянии  $r$  от вершины конуса. Фазовый параметр  $B$  стремится к нулю вблизи отсечки и к единице вдали от нее, т. е. полученная зависимость  $B(V)$  верно отражает характер распространения мод волновода. Как видно из рисунка, кривые для  $\theta = 0.1^\circ$  практически совпадают с кривыми для цилиндрического волновода, обозначенными точками. Увеличение угла конуса ведет к уменьшению фазового параметра  $B$ , причем для  $TE_{01}$ -,  $TM_{01}$ - и  $HE_{12}$ -мод угловая зависимость заметно больше, чем для основной  $HE_{11}$ -моды. Поэтому в конической области маломодового волокна можно ожидать подавление мод более высоких порядков.

Зависимость параметров распространения оптических волн в коническом волноводе от угла конуса уменьшает значение фазового параметра  $B$  для  $HE_{11}$ -моды при  $V = 2.1$  на  $8 \%$  для углов конуса  $15^\circ$  и  $20^\circ$  соответственно. Слабая зависимость параметра  $B$  основной  $HE_{11}$ -моды от угла конуса при малых углах хорошо согласуется с экспериментальными данными работы [11], из которых следует, что для сильно вытянутых конических переходов имеют место малые потери мощности. Несмотря на то что в работе [11] рассматривался сплавной направленный ответитель, конический переход в котором имеет более сложную структуру, такое сопоставление возможно, так как в работе [12] показано, что критерии получения конических перетяжек с малыми потерями и в ответителе, а также для одномодового конического волокна аналогичны.

Зависимости  $B(V)$ , приведенные на рисунке, были рассчитаны для  $\lambda = 0.83$  мкм при  $\Delta = 0.01$ . Однако поскольку рассматриваемый диэлектрический конус относится к масштабноинвариантным системам [13], то характеристическая частота  $V$ , которая объединяет характеристики волновода и частоту распространяющейся волны, остается постоянной при одновременном изменении  $\rho$  в  $a$  раз и частоты  $\omega$  в  $1/a$  раз. Поэтому полученные зависимости  $B(V)$  являются универсальными в том смысле, что ими можно пользоваться при любых частотах  $(1/a)\omega$ , заменяя  $\rho$  на  $a\rho$  для сохранения  $V = \text{const}$ . Кроме того, так как поперечные параметры  $U$ ,  $W \sim \rho$ , то на расстоянии  $ar$  от вершины конуса поле волны, распространяющейся с частотой  $(1/a)\omega$ , имеет структуру, подобную той, которую имеет поле волны, распространяющейся с частотой  $\omega$ , на расстоянии  $r$  от вершины конуса, только растянутую в  $a$  раз, если  $a > 1$ . На рисунке движение по оси  $V$  соответствует продвижению вдоль оси конуса ( $V \sim r$ ), поэтому при  $\omega = \text{const}$  из данного рисунка можно определить изменение поля на любом расстоянии  $r$  от начала конического участка волновода в зависимости от величины угла  $\theta$ . Отметим, что приведенные результаты также позволяют оценить величину затухания поля в оболочке по мере распространения волны вдоль конического волновода путем определения поперечного параметра затухания  $W$ .

### Список литературы

- [1] Lacroix S., Gonthier F., Bures J. // Opt. Lett. 1986. Vol. 11. N 10. P. 671—673.
- [2] Cassidy D. T., Johnson D. C., Hill K. O. // Appl. Opt. 1985. Vol. 24. N 7. P. 945—950.
- [3] Varnham M. P. // Proc. of 2<sup>nd</sup> Intern. Conf. on Opt. Fiber Sensors. Berlin: Offenbach, 1984. P. 329—332.
- [4] Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
- [5] Narasimhan M. S., Rao B. V. // Int. J. Electronics. 1969. Vol. 27. N 2. P. 119—138.
- [6] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
- [7] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [8] Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984. 512 с.
- [9] Фок В. А. // ДАН СССР. 1943. Т. 39. № 7. С. 279—283.
- [10] Журина С. И., Кармазина Л. Н. Таблицы и формулы для сферических функций  $P_{\nu}^m(z)$  и  $Q_{\nu}^m(z)$ . М., 1962. 57 с.
- [11] Булушев А. Г., Гуров Ю. В., Махоткин В. Е. и др. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 23. С. 1457—1561.

