

01; 10

© 1990 г.

КОЛЛЕКТИВНОЕ ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО ОГРАНИЧЕННЫХ АНСАМБЛЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ-ОСЦИЛЛЯТОРОВ: ЭФФЕКТЫ КАНАЛИЗАЦИИ И СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ

Н. С. Гинзбург, А. С. Сергеев

На примере двумерной модели лазера на свободных электронах с плоским ондулятором исследовано взаимодействие квазиоптического волнового пучка с тонким в масштабе параметра Френеля потоком электронов-осцилляторов. Показано, что на линейной стадии взаимодействия реализуется режим усиления и канализации излучения электронным потоком. На нелинейной стадии дифракционные эффекты приводят к расширению волнового пучка и высвечиванию большей части сгенерированной электронным потоком электромагнитной энергии во внешнее пространство. Поскольку электромагнитным волнам, излучающимся под различными углами к оси системы, соответствуют различные фазовые скорости синхронных с электронами комбинационных волн, то при существенном превышении поступательной скорости частиц фазовой скорости наиболее медленной компоненты комбинационного поля $V_{с0}$ (соответствующей электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси системы) реализуется механизм стохастического торможения частиц, эстафетно взаимодействующих с различными компонентами комбинационного поля, пока средняя скорость всех частиц не сравняется с $V_{с0}$. Далее взаимодействие приобретает чисто реактивный характер: устанавливается стационарное солитоноподобное состояние волнового пучка, который захватывает электроны потока и канализируется ими благодаря эффекту полного внутреннего отражения. Прослежена аналогия между излучением при канализации и эффектом временной сверхизлучательной релаксации слоя циклотронных осцилляторов в среде с показателем преломления, близким к нулю.

Введение

В соответствии с соотношениями Крамерса—Кронига восприимчивость ансамблей классических электронов-осцилляторов имеет как активную, так и реактивную компоненты [1]. Поэтому при локализации в пространстве ансамбли таких осцилляторов могут не только усиливать электромагнитное излучение, но и образовывать электронные волноводы и резонаторы, частично или полностью формирующие пространственно-временную структуру излучения. Электронные волноводы и резонаторы, имея определенную общность с открытыми диэлектрическими волноводами и резонаторами, отличаются от последних прежде всего более значительной ролью эффектов пространственной и временной дисперсии, масштаб которых сравним с масштабом всей системы или временем ее жизни. Кроме того, свойства электронных волноводов и резонаторов существенным образом трансформируются при переходе взаимодействия электронов с электромагнитным полем из линейной в нелинейную стадию, в результате чего могут реализоваться сложные, в том числе стохастические режимы излучения. Естественно также, что имеет место большое разнообразие эффектов, связанных с типом индуцированного излучения (циклотронное, ондуляторное и т. д.), геометрией систем, свойств внешней среды, пространственной (эффекты канализации [2–12]) или временной (эффекты сверхизлучения [13–15]) постановкой задач. Все это позволяет выделить описанный выше круг проблем в новое направление физики излучательных процессов; подобные вопросы представляют интерес для релятивистской высокочастотной электроники, физики плазмы, астрофизики.

В настоящей работе рассмотрены два характерных типа задач: задача (разделы 1—3) о пространственном усилении монохроматического квазиоптического электромагнитного пучка в электронном волноводе, образованном слоем частиц, осциллирующих при движении в периодическом магнитном (ондуляторном) поле, и задача (раздел 4) о сверхизлучательной¹ временной релаксации слоя циклотронных осцилляторов, образующих электронный резонатор в среде с показателем преломления, стремящимся к нулю (плазма, волновод вблизи частоты тески). Прослежена как линейная, так и нелинейная стадии взаимодействия показана аналогичность описанных выше задач при замене пространственной временной на временную.

1. Уравнения взаимодействия квазиоптического волнового пучка с ленточным потоком электронов-осцилляторов

Пусть осцилляторное движение сообщается электронам при пролете через плоский ондулятор (рис. 1), который создает пространственно-периодическое магнитное поле с вектор-потенциалом

$$A_u = \text{Re} [y_0 A_u \text{ch } h_u x e^{i h_u z}], \quad (1)$$

где $h_u = 2\pi/d$, d — период ондулятора.

