1990 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 60, в. 8
1990 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 60, N 8

01; 08

МЕТОД ЭФФЕКТИВНОГО СЛОЯ В ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Д. К. Грамотнев

Рассматривается метод эффективного слоя для описания поверхностных акустических волн в периодических структурах из выступов прямоугольного профиля. Определена методика нахождения параметров эффективного слоя, получены зависимости условий существования и дисперсии сдвиговых поверхностных волн от направления их распространения в структуре, найдены условия применимости полученных результатов.

Введение

Известно, что наличие периодических и слоистых структур на поверхности упругого тела может приводить к появлению целого ряда различных типов поверхностных акустических волн [1–10], каждый из которых характеризуется присущим ему законом дисперсии, характером смещений и условиями существования. Широко известные сдвиговые поверхностные волны (СПВ) [1–10] возникают в силу своеобразной неустойчивости объемной сдвиговой волны, распространяющейся вдоль поверхности, по отношению к возмущению граничных условий [1], обусловленному наличием таких структур. Изменение геометрии элементов периодической структуры и ее решетки может приводить к существенному изменению дисперсии СПВ и условий их существования [7, 9, 10]. В то же время получение в общем случае точных решений задач о взаимодействии волн с такими структурами в настоящее время не представляется возможным, а потому необходимо развивать различные приближенные методы, дающие правильное представление о характере происходящих в них волновых процессов.

В данной работе рассматривается метод эффективного слоя, с помощью которого получены зависимости условий существования и дисперсии СПВ от направления их распространения в мелкомасштабной периодической структуре из выступов с вертикальными боковыми стенками постоянной высоты (под мелкомасштабными подразумеваем структуры с периодами, много меньшими длины волны). Определена методика нахождения параметров эффективного слоя (ЭС), найдены условия применимости полученных результатов.

1. Метод эффективного слоя

В работе [10] было показано, что мелкомасштабную одномерно-периодическую структуру (МОПС) из выступов прямоугольного профиля (рис. 1) можно рассматривать в качестве некоторого эффективного слоя «вещества», что аналогично применению макроскопической теории упругости, когда расстояния между атомами много меньше характерных размеров задачи (длины волны). В случае МОПС роль атомов, а точнее атомных плоскостей, играют выступы. При этом указывалось [10], что деформацию выступов в поле распространяющейся параллельно им СПВ можно считать чисто сдвиговой, если выполняются два неравенства, одно из которых имеет вид

$$h \ll l, \tag{1}$$

где l — ширина выступов, а h — их высота (рис. 1), а второе, как показано ниже в разделе 3, является слишком жестким и может быть опущено.

При выполнении условия (1) модули сдвига ЭС $\mu_{1,2э}$, определяющие соответственно жесткость «вещества» эффективного слоя по отношению к смещениям, параллельным оси z и зависящим только от координаты y, и к смещениям, параллельным оси z и зависящим только от координаты x (рис. 1, a), равны между собой и определяются выражениями [10]

$$\mu_{1э} = l\mu_1/d, \tag{2а}$$

$$\mu_{2э} = l\mu_1/d, \tag{2б}$$

где μ_1 — модуль сдвига материала выступов, а d — период структуры.

В то же время модуль сдвига ЭС для смещений в плоскости (x, y) остается равным нулю, так как выступы не находятся между собой в механическом контакте. Отсюда следует весьма существенное нарушение симметрии тензора на-

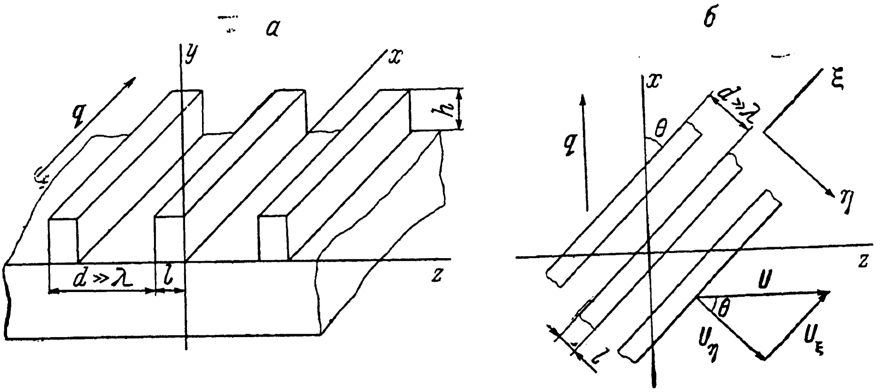


Рис. 1. МОПС из выступов прямоугольного профиля, параллельных направлению распространения СПВ (a) и из выступов шириной l, расположенных под углом θ к направлению распространения СПВ ($б$).

