

01; 06; 07

© 1990 г.

## «КАТАСТРОФЫ» ПРИ ПОРОГОВЫХ СВЕТОИНДУЦИРОВАННЫХ ЭФФЕКТАХ В ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

*К. Е. Асатрян, А. Р. Мкртчян, С. Р. Нерсисян, Н. В. Табирян*

Теоретически исследованы скачки ориентации директора нематического жидкого кристалла (НЖК) при пороговых эффектах взаимодействия с НЖК светового излучения и внешних полей. Показано, что поведение директора при изменении внешних воздействий, а также параметров среды описывается как частный случай катастрофы «бабочка». Взгляд на пороговые ориентационные процессы в НЖК как на «катастрофы» позволило предсказать новые типы скачкообразного изменения ориентации НЖК.

### Введение

Существует целый ряд геометрий, при которых ориентационное взаимодействие световых волн с нематическими жидкими кристаллами (НЖК) носит пороговый характер [1].

В настоящей работе развит взгляд к таким процессам в НЖК как к «катастрофам» ориентации при ее управлении двумя и более параметрами. Показано, что разные типы светоиндуцированного перехода Фредерикса (СПФ) представляют собой частные случаи катастрофы «бабочка». На основе такого подхода предсказаны новые типы гистерезисов и скачкообразных изменений ориентации директора НЖК при изменении управляющих параметров — материальных констант НЖК и толщины НЖК — ячейки, интенсивности световой волны и напряженности внешнего магнитного или электрического поля.

### СПФ как катастрофа «бабочка»

Рассмотрим ячейку с гомеотропно ориентированным НЖК, на которую по нормали к ее пластинкам (вдоль оси  $z$ ) падает линейно поляризованная (по оси  $x$ ) световая волна. Можно утверждать, что в общем случае состояние ориентации НЖК в двумерной задаче, когда все векторы находятся в плоскости  $(x, z)$ , определяется следующими четырьмя параметрами: углом падения плоской волны, ее интенсивностью, оптической анизотропией НЖК, анизотропией механических свойств (разностью констант Франка) НЖК. С другой стороны, все возможные неустойчивости, которые могут иметь место в системе с одним управляемым и четырьмя управляющими параметрами, описываются, как известно, катастрофой «бабочка» [2]. Исследование системы в этом случае сводится к определению гиперповерхности равновесных значений переориентации директора  $\varphi$  в пятимерном пространстве ( $\varphi$  — четыре управляющих параметра). Эта поверхность определяется минимизацией свободной энергии (в отнесенных единицах)

$$\Phi = \varphi^6 + \alpha\varphi^4 + \beta\varphi^3 + \gamma\varphi^2 + \eta\varphi. \quad (1)$$

Сравнивая с (1) выражение для свободной энергии, полученное в работе [3] для СПФ найдем, что оно совпадает с выражением (I) с постановкой

$$\alpha = \frac{3}{2} \frac{B}{G}, \quad \beta = 0, \quad \gamma = \frac{3C}{G}, \quad \eta = 0, \quad (2)$$

где  $B = (1 - 9 \varepsilon_a / 4 \varepsilon_1 - k) / 4$ ,  $k = (K_3 - K_1) / K_3$ ,  $K_i$  — константы Франка НЖК,  $\varepsilon_a = \varepsilon_{||} - \varepsilon_{\perp}$  — анизотропия диэлектрической проницаемости НЖК на световой частоте,  $C = 1 - (P/P_F)^{1/2}$ ,  $P_F$  — пороговая интенсивность СПФ. Параметр  $G$  положителен и имеет примерно одинаковое значение  $G \approx 0.07$  для наиболее часто используемых в эксперименте НЖК (например, МББА, ПАА, 5СВ), а также для других НЖК с малой анизотропией оптических и механических свойств.

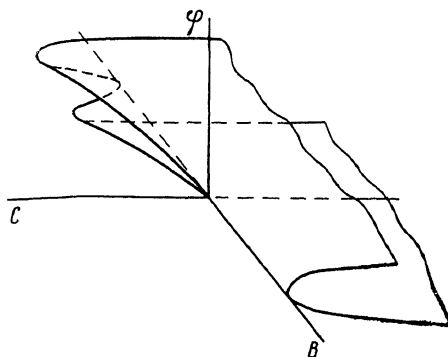


Рис. 1. Поверхность равновесия  $\varphi = \varphi(C, B)$ .