Саратовский государственный  
университет им. Н. Г. Чернышевского  
Научно-исследовательский институт  
механики и физики

Поступило в Редакцию  
5 марта 1989 г.

•05

Журнал технической физики, т. 60, в. 6, 1990

© 1990 г.

## О ПРИРОДЕ НЕСВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В $Y-Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$

И. Г. Гусаковская, С. И. Пирумова, Н. С. Ованесян

Целью данного исследования является calorиметрическое изучение особенностей несверхпроводящего фазового перехода в керамике  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ , обнаруженного как в ряде литературных работ [1, 2], так и нами.

Исследованы несколько образцов керамики: 3—6, соответствующие по дебаеграммам составу  $Y=1, 2, 3$  ромбической модификации. Для образца 6 получены более подробные характеристики: критическая температура сверхпроводящего перехода ( $T_c$  СП), определенная по измерению магнитной восприимчивости  $\chi$  на переменном токе ( $H_{max}=10^{-5}$  Тл,  $\nu=111$  с $^{-1}$ ), равна 91 К при ширине перехода 5°.

Образцы изучены на сканирующем микрокалориметре типа Кальве с чувствительностью  $\sim 1$  мкВт, навески варьировались от 0.3 до 1 г. Каждый calorиметрический эксперимент состоит из следующих этапов, составляющих один стандартный calorиметрический цикл (СКЦ): охлаждения образца в calorиметрической системе от комнатной температуры до 77 К со средней скоростью  $\sim 1-1.5$  град/мин и последующего разогрева от 77 К до комнатной температуры со средней скоростью  $\sim 0.1$  град/мин. В СКЦ фиксируются только термограммы разогрева, приведенные для ряда образцов на рисунке.

Основной результат исследования заключается в экспериментальном доказательстве кинетической природы данного фазового перехода, т. е. зависимости параметров перехода от предыстории образцов, скоростей сканирования, от условий отжига и закалки керамики. Так, в исходных образцах, охлажденных и разогретых в СКЦ, наблюдается фазовый эндотермический переход, расположенный для образцов 3—5 в температурном интервале 240—255 К с центром  $T_c$  249 К, а для образца 6 с  $T_c=260$  К. Тепловой эффект перехода  $Q$  незначителен, варьируя от  $Q_{min}=-1100$  до  $Q_{max}=-3300$  Дж/моль (см. рисунок, а, сплошная кривая). Прогрев образцов до 373—423 К с быстрым охлаждением до комнатной температуры перед началом СКЦ приводит в нем к сдвигу  $T_c$  перехода в область существенно более низких температур — до  $T_{k2}=180$  К (см. рисунок, а, пунктир, образец 5). Последующие СКЦ такого образца повышают  $T_c$  перехода до значений, характерных для исходных образцов. Незначительные отклонения от условий СКЦ, а также вариации скорости охлаждения до комнатной температуры прогретых до 373—420° образцов сдвигают в заметной степени  $T_c$  перехода. Чрезвычайно сильное влияние на  $T_c$  перехода оказывает проведенный в течение  $\sim 20$  мин отжиг образцов: если в СКЦ отжиг осуществляется при температуре до начала фазового перехода с последующим повторным охлаждением до 77 К, то при разогреве со стандартной скоростью  $T_c$  перехода сдвигается в более высокотемпературную область с  $T_{k1}$  (см. рисунок, а, двойная штриховка, образец 3); отжиг, проведенный выше окончания перехода, сдвигает  $T_c$  в область низких температур  $T_{k2}$  ( $< 200$  К, образец 4); однократный отжиг в области фазового перехода не смещает  $T_c$ , но приводит к увеличению на 30—50 % теплового эффекта фазового перехода (см. рисунок, а, кружик, образец 5).

Весьма характерным и хорошо воспроизводимым является тепловое поведение керамики, проявляемое после быстрого прогрева образцов от температуры, незначительно превышающей температуру конца перехода в условиях СКЦ, до комнатной температуры. Первый СКЦ охлаждение—разогрев такого образца приводит (в зависимости от температуры