пряжений в эффективном слое $\sigma_{zx} \gg \sigma_{xz}$, которое обусловлено упругим противодействием подложки изгибу выступов в плоскости поверхности тела. Вследствие такого противодействия на каждый элемент ЭС, который при выполнении условия (1) можно считать двумерным (другими словами, на каждый элемент выступа с $h \ll l$), со стороны полупространства действует «объемный» вращательный момент, который и обеспечивает сдвиговую деформацию выступов, а также нарушение симметрии тензора напряжений в ЭС.

Отметим, что полученное нарушение симметрии тензора напряжений есть свойство только поверхностных сверхрешеток. Действительно, для мелкомасштабной объемной сверхрешетки из свободных тонких пластин, т. е. при отсутствии подложки и $h \to +\infty$, пользуясь известными выражениями для модулей сдвига эффективной среды [11, 12], можно получить $\mu_{2э}=0$, а значит, $\sigma_{zx}=\sigma_{xz}=0$.

Пусть теперь СПВ распространяется вдоль оси x, которая составляет с осью ξ, параллельной выступам МОПС, угол θ (рис. 1, $б$). В этом случае деформация выступов уже не сводится к чисто сдвиговой даже при $h \to 0$ и может быть представлена (рис. 1, $б$) в виде совокупности их растяжения по оси ξ: $U_\xi(x)=U(x)\times\sin\theta$, где $U(x)$ — смещение точек поверхности полупространства при распространении СПВ, и смещений по оси η, перпендикулярной выступам $U_\eta(x)=U(x)\cos\theta$.

Для создания смещений U_ξ и U_η к выступу необходимо приложить силы f_ξ и f_η, направленные соответственно по осям ξ и η. Векторное сложение этих сил дает силу $\mathbf{f}$, имеющую в общем случае составляющую f_x по оси x, которая должна приводить к появлению в поверхностной волне сжатия и растяжения. Однако, как будет показано, при выполнении условия (1) вследствие упругого противодействия подложки смещения в волне можно считать чисто сдвиговыми.

Физически появление компоненты f_x связано с анизотропией «вещества» ЭС. Действительно, в рассматриваемом длинноволновом пределе МОПС можно заменить сплошным эффективным слоем с гексагональной симметрией (с осью симметрии, параллельной оси η). При этом, если $\theta \neq 0, \ \pm\pi/2$, в нем не могут существовать собственные поперечные моды со смещениями $U(x)$ по оси z. В то же время при выполнении неравенства (1) на каждый элемент эффективного гексагонального слоя, который в этом случае можно считать двумерным, со стороны подложки действует «объемная» сила f_x, вынуждающая ЭС совершать несобственные сдвиговые колебания при произвольном θ. Таким образом, рассматриваемый ЭС можно заменить вторым эффективным слоем, в котором существует собственная чисто сдвиговая волна, распространяющаяся вдоль оси x, причем модуль сдвига этого второго ЭС $\mu_{2э}$ определяется из величины f_z — компоненты силы $\mathbf{f}$ по оси z, а учет вынуждающей силы f_x необходим лишь для определения области применимости результатов. Везде в дальнейшем, если не оговорено особо, под эффективным слоем будем подразумевать именно этот второй ЭС.

2. Определение упругих модулей ЭС

При выполнении условия (1) модуль сдвига ЭС $\mu_{1э}$ определяется, как и раньше, выражением (2а) для любых значений θ. Для нахождения зависимости $\mu_{2э}(\theta)$ рассмотрим деформацию отдельного выступа под действием параллельных оси z сдвиговых смещений в подложке (рис. 2), зависящих от координаты x по закону $U(x)=U_0 \sin qx$ (зависимость смещений в подложке от координаты y и времени для простоты опущена).