Для построения поверхности равновесия минимизируем свободную энергию (1) с учетом (2) и выпишем все пять решений получающегося уравнения

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 0, \\ \varphi_2 &= [-B + (B^2 - 4GC)^{1/2}]^{1/2} / (2G)^{1/2}, \\ \varphi_3 &= -\varphi_2, \\ \varphi_4 &= [-B - (B^2 - 4GC)^{1/2}]^{1/2} / (2G)^{1/2}, \\ \varphi_5 &= -\varphi_4. \end{aligned} \quad (3)$$

Поверхность равновесия  $\varphi = \varphi(C, B)$  показана на рис. 1. Мы видим, что при  $B < 0$  в точке  $C = 0$  происходит скачок из плоскости  $\varphi = 0$  либо на верхнюю, либо на нижнюю поверхность равновесия (при  $C < 0$  плоскость  $\varphi = 0$ , а также внутренние поверхности являются состояниями неустойчивого равновесия).

Таким образом, взгляд на СПФ как на «катастрофу» ориентационного состояния НЖК, рассмотрение оптических и механических свойств НЖК в качестве таких же равноправных управляющих параметров, какими являются, например, интенсивность света и его угол падения, позволяют понять закономерность существования гистерезиса СПФ, а также предсказать на основе самых общих свойств системы все возможные виды неустойчивостей и гистерезисов.

### Скачки ориентации при управлении параметрами среды и интенсивностью света

Константа  $B$  характеризуется параметрами НЖК. Однако существует ряд возможностей влияния на оптические и механические свойства данного НЖК, т. е. на параметр  $B$ : например, тепловое воздействие, влияние частоты света (или электрического поля) при наличии дисперсии диэлектрических свойств НЖК. Поэтому имеет смысл рассматривать  $B$  как такой же фактор управления ориентацией данного НЖК, какой является интенсивность падающего света.

Тогда на рис. 1 видна возможность следующего типа скачка ориентации НЖК. Если исходное состояние системы в плоскости управляющих параметров находится в бифуркационной области, то уменьшение абсолютного значения  $B$  до величины

$$|B| = 2(GC)^{1/2} \quad (4)$$

приводит к скачкообразному изменению состояния ориентации с  $\varphi = (-B/2G)^{1/2}$  в состояние с  $\varphi = 0$ .

Можно предложить различные пути достижения бифуркационной области. Например, при исходном значении  $B < 0$  для этого достаточно уменьшить  $C$  до отрицательных значений с последующим его увеличением до некоторого положительного значения.

### Поверхность равновесия при управлении НЖК магнитным или электрическим полем и интенсивность света

Рассмотрим схему, когда вдоль директора гомеотропно ориентированного НЖК с положительной анизотропией магнитной восприимчивости  $\chi_a$  приложено внешнее однородное магнитное поле. Тогда в качестве двух «противоборствующих» параметров управления выступают напряженность магнитного поля (стабилизирующая исходную ориентацию директора) и интенсивность светового поля.

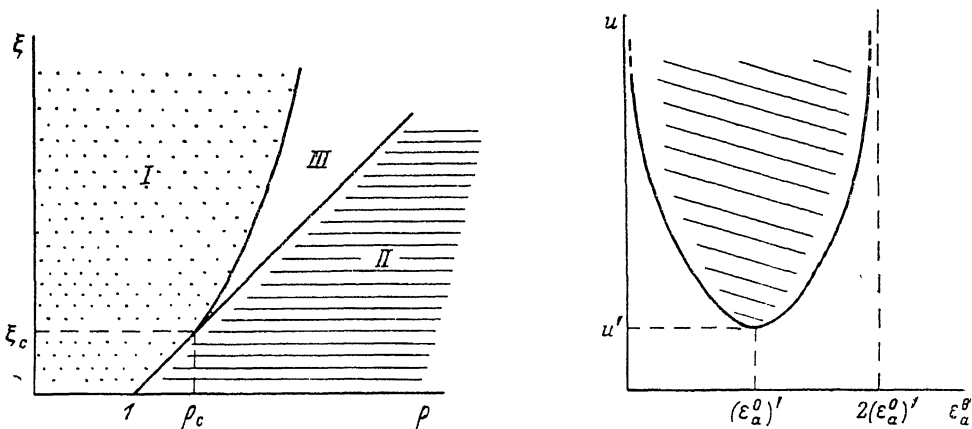


Рис. 2. Плоскость управляющих параметров  $(\xi, \rho)$ .