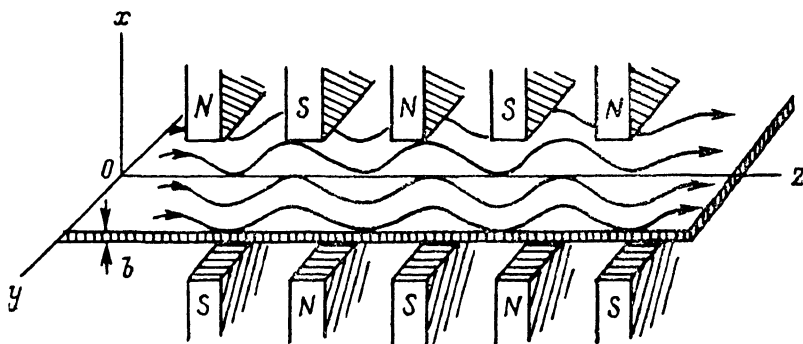


Рис. 1. Двумерная модель лазера на свободных электронах с плоским ондулятором и ленточным электронным потоком.

Электроны инжектируются в плоскости $x=0$, перемещаясь поступательно со скоростью $v_{||0} = \beta_{||0} c$ вдоль оси z и осциллируя в y -направлении. Будем считать, что излучаемое электронным потоком поле представляет собой квазиоптический волновой пучок, распространяющийся в направлении, близком к оси,

$$A_s = \text{Re} [y_0 A_s(z, x) e^{i(\omega t - h_s z)}], \quad (2)$$

где $h = \omega/c$, $A_s(z, x)$ — медленно меняющаяся в пространстве амплитуда волнового пучка.

Движение электронов в полях (1), (2) при выполнении условия комбинационного синхронизма

$$\omega \simeq h_c v_{||}, \quad (3)$$

где $h_c = h + h_u$, можно представить как сумму быстроосцилляторного со скоростями осцилляций

$$v_y^u = \text{Re} \left[\frac{e A_u}{m c \gamma} e^{i h_u z} \right], \quad v_y^s = \text{Re} \left[\frac{e A_s}{m c \gamma} e^{i(\omega t - h_s z)} \right] \quad (4)$$

¹ Используя здесь термин сверхизлучение или когерентное спонтанное излучение, мы исходим из аналогии (подробнее см. [14]) с известным в квантовой электронике эффектом сверхизлучения Дике [16—18], при котором образец, состоящий из инвертированных двухуровневых жистем благодаря развитию индуцированных процессов (диссипативной неустойчивости [18]), излучает короткий электромагнитный импульс с длительностью, много меньшей времени релаксации.

и медленного дрейфового движения под действием усредненной ponderomotorной силы

$$F_z = -\frac{e^2}{2\mathcal{E}} \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{Re} [A_s A_u e^{i(\omega t - h_c z)}] \quad (5)$$

($\mathcal{E} = mc^2 \gamma$ — энергия частиц), которая имеет структуру синхронной комбинационной волны.

Будем считать электронный поток бесконечно тонким (ленточным) в масштабе параметра Френеля

$$b^2/L\lambda \ll 1, \quad (6)$$

где b — ширина электронного потока, L — характерная длина пространства взаимодействия (обратный пространственный инкремент), $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина волны.

Взаимодействие ленточного потока электронов-осцилляторов с электромагнитным полем опишется системой уравнений, состоящей из усредненных уравнений движения частиц [19] (предполагается, что относительные изменения энергии частиц невелики $w = 1 - \mathcal{E}/\mathcal{E}_0 \ll 1$),² и уравнений параболического типа для амплитуды волнового пучка

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = \operatorname{Im} (a e^{i\theta}), \quad (7)$$

$$i \frac{\partial^2 a}{\partial X^2} + \frac{\partial a}{\partial Z} = 2i\delta(X)j \quad (8)$$

с граничными условиями

$$\theta|_{z=0} = \theta_0 \in (0, 2\pi), \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{z=0} = -\Delta, \quad a|_{z=0} = a_0(X). \quad (9)$$

Здесь использованы следующие безразмерные обозначения: $Z = \omega/czG$, $X = \omega/cx\sqrt{2G}$, $a = \mu \alpha_s \alpha_u G^{-2}/2$, $\theta = \omega t - h_c Z$ — фаза электрона относительно комбинационной волны, $j = 1/\pi \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta$ — амплитуда высокочастотного электронного