Разница в смещениях $U_\eta(x)$ точек A и $Б$ на противоположных боковых сторонах выступа (рис. 2) определяется выражением

$$\Delta U_\eta(x) \equiv U_\eta(A) - U_\eta(Б) = U_0 lq \cos\theta \sin\theta \cos qx. \quad (3)$$

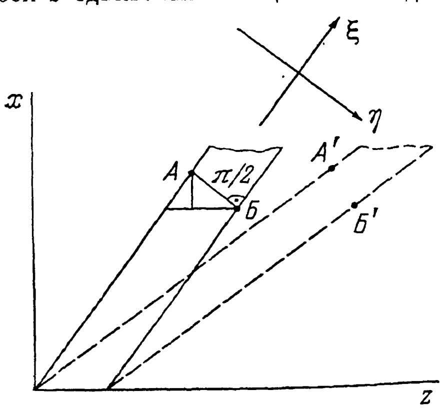


Рис. 2. Деформация участка выступа МОПС под действием сдвиговых смещений в подложке, параллельных оси z.

Штриховые линии — деформированное состояние.

В случае линейной зависимости смещений от x ($U(x)=Cx$, $C=\text{const}$)

$$\Delta U_\eta = Cl \cos\theta \sin\theta. \quad (4)$$

Аналогично для компоненты смещения U_ξ, параллельной оси ξ, получаем

$$\Delta U_\xi(x) = U_0 lq \sin^2\theta \cos qx. \quad (5)$$

Смещения, определяемые выражениями (3) и (5), несмотря на свою малость (они являются величинами следующего порядка малости по сравнению с амплитудой смещения в волне), оказывают существенное влияние на значение упругого модуля $\mu_{2э}$. Например, если растяжение выступа как целого определяется смещением его центральных точек, т. е. середины отрезка $АБ$ (рис. 2), то величина $\Delta U_\xi(x)$ определяет дополнительное сжатие и растяжение в выступе на его боковых сторонах. Причем если на одной стороне имеет место сжатие, то на второй — растяжение, и наоборот. Такая дополнительная деформация соответствует изгибу выступа в плоскости (x, z). При этом компоненту смещения $U_\eta(x)$ можно представить в виде суммы

$$U_\eta(x) = U_{из}(x) + U_с(x), \quad (6)$$

где $U_{из}(x)$ — смещение по оси η за счет изгиба выступов, возникающего в силу наличия смещений $\Delta U_\xi(x)$, а $U_с(x)$ — чисто сдвиговые смещения в выступе, имеющие место только в случае, когда $U_{\text{из}}(x) < U_{\eta}(x)$, и обусловленные упругим противодействием подложки [10].

Для нахождения величины изгибной составляющей $U_{\text{из}}(x)$ заметим, что, согласно [13], имеем

$$l/R = \partial[\Delta U_{\xi}(\xi)]/\partial\xi,$$

где R — радиус кривизны выступа в плоскости (x, z).

Подставляя сюда соотношение (5) и пользуясь известной формулой для радиуса кривизны кривой, получаем выражение для амплитуды изгиба выступов

$$(U_{0\,\text{из}})_{\text{св}} = U_0 \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = U_{0\eta}\,\mathrm{tg}^2\,\theta, \tag{7}$$

где $U_{0\eta}$ — амплитуда смещения $U_{\eta}(\xi)$.

Из выражения (7) следует, что при $\theta \to \pi/2$ амплитуда $(U_{0\text{из}})_{\text{св}}$ неограниченно возрастает. Это кажущееся противоречие на самом деле не является препятствием, так как в действительности выражение (7) определяет, какой должна была бы быть $(U_{0\text{из}})_{\text{св}}$ — амплитуда изгиба свободного выступа при наличии в нем указанных смещений сжатия (5). При наличии же упругой подложки амплитуда изгибной составляющей $U_{0\text{из}}$ не может расти до бесконечности, поскольку смещения в выступах определяются смещениями в подложке, и должно выполняться неравенство $U_{0\text{из}} \leqslant U_{0\eta}$, а $U_{0\eta} = U_0 \cos\theta \to 0$ при $\theta \to \pi/2$. Другими словами, подложка препятствует «излишнему» изгибу выступов.