В области I имеется одно действительное решение уравнения равновесия для  $\varphi$ , в области II — три, в области III — пять.

Рис. 3. Область существования гистерезиса СПФ (заштрихованная область) в плоскости  $(\varepsilon_a^0, u)$ ;  $(\varepsilon_a^0)' = 9\varepsilon_a \varepsilon_a^0 / 8\varepsilon_{\parallel}$ .

В работах [4, 5] было показано, что при превышении напряженности магнитного поля  $H$  некоторого критического значения  $H_c$  может появиться гистерезис СПФ даже для НЖК с положительным значением  $B$ . Этот результат, тогда немало удививший авторов, можно легко понять с точки зрения теории катастроф.

Действительно, разложение свободной энергии в ряд по степеням  $\varphi$  в этом случае имеет вид (1), (2) с переобозначением параметров  $C, B, G \rightarrow C_H, B_H, G_H$  (магнитное поле влияет на все параметры, определяющие поверхность равновесия [4]).

Плоскость управляющих параметров  $(\xi, \rho)$  ( $\xi = H/H_F, H_F$  — пороговая напряженность магнитного поля для перехода Фредерика в гомеотропной ячейке;  $\rho = P/P_F$ ) разбивается на три различные области: в первой из них каждой точке соответствует одна точка на поверхности равновесия (I), во второй — три точки (II) и в третьей — пять точек (рис. 2) (III).

Область III (бифуркационная область) расположена между кривыми

$$\rho = 1 + \xi \quad (5a)$$

и

$$\rho = \xi + \left(1 - \frac{B_H^2(\xi)}{4G_H(\xi)}\right)^2 \quad (5b)$$

для всех  $\xi \geq \xi_c$ , где  $\xi_c$  — точка пересечения кривых (5)  $\xi_c = (4\epsilon_{\parallel}/9\epsilon_a)$  (1  $-9\epsilon_a/4\epsilon_{\parallel} - k$ ).

Ширина  $\Delta\rho$  бифуркационной области остается конечной при  $\xi \rightarrow \infty$  и для параметров НЖК МБА равна  $\Delta\rho (\xi \rightarrow \infty) \approx 0.2$ .

Отметим, что вследствие малой диамагнитной анизотропии НЖК ( $\chi_a \sim 10^{-6}$ ) повороты директора практически не приводят к возмущениям действующего на НЖК магнитного поля. В отличие от этого переориентация директора сопровождается заметными искажениями приложенного на НЖК электрического поля, так как диэлектрическая анизотропия НЖК  $\epsilon_a^0$  может быть весьма большой  $\epsilon_a^0 \sim 1$ . Таким образом, в случае воздействия на НЖК квазистатического электрического поля вместе с напряженностью поля появляется еще один управляющий параметр —  $\epsilon_a^0$ .

Рассмотрим ситуацию, когда на ячейку с гомеотропно ориентированным НЖК, заполняющим область пространства  $0 \leq z \leq L$ , приложена разность потенциалов  $u$ , и допустим, что вдоль оси  $z$  распространяется линейно поляризованная (вдоль оси  $x$ ) плоская световая волна. Предположим, что низкочастотная диэлектрическая анизотропия НЖК  $\epsilon_a^0$  положительна. Тогда, как показано в работе [5], может появиться гистерезис СПФ: коэффициент  $B$  для случая квазистатического электрического поля  $B_E$  имеет вид

$$B_E = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{9}{4} \frac{\epsilon_a}{\epsilon_{\parallel}} - k \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{9}{4} \frac{\epsilon_a}{\epsilon_{\parallel}} - \frac{\epsilon_a^0}{\epsilon_{\parallel}^0} \right) \frac{\epsilon_a^0}{4\pi^2 K_3} u^2, \quad (6)$$

при условии  $9\epsilon_a/4\epsilon_{\parallel} > \epsilon_a^0/\epsilon_{\parallel}^0$  выбором величины  $u$  можно получить отрицательные значения  $B_E$ .

Теперь обратим внимание на то обстоятельство, что имеет место еще одна возможность индуцирования гистерезиса СПФ путем выбора значения  $\epsilon_a^0$ . Изменение  $\epsilon_a^0$  нетрудно осуществить, используя частотную дисперсию.

