01; 04; 07

© 1990 г.

Журнал технической физики, т. 60, в. 7, 1990

О КВАНТОВОМ ПРЕДЕЛЕ ДЛЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ СЛАБОИОНИЗОВАННОГО ГАЗА В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. В. Назаркин, И. В. Сметанин

Задача о нахождении функции распределения электронов слабоионизованного газа в поле электромагнитной волны при учете только упругих соударений электронов с тяжелыми частицами обычно рассматривается в рамках классической теории. При наиболее простых зависимостях транспортного сечения от энергии $\sigma_т(\varepsilon)$ для изотропной части функции распределения классическая теория дает распределение Максвелла ($\sigma_т(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1/2}$) или Маргенау ($\sigma_т(\varepsilon)=\mathrm{const}$) со средней энергией, зависящей от поля [1, 2]. Указанные результаты справедливы при условии, что средняя энергия электронов $\bar\varepsilon$ значительно превышает величину кванта излучения $\hbar\omega$.

В оптическом диапазоне частот, однако, возможна ситуация, когда $\bar\varepsilon < \hbar\omega$, и тогда функцию распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) в поле световой волны следует искать из решения квантового кинетического уравнения (ККУ). Целью настоящей работы и является исследование такого сугубо квантового случая.

В присутствии только упругих потерь ККУ для ФРЭЭ $n(\varepsilon, t)$ имеет следующий вид [3]:

$$\frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial t} = \nu_a(\varepsilon-\hbar\omega)\,n(\varepsilon-\hbar\omega) - (\nu_a(\varepsilon)+\nu_b(\varepsilon))\,n(\varepsilon) + \nu_b(\varepsilon+\hbar\omega)\,n(\varepsilon+\hbar\omega) + \frac{2m}{M}\frac{\partial}{\partial\varepsilon}(\varepsilon\nu_т(\varepsilon)\,n(\varepsilon)), \tag{1}$$

где $\nu_{a,\,b}(\varepsilon)$ — частоты квантовых «скачков» с поглощением (a) или излучением (b) электроном тормозного фотона $\hbar\omega$, которые зависят от энергии электрона и параметров среды и излучения следующим образом [4]:

$$\nu_a(\varepsilon) = \frac{8\pi e^2}{3mc}\frac{FN}{\omega^2+\nu_т^2}\left[\frac{2(\varepsilon+\hbar\omega)}{m}\right]^{1/2}\frac{\varepsilon+\hbar\omega/2}{\hbar\omega}\,\sigma_т(\varepsilon+\hbar\omega/2), \tag{2а}$$

$$\nu_b(\varepsilon) = \left[\frac{\varepsilon-\hbar\omega}{\varepsilon}\right]^{1/2}\nu_a(\varepsilon-\hbar\omega). \tag{2б}$$

В (2) e, m — заряд и масса электрона, $F=(cE^2)/(8\pi\hbar\omega)$ — плотность потока фотонов в поле амплитуды E и частоты ω, N — концентрация рассеивающих частиц массы M, $\nu_т(\varepsilon) = (2\varepsilon/m)^{1/2}N\sigma_т(\varepsilon)$ — частота упругого рассеяния электрона.

Интересующий нас случай соответствует ситуации, когда за время тормозного поглощения ν_a^{-1} кванта излучения электрон теряет на упругих соударениях энергию, превышающую величину кванта, т. е.

$$\Delta\varepsilon_{упр} \simeq \frac{2m}{M}\frac{\nu_т}{\nu_a}\varepsilon > \hbar\omega.$$

С учетом (2а) указанное условие можно переписать в виде ограничения на величину напряженности светового поля

$$E^2 < E_{кр}^2 = 6\,\frac{m^2(\omega^2+\nu_т^2)}{Me^2}\hbar\omega. \tag{3}$$

Можно ожидать, что при условии (3) ФРЭЭ заметно меняется в масштабе $\hbar\omega$ и сосредоточена в основном в области малых энергий $\varepsilon \leqslant \hbar\omega$. Поэтому, переходя от $n(\varepsilon)$ к функции $f(\varepsilon)=n(\varepsilon)\varepsilon^{-1/2}$, рассмотрим для нее ККУ в области $0 \leqslant \varepsilon \leqslant \hbar\omega$. Интересуясь стационарной $f(\varepsilon)$, из (1) получим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon}(\varepsilon^2\sigma_т(\varepsilon)\,f(\varepsilon)) = \lambda(\varepsilon)\sqrt{\varepsilon}\,(f(\varepsilon)-f(\varepsilon+\hbar\omega)), \tag{4}$$

где $\lambda(\varepsilon) = (M\nu_a(\varepsilon))/(2\sqrt{2m}\,N)$.