Таким образом, окончательное выражение для амплитуды $U_{0\text{из}}$ изгибной составляющей смещения $U_{\eta}(\xi)$ в выступах имеет вид

$$U_{0\,\text{из}} = \begin{cases} U_0 \sin^2\theta/\cos\theta = U_{0\eta}\,\mathrm{tg}^2\,\theta, & \text{если } |\theta| \leqslant \pi/4, \\ U_0 \cos\theta = U_{0\eta}, & \text{если } \pi/4 < |\theta| \leqslant \pi/2. \end{cases} \tag{8}$$

Отсюда в соответствии с (6) амплитуда сдвиговой составляющей смещения $U_{\eta}(\xi)$ равна

$$U_{0\text{с}} = \begin{cases} U_{0\eta} \cos 2\theta/\cos^2\theta, & \text{если } |\theta| \leqslant \pi/4, \\ 0, & \text{если } \pi/4 < |\theta| \leqslant \pi/2. \end{cases} \tag{9}$$

Поскольку модуль сдвига ЭС $\mu_{2\text{э}}$ есть коэффициент пропорциональности между приложенной силой и деформацией, то его можно представить в виде суммы $\mu_{2\text{э}} = \mu_{\eta} + \mu_{\xi}$, где $\mu_{\eta,\,\xi}$ определяются из величин сил $f_{\eta} \cos\theta$ и $f_{\xi} \sin\theta$ соответственно. Сила f_{η}, которую необходимо приложить к выступу для создания в нем смещения $U_{\eta}(\xi)$, пропорциональна амплитуде $U_{0\text{с}}$, но не $U_{0\text{из}}$, так как жесткость выступа на изгиб в рассматриваемом длинноволновом пределе пренебрежимо мала по сравнению с его жесткостью по отношению к сдвигу или растяжению.

Рассматривая по аналогии с работой [10] однородную сдвиговую деформацию со смещениями $U(x) = Cx$ ($C = \text{const}$) и полагая при $|\theta| \leqslant \pi/4$ в соответствии с (9) $U_{\text{с}}(x) = Cx \cos 2\theta/\cos\theta$, получаем соответствующий силе $f_{\eta}\cos\theta$ вклад в компоненту $\sigma_{\text{э}\,zx}$ тензора напряжений в ЭС

$$(\sigma_{\text{э}\,zx})_{\eta} = \frac{N f_{\eta} \cos\theta}{h} = C\mu_1 \frac{l}{d} \cos^2\theta \cos 2\theta, \tag{10}$$

где $N = \cos\theta/d$ — число выступов на единичном отрезке оси z.

С другой стороны, $(\sigma_{\text{э}\,zx})_{\eta} = C\mu_{\eta}$, откуда получаем

$$\mu_{\eta} = \begin{cases} \mu_1 (l/d) \cos^2\theta \cos 2\theta, & \text{если } |\theta| \leqslant \pi/4, \\ 0, & \text{если } \pi/4 < |\theta| \leqslant \pi/2. \end{cases} \tag{11}$$

Для нахождения величины μ_{ξ} рассмотрим растяжение выступа под действием сдвиговой однородной деформации подложки $U(x) = Cx$. Если значения $\eta = \pm l/2$ соответствуют его боковым сторонам (рис. 2), то функция

$$\Delta U_{\eta}(\eta) \equiv U_{\eta}(\eta) - U_{\eta}(0) = -C\eta \cos\theta \sin\theta \tag{12}$$

(ср. с (3), (4)) описывает сжатие выступа со смещениями по оси η. Таким образом, растяжение выступа вдоль оси ξ происходит при наличии в нем дополнительного сжатия по оси η. Наличие такого сжатия обусловлено силами, действующими на выступ со стороны подложки. И наоборот, в этом случае со стороны выступа на подложку действует сила, стремящаяся создать в ней в области крепления выступа деформацию растяжения со смещениями по оси η, которая должна проникать в подложку на глубину порядка ширины выступа. Нетрудно видеть, что такая деформация подложки будет пренебрежимо малой, а значит, и сжатие выступов по оси η действительно описывается формулой (12), если помимо условия (1) выполняется также неравенство

$$h \ll C_2 l / E_1, \tag{13}$$

где C_2 — модуль одностороннего сжатия подложки, а E_1 — модуль Юнга материала выступов.