Из условия  $B_E (\epsilon_a^0) \leq 0$  получим, что для значений  $\epsilon_a^0$ , лежащих в интервале

$$(\epsilon_a^0)_2 < \epsilon_a^0 < (\epsilon_a^0)_1,$$

$$(\epsilon_a^0)_{1,2} = \frac{9}{8} \frac{\epsilon_a}{\epsilon_{\parallel}} \epsilon_{\parallel}^0 \left\{ 1 \pm \left[ 1 - \frac{256}{81} \frac{\pi^2 K_3}{u^2} \left( \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_a} \right)^2 \frac{4B_E(u=0)}{\epsilon_{\parallel}^0} \right]^{1/2} \right\}, \quad (7)$$

СПФ обладает гистерезисом. При этом разность потенциалов  $u$  считается фиксированной и удовлетворяющей условию

$$u \geq u' = \frac{32}{9} \frac{\pi \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_a} \left( \frac{\pi K_3 B_E(u=0)}{\epsilon_{\parallel}^0} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

На рис. 3 в плоскости  $(\epsilon_a^0, u)$  показана область существования гистерезиса СПФ (заштрихованная область).

### Гистерезис «квазистатического» перехода Фредерикса в присутствии световой волны

Кроме предсказанного в работе [4] (см. также [5, 6]) гистерезиса в зависимости  $\varphi$  от  $\rho$  при фиксированном значении  $\xi$ , появляется возможность осуществления нового типа скачков ориентации директора при изменении напряженности внешнего квазистатического поля при фиксированном значении  $\rho$ . Это впервые было показано в [7] для перехода Фредерикса в магнитном поле в присутствии световой волны.

Действительно, как это видно из рис. 2, если значение  $\rho$  меньше или равно определенной критической величине  $\rho \leq \rho_c$ , где

$$\rho_c = 1 + \xi_c, \quad (9)$$

то увеличение  $\xi$  до значения  $\xi = \rho - 1$  плавно зануляет возмущение директора в световом поле. Если же  $\rho > \rho_c$ , то увеличение  $\xi$  до определенного значения  $\xi_1$  приводит к скачкообразному изменению  $\varphi$  от состояния  $\varphi = (-B_H/2G_H)^{1/2}$  в состояние с  $\varphi = 0$ .

При обратном изменении  $\xi$  невозмущенное состояние становится неустойчивым при  $\xi_2 = \rho - 1$ .

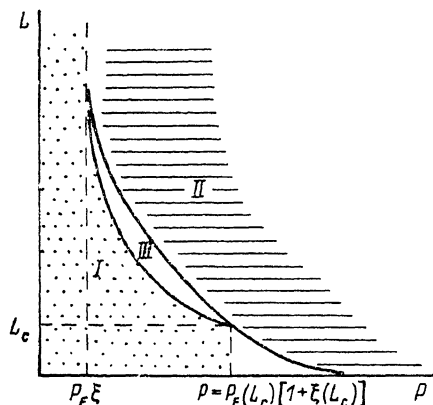
### Скачки ориентации при изменении параметров НЖК ячейки и интенсивности света

В выражения для бифуркационной кривой (5) входят не только интенсивность света и напряженность магнитного поля, но также параметры НЖК и толщина ячейки  $L$ . Тогда уравнение, соответствующее, например, уравнению (5б) для бифуркационной кривой

$$B_H^2(H, L, k) = 4G_H(H, L, k) \cdot C_H(H, L, P), \quad (10)$$

можно рассматривать как уравнение, определяющее зависимость, например,  $L = L(P)$  при фиксированных значениях остальных параметров. Сказанное означает, что может иметь место целый ряд механизмов скачкообразного изменения состояния ориентации НЖК в зависимости от выбора конкретных управляющих параметров.

Рассмотрим для определенности ситуацию, когда переменными являются интенсивность света  $P$  и толщина ячейки  $L$ . Тогда бифуркационная область, как это можно получить из (5б) с учетом выражений для  $B_H, G_H, C_H$  [4], а также определенных  $\xi$  и  $\rho$ , имеет вид



$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\beta} H^2 + \frac{\alpha}{L^2} \left[ 1 - \frac{B_H^2(L)}{4G_H(L)} \right]^2 &\leq \\ &\leq P \leq \frac{\alpha}{L^2} + \frac{\alpha}{\beta} H^2, \end{aligned} \quad (11)$$

Рис. 4. Плоскость управляющих параметров  $(L, P)$ .