Формальное решение (4) имеет вид

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^2\sigma_т(\varepsilon)}\exp(-\Phi(\varepsilon))\Big\{(\hbar\omega)^2\sigma_т(\hbar\omega)\,f(\hbar\omega) +$$

$$+\int\limits_{\varepsilon}^{\hbar\omega} \lambda(x)\sqrt{x}\, f(x+\hbar\omega)\exp(\Phi(x))\,dx\Bigg\}, \tag{5}$$

где

$$\Phi(\varepsilon)=\int\limits_{\varepsilon}^{\hbar\omega} \frac{\lambda(x)\,dx}{\sigma_{\text{т}}(x)\,x^{3/2}}.$$

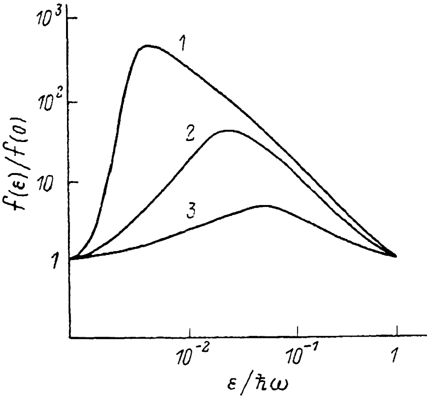
Согласно (5), явный вид $f(\varepsilon)$ в области энергий $0 \leqslant \varepsilon \leqslant \hbar\omega$ можно найти, лишь зная решение на следующем интервале $f(\varepsilon+\hbar\omega)$, для чего требуется знание $f(\varepsilon+2\hbar\omega)$, и т. д. Анализ, однако, существенно упрощается в пределе сильных упругих потерь. Ниже будет рассматриваться именно этот случай.

Полагая $\sigma_{\text{т}}(\varepsilon)$ слабо меняющейся в области $\varepsilon \leqslant \hbar\omega$ функцией [1] (в силу (2а) это означает также и медленность $\lambda(\varepsilon)$), из (5) получаем, что вблизи $\varepsilon=0$ $f(\varepsilon)$ существенно меняется в масштабе энергий порядка $(2\lambda/\sigma_{\text{т}})^2 \sim (E/E_{\text{кр}})^4\hbar\omega$. Предел сильных упругих потерь соответствует условию

$$\left(\frac{2\lambda}{\sigma_{\text{т}}}\right)^2 \ll \hbar\omega \tag{6}$$

или же, другими словами, требованию малости поля по сравнению с критическим $E \ll E_{\text{кр}}$.

Если (6) выполнено, то можно показать, что основной вклад в решение на интервале $0 \leqslant \varepsilon \leqslant \hbar\omega$ дает первый член в (5). Исключение составляет малая область энергий $\varepsilon \ll (\lambda/2\sigma_{\text{т}})^2$, где доминирует второй член. Решение в этой области может быть легко получено как из (5), так и непосредственно из ККУ (4) в виде ряда по малому параметру $\xi=(2\sigma_{\text{т}}/\lambda)\sqrt{\varepsilon}$



Функция распределения электронов по энергии в поле лазерного излучения с квантом $\hbar\omega$ при различных значениях средней энергии электронов $\bar{\varepsilon}$.

1 — $\bar{\varepsilon}/\hbar\omega=1.6\cdot10^{-1}$, *2* — $3.4\cdot10^{-1}$, *3* — $5\cdot10^{-1}$.

$$f(\varepsilon)=f(\hbar\omega)\left[1+\xi+\frac{5}{16}\xi^2+\ldots\right]. \tag{7}$$

Таким образом, $f(0)=f(\hbar\omega)$, уже здесь видно отличие квантовой ФРЭЭ от классической: согласно (7), с ростом энергии $f(\varepsilon)$ возрастает, тогда как распределения Максвелла и Маргенау для $f(\varepsilon)$ дают решения, монотонно убывающие на всей энергетической оси. Это означает, что в квантовом случае $f(\varepsilon)$ обязательно имеет «горб».

Вне рассмотренной выше малой области энергий, т. е. при $\varepsilon \gg (\lambda/2\sigma_{\text{т}})^2$, решение имеет вид

$$f(\varepsilon)\approx\frac{(\hbar\omega)^2}{\varepsilon^2} f(\hbar\omega)\exp\left\{-\frac{2\lambda}{\sigma_{\text{т}}}(\varepsilon)^{-1/2}\right\}. \tag{8}$$

Максимум функции достигается в точке $\varepsilon_1=(1/4)(\lambda^2/\sigma_{\text{т}}^2)$, где $f(\varepsilon_1) \sim (\hbar\omega)^2(\sigma_{\text{т}}/2\lambda)^4 f(\hbar\omega) \gg \gg f(\hbar\omega)$ и значительно превышает значение функции на границах интервала (см. рисунок). Наличие максимума у $f(\varepsilon)$ имеет чисто квантовое происхождение и объясняется тем, что потери энергии электронами на упругих соударениях убывают при $\varepsilon \to 0$, так как пропорциональны энергии электрона, в то время как набор энергии в поле осуществляется конечными порциями энергии $\hbar\omega$. В стационарной ситуации дисбаланс потоков в энергетическом пространстве может быть устранен лишь большим положительным градиентом $f(\varepsilon)$ в области малых энергий, что и приводит к образованию пика. Установление стационарной ФРЭЭ при этом происходит за время порядка времени квантового скачка $\nu_{n}^{-1}(0)$.