При этом компоненты тензора напряжений в выступе имеют вид [13]

$$\sigma_{\eta\eta} = \frac{E_1}{(1+\sigma_1)(1-2\sigma_1)}[(1-\sigma_1) U_{\eta\eta} + \sigma_1 (U_{yy} + U_{\xi\xi})],$$

$$\sigma_{yy} = 0 = \frac{E_1}{(1+\sigma_1)(1-2\sigma_1)}[(1-\sigma_1) U_{yy} + \sigma_1 (U_{\eta\eta} + U_{\xi\xi})],$$

$$\sigma_{\xi\xi} = \frac{E_1}{(1+\sigma_1)(1-2\sigma_1)}[(1-\sigma_1) U_{\xi\xi} + \sigma_1 (U_{\eta\eta} + U_{yy})], \tag{14}$$

где σ_1 — коэффициент Пуассона материала выступов.

Учитывая (12), из записанной системы (14) можно получить

$$U_{\xi\xi} = f_\xi (1+\sigma_1)/hlE_1. \tag{15}$$

Поскольку $U_{\xi\xi} = C \sin\theta \cos\theta$, то отсюда получаем соответствующий силе $f_\xi \sin\theta$ вклад в компоненту $\sigma_{\text{э}zx}$ тензора напряжений в ЭС

$$(\sigma_{\text{э}zx})_\xi = \frac{Nf_\xi \sin\theta}{h} = \frac{CE_1 l \cos^2\theta \sin^2\theta}{d\,(1+\sigma_1)} = \mu_\xi C, \tag{16}$$

или

$$\mu_\xi = \frac{E_1 l}{d\,(1+\sigma_1)} \cos^2\theta \sin\theta. \tag{17}$$

Отсюда, учитывая (11) и известное соотношение [13] $\mu_1 = E_1/2(1+\sigma_1)$, находим окончательное выражение для модуля сдвига эффективного слоя

$$\mu_{2\text{э}} = \begin{cases} (l/d)\,\mu_1 \cos^2\theta, & \text{если } |\theta| \leqslant \pi/4, \\ (2l/d)\,\mu_1 \cos^2\theta \sin^2\theta, & \text{если } \pi/4 < |\theta| \leqslant \pi/2, \end{cases} \tag{18}$$

которое при $\theta=0$ совпадает с формулой (2б).

График зависимости $\mu_{2\text{э}}(\theta)$ представлен на рис. 3. Разрыв производной $\partial\mu_{2\text{э}}/\partial\theta$ при $\theta = \pm\pi/4$ обусловлен обращением в нуль сдвиговой составляющей (9) смещения $U_\eta(x)$ и является следствием пренебрежения жесткостью выступа на изгиб по сравнению с его жесткостью по отношению к сдвигу и растяжению.

Отметим, что проведенная процедура нахождения величины $\mu_{2\text{э}}$ посредством ее представления в виде суммы $\mu_{2\text{э}} = \mu_\eta + \mu_\xi$ и независимого нахождения значений $\mu_{\eta,\,\xi}$ эквивалентна переходу из системы координат (η, ξ) к системе (x, z). При этом величина $\mu_{2\text{э}}$ есть коэффициент пропорциональности между компонентой σ_{xz} тензора напряжений в ЭС и деформацией. Зная величины $\sigma_{\xi\xi} = f_\xi/hd$, $\sigma_{\xi\eta} = f_\eta/hd$ и учитывая несимметрию тензора напряжений в эффективном слое $(\sigma_{\eta\xi}=0)$, по известным формулам преобразования тензора находим величину σ_{xz}, откуда снова получаем выражение (18).