тока, $\Delta = (c/v_{c0} - c/v_{\parallel 0})G^{-1}$ — начальная расстройка комбинационного синхронизма, $v_{c0} = \omega/h_c$ — «холодная» фазовая скорость комбинационной волны, $\mu = \gamma_0^{-2} \beta_{\parallel 0}^{-3}$ — параметр группировки,

$$G = \frac{1}{2^{1/2}} \left(\frac{\mu \alpha_u^2 \omega_{\perp 1}^2}{8c\omega\beta_{\parallel 0}} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

— параметр усиления, $\alpha = eA_{s,u}/mc^2$, $\omega_{\perp 1} = \sqrt{(4\pi e\sigma_0)/(m\gamma_0)}$ — «поперечная» плазменная частота, σ_0 — невозмущенная поверхностная плотность заряда пучка, $\delta(X)$ — дельта-функция Дирака (см. (6)).

Эффективность энергообмена (электронный КПД) определяется соотношениями

$$\eta = \frac{G}{\mu(1-\gamma_0^{-1})} \hat{\eta}, \quad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\theta_0, \quad (11)$$

где $u = \mu w/G = \partial\theta/\partial Z + \Delta$ — нормированное изменение энергии частицы.

Система уравнений (7), (8) имеет интеграл, представляющий собой закон сохранения энергии,

$$P - P_0 = 8\hat{\eta} = 4 \int_0^Z |a| |_{X=0} |j| \sin \varphi dZ, \quad (12)$$

² Вследствие предположения о малости относительного изменения энергии частиц и пренебрежения их ближним кулоновским взаимодействием система уравнений (7), (8) носит достаточно универсальный характер и с точностью до коэффициентов может быть использована для описания усиления и канализации электромагнитного поля.

где $P = \int_{-\infty}^{\infty} |a|^2 dX$ — поток электромагнитной энергии ($P_0 = P(Z=0)$),

$\varphi = \arg a|_{x=0} - \arg j$ — фаза тока относительно фазы действующего на электроны электромагнитного поля.

Для дальнейшего анализа полезно также интегральное представление решения параболического уравнения (8), которое может быть найдено с помощью преобразования Фурье по поперечной координате

$$a(Z, X) = \frac{\sqrt{i}}{2\sqrt{\pi Z}} \int_{-\infty}^{\infty} a_0(X-X') e^{-iX'^2/4Z} dX' - \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_0^Z \frac{e^{-iX'^2/4(Z-Z')}}{\sqrt{Z-Z'}} j(Z') dZ'. \quad (13)$$

2. Линейная стадия взаимодействия.

Режим канализации излучения электронным потоком

В режиме малого сигнала $a \ll 1$, представляя фазы электронов в виде $\theta = \theta_0 - \Delta Z + \vartheta$, где $|\vartheta| \ll 1$, после линеаризации уравнений движения (7) получим следующее уравнение для амплитуды ВЧ тока:

$$\hat{j} = -e^{-i\Delta Z} \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta e^{-i\theta} d\theta_0,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} - i\Delta\right)^2 \hat{j} = -a, \quad (14)$$

$$j|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial j}{\partial Z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (15)$$

Уравнения (8), (14), (15) образуют самосогласованную систему уравнений, описывающих линейную стадию взаимодействия, исследование которой начнем с рассмотрения нормальных волн в безграничной стадии в продольном направлении системы ленточный поток электронов-осцилляторов—электромагнитное поле.

Для получения дисперсионного уравнения запишем решение системы уравнений (8), (14) в форме $\hat{j} = \hat{j}_e e^{i\Gamma Z}$, $a = \bar{a}(X) e^{i\Gamma Z}$ и сведем эту систему к одному уравнению

$$\frac{d^2 \bar{a}}{dX^2} + \Gamma \bar{a} = -2\delta(X) \chi_e \bar{a}, \quad (16)$$

где

$$\chi_e = \chi'_e - i\chi''_e = -\frac{1}{(\Gamma - \Delta)^2} \quad (17)$$

— эффективная диэлектрическая восприимчивость электронного потока (ср. с [1]).

Вне пучка решение (16) представимо в виде

$$\bar{a} = \bar{a}(0) e^{-i\gamma |X|}, \quad (18)$$

где $\gamma = \sqrt{\Gamma}$ — поперечное волновое число.