где  $\alpha = \pi^2 c \epsilon_{\parallel} K_3 / \epsilon_{\perp} \epsilon^{1/2}$ ,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\beta = \pi^2 K_3^2 / \chi_a$ .

На рис. 4 эта область соответствует области III. Область I соответствует состоянию с одним равновесным значением  $\varphi$ , а область II — трем.

Таким образом, скачки ориентации при изменении интенсивности света  $P$  могут иметь место только в ячейках НЖК с толщиной  $L > L_c$ , где

$$L_c = \left( \frac{16 \epsilon_{\parallel} \beta B}{9 \epsilon_{\perp} H^2} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Ширина бифуркационной области и вместе с ней величина гистерезиса возрастают как  $(\Delta L)^2$  ( $\Delta L = L - L_c$ ) при малых  $\Delta L / L_c$ .

Интересно заметить следующую качественную особенность рассматриваемой здесь ситуации по сравнению с предыдущими пунктами. Именно «катастрофы» при изменении  $L$  не могут иметь место не только при малых фиксированных значениях  $P$ , но и при достаточно больших. Интервал значений  $P$ , когда возможны скачки ориентации, определяется условием

$$P_F \xi \leq P \leq P_F(L_c) (1 + \xi(L_c)), \quad (13)$$

$P_F(L_c) (1 + \xi(L_c))$  есть пороговая интенсивность СПФ в ячейке НЖК толщиной  $L_c$  в присутствии магнитного поля. Интересно заметить также, что величина  $P_F \xi$  не зависит от толщины ячейки  $L$ .

### Заключение

Таким образом, в настоящей работе предсказан ряд «катастроф» ориентации директора НЖК, имеющих место в схемах, когда переориентация директора во внешних световых и квазистатических магнитных или электрических полях происходит пороговым образом.

Так как гистерезис СПФ, индуцированный магнитным полем, наблюдался [8], а сам СПФ достаточно хорошо изучен [1], то можно предположить, что рассмотренные в настоящей работе эффекты будет нетрудно обнаружить и исследовать экспериментально.

Вне рассмотрения остались эффекты, возможные при так называемом СПФ-II [9, 10], т. е. в случае, когда пороговость переориентации директора достигается вследствие компенсации беспороговых эффектов при одновременном воздействии на НЖК двух световых волн. Результаты работы [10, 11] дают основание предположить, что здесь тоже будут иметь место «катастрофы» при управлении состоянием ориентации НЖК углом падения волн и их интенсивностью.

Авторы благодарят Б. Я. Зельдовича за ценные обсуждения.

#### Список литературы

- [1] Зельдович Б. Я., Табирян Н. В. // УФН. 1985. Т. 147. № 4. С. 633—674. *Tabiryán N. V., Sukhov A. V., Zel'dovich B. Ya.* // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1986. Vol. 136. P. 1—139.
- [2] Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980. 520 с.
- [3] Зельдович Б. Я., Табирян Н. В., Чилингарян Ю. С. // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. Вып. 1. С. 72—82.
- [4] Нерсисян С. Р., Табирян Н. В. // Опт. и спектр. 1983. Т. 55. Вып. 4. С. 782—784.
- [5] *Nersisyan S. R., Tabiryán N. V.* // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1984. Vol. 116. N 1-2. P. 111—114.
- [6] *Ong H. L.* // *Phys. Rev. A.* 1985. Vol. 31. N 5. P. 3450—3453.
- [7] *Ong H. L.* // *Phys. Rev. A.* 1986. Vol. 33. N 5. P. 3550—3553.
- [8] *Karn A. J., Arakelyan S. M., Shen Y. R.* // *Phys. Rev. Lett.* 1986. Vol. 57. N 4. P. 448—451.
- [9] Табирян Н. В. // ДАН СССР. 1985. Т. 284. № 3. С. 592—594.
- [10] Зельдович Б. Я., Нерсисян С. Р., Табирян Н. В. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. Вып. 4. С. 1207—1217.
- [11] *Santamato E., Abbate G., Maddalena P., Sasso A.* // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1987. Vol. 143. P. 113—122.

Институт прикладных проблем  
физики АН АрмССР  
Ереван

Поступило в Редакцию  
21 июня 1988 г.  
В окончательной редакции  
29 мая 1989 г.