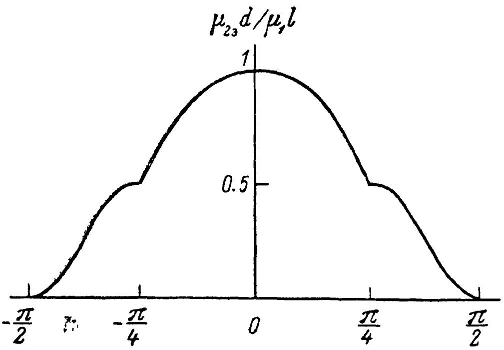
Подстановка полученных выражений (2а) и (18) в дисперсионное соотношение для СПВ, полученное в работе [10], дает зависимость дисперсии этих волн от направления их распространения в МОПС. При этом, если $\theta = \pm\pi/2$, модуль сдвига $\mu_{2э}=0$ и получаем известный закон дисперсии СПВ с волновым вектором, перпендикулярным выступам [6, 7].

Условие существования СПВ при произвольном направлени их распространения в МОПС определяется полученным в работе [10] неравенством

$$v_{t2} > v_{t1}\,(\mu_{2э}/\mu_{1э})^{1/2} \tag{19}$$

($v_{t\,1,\,2}$ — скорости поперечных волн в материалах выступов и подложки соответственно), где $\mu_{1,\,2э}$ определяются выражениями (2а) и (18).

Отсюда можно видеть, что при любом соотношении между величинами скоростей поперечных волн в материалах подложкп и выступов имеются два сектора углов $\theta_0 < |\,\theta\,| < \pi - \theta_0$ на плоскости (ξ, η) (рис. 4), в которых существует



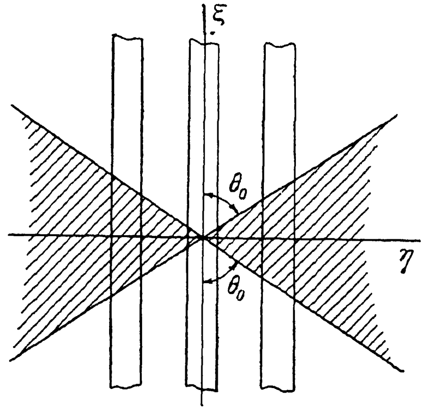


Рис. 3. Зависимость модуля сдвига ЭС $\mu_{2э}$ от угла θ.

Рис. 4. Диапазон направлений вокруг оси η (заштрихованные области), параллельно которым в МОПС могут распространяться СПВ, аналогичные волнам Лява в сплошном слое.

решение в виде СПВ. Если $v_{t2} \leqslant v_{t1}$, то угол θ_0, определяющий эти секторы, находится из выражения

$$\theta_0 = \begin{cases} \arccos(v_{t2}/v_{t1}), & \text{если} \quad |\theta_0| \leqslant \pi/4, \\ \frac{1}{2}\arcsin\left(\sqrt{2}\,v_{t2}/v_{t1}\right), & \text{если} \quad \pi/4 < |\theta_0| \leqslant \pi/2. \end{cases} \tag{20}$$

Если же $v_{t2} > v_{t1}$, то СПВ могут существовать при любом направлении распространения в МОПС.

Если ширина выступов, не находящихся между собой в механическом контакте, является периодической функцией координаты ξ: $l(\xi) = l(\xi + d_1)$, где $d_1 \ll \lambda$ — длины волны, то аналогично работе [10] получаем, что модуль сдвига эффективного слоя определяется выражением (18) (или рис. 3), в котором необходимо провести замену обратной ширины выступов l^{-1} на усредненную по периоду d_1 обратную ширину

$$l^{-1} \to \frac{1}{d_1}\int_0^{d_1} \frac{d\xi}{l(\xi)}. \tag{21}$$

Отсюда можно видеть, что наличие в мелкомасштабной структуре второго периода d_1 приводит к уменьшению величины $\mu_{2э}$ и к расширению секторов существования сдвиговых поверхностных волн (рис. 4).