Найдем теперь асимптотику $n(\varepsilon)$ при больших энергиях $\varepsilon \gg \hbar\omega$. Из (1) в предположении $n(\varepsilon-\hbar\omega)/n(\varepsilon)=\alpha(\varepsilon) \gg 1$, где $\alpha(\varepsilon)$ — функция, медленно меняющаяся в масштабе кванта, получаем

[1] Последнее справедливо для газов, не обладающих сильно выраженным рамзауэровским минимумом сечения.

$$n(\varepsilon)=\frac{\text{const}}{\varepsilon\nu_{\text{т}}(\varepsilon)}\,\alpha^{-\varepsilon/\hbar\omega}, \tag{9}$$

причем α удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\ln\alpha}{\alpha}=\left(\frac{E}{E_{\text{кр}}}\right)^2. \tag{10}$$

Таким образом, формулы (7)—(10) полностью определяют вид ФРЭЭ во всем диапазоне энергий.

Средняя энергия электронов для найденной ФРЭЭ имеет вид

$$\bar{\varepsilon}=\int\limits_0^\infty \varepsilon n(\varepsilon)\,d\varepsilon\Bigg/\int\limits_0^\infty n(\varepsilon)\,d\varepsilon\approx\frac{1}{6}\,\frac{Me^2E^2}{m^2(\omega^2+\nu_{\text{т}}^2)}. \tag{11}$$

Любопытно, что в нашем квантовом случае средняя энергия (11) оказалась равной (с точностью до множителя порядка 1) средней для классического максвелловского распределения в поле такой же напряженности и частоты.

В заключение оценим интенсивности полей, при которых квантовые эффекты существенны. Имея в виду плазму тяжелых инертных газов ($m/M\sim 10^{-5}$) для излучения с $\hbar\omega=3$ эВ, из (3) получим оценку $S<3\cdot10^9$ вт/см^2, т. е. в видимом диапазоне поля могут быть близкими к пробойным [5]. В работе [6] показано, что в поле излучения с квантом, превышающим энергетическую ширину зоны, занимаемой возбужденными уровнями атома, порог пробоя газа резко снижается, так как электрон практически не теряет энергию на возбуждение. В этой ситуации учет рассмотренных нами эффектов может стать принципиальным, поскольку именно упругие потери будут определять минимальную величину порога.

Список литературы

[1] *Margenau H.* // Phys. Rev. 1946. Vol. 69. P. 508—513.
[2] *Druyvesteyn M. Y.* // Physica. 1930. Vol. 10. P. 61—68.
[3] *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. Вып. 12. С. 1150—1162.
[4] *Phelps A. V.* Physics of Quantum Electronics. New York, 1966. 538 p.
[5] *Buscher H. T., Tomlinson R. G., Damon E. K.* // Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 15. P. 847—850.
[6] *Клинков В. К., Назаркин А. В., Норинский Л. В., Рогов В. С.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 19. С. 1186—1190.

Московский радиотехнический институт АН СССР

Поступило в Редакцию 15 июня 1989 г.

06

Журнал технической физики, т. 60, в. 7, 1990

ПРОВОДИМОСТЬ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ГЕТЕРОГЕННОЙ СИСТЕМЕ ПОЛИМЕР—НЕЛИНЕЙНЫЙ ПОЛУПРОВОДНИК

Е. В. Харитонов, О. И. Ольшевский, Е. Л. Сейсян, А. Ф. Тихомиров, Т. И. Ярошецкая

В гетерогенных системах диэлектрик—линейный полупроводник (проводник) при увеличении концентрации проводящей фазы наблюдаются пороговый перколяционный рост проводимости и низкочастотный рост эффективной диэлектрической проницаемости. Максимум диэлектрической проницаемости является следствием резкой неоднородности системы по проводимости и определяется параметром $\omega\tau=\omega\varepsilon_{\text{д}}/\sigma_M$ (ω — круговая частота, $\varepsilon_{\text{д}}$ — диэлектрическая проницаемость диэлектрической фазы, σ_M — проводимость проводящей фазы, $\sigma_{\text{д}}\ll\sigma_M$, $\omega\tau\ll1$) (см., например, [1, 2]). Поэтому в случае резкой полевой зависимости проводимости нелинейного полупроводника $\sigma_M=\sigma_M(E)$ для композита $\tau=\tau(E)$ появляются полевые зависимости $\sigma(E)$ и $\varepsilon(E)$ композита, а при $d\sigma_M/dE>0$ параметр $\omega\tau$ (эффективная