3. Условия применимости полученных результатов

Предположим, что при условии (1) и при распространении СПВ параллельно выступам МОПС имеет место их изгиб в плоскости поверхности тела, т. е. растяжение—сжатие по разные стороны от нейтральной поверхности [13]. Тогда в силу непрерывности смещений на границе раздела выступ—подложка в последней также должно иметь место растяжение—сжатие на глубине $\sim l$ в области крепления выступа. При этом в подложке возникают отличные от нуля компоненты тензора напряжений σ_{xx}, σ_{xz}, σ_{xy}, которые обусловливают появление в ней силы, параллельной выступу и противодействующей его изгибу. Поэтому при условии (1) деформацию выступа можно считать чисто сдвиговой, если эта сила в подложке намного превосходит силу, возникающую в выступе за счет его растяжения—сжатия при изгибе.

Учет только компоненты тензора напряжений в подложке σ_{xx} приводит нас к неравенству [10] $h \ll C_2 l/\mu_1$. В то же время вклад в силу, противодействующую изгибу выступов, со стороны, например, компоненты σ_{xz} определяется по порядку величины выражением $f_n \to \mu_2 l\lambda\,(\partial U_x/\partial z) \sim U_0\mu_2 l^2/d$, где $U_x(z+d) = U_x(z) \sim U_0 l/\lambda$ — характерные смещения сжатия—растяжения в подложке при изгибе выступов, U_0 — амплитуда смещения в СПВ с длиной λ, а μ_2 — модуль сдвига подложки. Сравнивая силу f_n с характерной силой $f_b \sim E_1 h l^2 U_0/\lambda^2$, возникающей в выступе при его изгибе, получаем искомое условие

$$h \ll \mu_2\lambda^2/E_1 l, \tag{22}$$

которое заведомо выполняется в длинноволновом пределе при условии (1). Таким образом, для реализации сдвиговой деформации выступов достаточно удовлетворить неравенству (1), а второе условие, полученное в работе [10], может быть опущено.

Если СПВ распространяется под некоторым углом θ к выступам МОПС, то в диапазоне углов $\pi/4 \leqslant |\theta| \leqslant \pi/2$ амплитуда сдвиговых смещений (9) равна нулю. Кроме того, совместное выполнение условий (1) и (13) приводит к наличию в (17) множителя $(1+\sigma_1)^{-1}$, который можно положить равным единице при $\sigma_1 \ll 1$. Таким образом, при малых значениях σ_1 и $\pi/4 \leqslant |\theta| \leqslant \pi/2$ для справедливости выражения (18) не требуется выполнения условий (1) и (13).

В то же время при $\theta \neq 0$, $\pm\pi/2$ сдвиговые волны со смещениями по оси z не являются собственными для материала первого эффективного слоя с гексагональной осью, параллельной оси η (см. раздел 1), и существование этих волн обусловлено действием со стороны подложки «объемной» вынуждающей силы f_x. Найдем условие, ограничивающее высоту выступов h (толщину ЭС), для того чтобы действие вынуждающей силы эффективно распространялось на всю толщину первого ЭС.

Аналогично тому, как были получены выражения (10) и (16), находим для первого ЭС

$$\sigma_{\text{э}xx} \approx \begin{cases} 2U_0\mu_1 \dfrac{l}{\lambda d}\sin 2\theta, & \text{если } |\theta| \leqslant \pi/4, \\ 4U_0\mu_1 \dfrac{l}{\lambda d}\cos^2\theta\,\sin 2\theta, & \text{если } \pi/4 < |\theta| \leqslant \pi/2, \end{cases} \tag{23}$$

U_0 — амплитуда сдвиговых смещений в волне.

Значение $\sigma_{\text{э}xx}$ есть сила, приложенная вдоль оси x к единичной площадке в ЭС, перпендикулярной этой же оси. Наличие такой силы приводит к появлению в первом ЭС смещений с характерной величиной ΔU, параллельных оси x. Эти смещения в свою очередь являются причиной возникновения в рассматриваемом слое отличной от нуля компоненты тензора напряжений $\sigma_{\text{э}xy} \sim \Delta U l\mu_1/hd$, которая должна быть порядка величины $\sigma_{\text{э}xx}$. Отсюда получаем, что характерное отклонение смещений в ЭС ΔU от чисто сдвиговых много меньше амплитуды U_0, если

$$h \ll \lambda\,(4\sin 2\theta\cos^2\theta)^{-1}. \tag{24}$$

Наличие вынуждающей силы, действующей на первый ЭС со стороны подложки, обусловлено наличием в ней деформации сжатия (растяжения). В то же время таким отклонением смещений от чисто сдвиговых можно пренебречь, если сила $h\sigma_{\text{э}xx}$, вынуждающая первый ЭС совершать сдвиговые колебания и отнесенная к единичному отрезку оси z, много меньше силы, которая возникла бы в подложке на единице длины по оси z при наличии в волне смещений сжатия порядка U_0 — амплитуды сдвига. Такая сила в подложке равна по порядку величины $\sim 4C_2U_0/s\lambda$, где $s^2=q^2-\omega^2/v_l^2$, q — волновое число СПВ, а v_l — скорость продольных волн в подложке. Сравнивая это выражение с максимумом силы $h\sigma_{\text{э}xx}$, который достигается при $\theta=\pm\pi/4$ (см. (23)), получаем искомое условие

$$h \ll 2C_2d/l\mu_1s. \qquad (25)$$

Компонента сжатия в волне должна возникать также и за счет того, что при $\pi/4 < |\theta| \leqslant \pi/2$ подложка противодействует излишнему изгибу выступов в плоскости (x, z) (см. обсуждение формулы (7)). Однако поскольку жесткость выступов на изгиб в длинноволновом пределе пренебрежимо мала по сравнению с их жесткостью по отношению к растяжению, то смещения сжатия в подложке, обусловленные излишним изгибом выступов, будут много меньше тех смещений, условие малости которых заключается в выполнении неравенства (25).

Нетрудно видеть, что условия (25) и (24) выполняются практически всегда в длинноволновом пределе ($\lambda \gg d$) уже при $h \lesssim d$. Таким образом, самыми жесткими условиями применимости полученных результатов являются неравенства (1) и (13).

Заключение

Метод эффективного слоя, рассмотренный в данной работе, применим также и для определения дисперсии и условий существования сдвиговых поверхностных волн в системе достаточно тонкий анизотропный слой—изотропная подложка. В этом случае анизотропный слой, на который со стороны подложки действует сила, вынуждающая его совершать несобственные сдвиговые колебания, можно заменить на эффективный слой с упругими параметрами, подлежащими определению, в котором уже существуют собственные сдвиговые моды. Кроме того, метод эффективного слоя может быть использован для описания, вообще говоря, любых типов поверхностных акустических волн в мелкомасштабных периодических и анизотропных слоистых структурах. При этом необходимо находить также и другие модули упругости эффективного слоя помимо определенных в данной работе модулей сдвига $\mu_{1,\,2\text{э}}$.

Результаты данной работы могут быть использованы при создании различных акустоэлектронных устройств на сдвиговых поверхностных волнах, а также особенно в совокупности с резонансным эффектом нарушенного полного внутреннего отражения [14] для диагностики и контроля за параметрами рельефных поверхностных структур, в том числе и в процессе их изготовления (например, с помощью плазмохимического травления).

Список литературы

[1] *Викторов И. А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 288 с.
[2] *Красильников В. А., Крылов В. В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 399 с.
[3] *Ляв А.* Математическая теория упругости. М.; Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
[4] *Косевич Ю. А., Сыркин Е. С.* // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 1. С. 113—116.
[5] *Красильников В. А., Крылов В. В.* // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 5. С. 732—734.
[6] *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. Вып. 5. С. 220—223.
[7] *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 3. С. 447—453.
[8] *Auld B. A., Gagnepain J. J., Tan M.* //Electr. Lett. 1976. Vol. 2. N 24. P. 650—652.
[9] *Гуляев Ю. В., Плесский В. П., Тен Ю. А.* // РЭ. 1985. Т. 30. № 3. С. 557—562.
[10] *Грамотнев Д. К.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 7. С. 172—174.
[11] *Рытов С. М.* // Акуст. журн. 1956. Т. 2. № 1. С. 71—83.
[12] *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 507 с.
[13] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
[14] *Грамотнев Д. К.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 1. С. 86—90.

Поступило в Редакцию
10 мая 1989 г.