Сшивая решения (18) с учетом вытекающего из уравнения (16) граничного условия $\{d\bar{a}/dx\}|_{x=0} = -2\chi_e \bar{a}(0)$, приходим к дисперсионному уравнению [9]

$$\sqrt{\Gamma} (\Gamma - \Delta)^2 = i \quad \text{или} \quad \kappa (\kappa^2 - \Delta)^2 = i. \quad (19)$$

Решение (19) легко определяется в случае точного начального синхронизм $\Delta=0$

$$\kappa_n = e^{i((\pi/10)+2\pi(n-1)/5)}, \quad (20a)$$

$$\Gamma_n = e^{i(\pi/5+4\pi(n-1)/5)}, \quad (20b)$$

где $n=1-5$.

Согласно (20), в рассматриваемой системе существуют пять нормальных волн (рис. 2), две из которых возрастают вдоль оси z : $\text{Im } \Gamma_{3, 5} < 0$, две затухают $\text{Im } \Gamma_{1, 4} > 0$ и одна волна распространяется без изменения амплитуды $\text{Im } \Gamma_2 = 0$. Волны с номерами $n=1-3$ нарастают при удалении от пучка $\text{Im } x > 0$, в то время как волны с номерами $n=4, 5$ затухают $\text{Im } x < 0$. Заметим, что поток энергии (поперечная компонента вектора Пойнтинга) для волн с $n=1, 5$

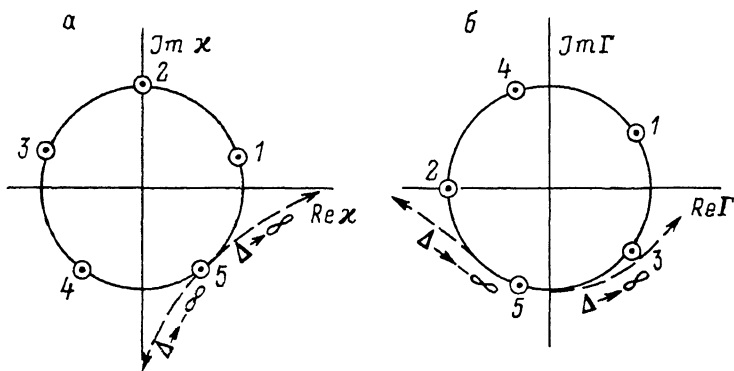


Рис. 2. Расположение на комплексной плоскости поперечных (а) и продольных (б) волновых чисел нормальных волн $\Delta=0$.

Стрелками показано направление смещения корня, соответствующего усиливающейся локализованной волне $n=5$ при изменении параметра Δ .

направлен от пучка к периферии $\text{Re } x > 0$, а для волн с $n=3, 4$ — в противоположном направлении $\text{Re } x < 0$; для волны с $n=2$ указанный поток отсутствует. Среди двух нарастающих волн особый интерес представляет волна с $n=5$, поскольку эта волна локализована в поперечном направлении и имеет поток энергии, направленный от пучка (абсолютная величина этого потока экспоненциально убывает при удалении от пучка).

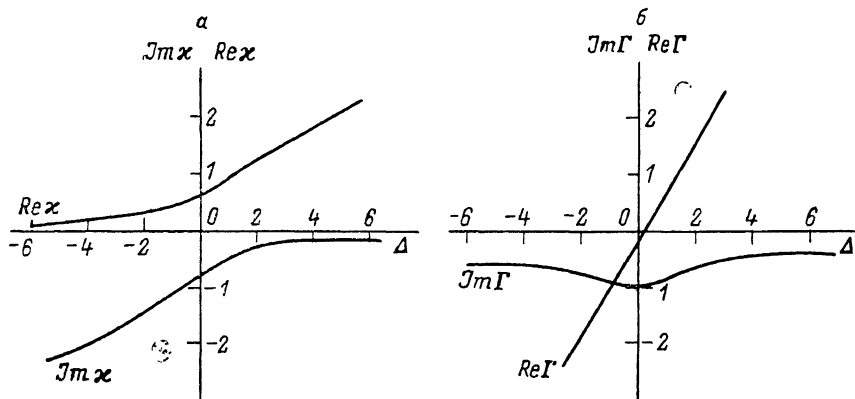


Рис. 3. Зависимость действительных и мнимых частей поперечных (а) и продольных (б) волновых чисел канализируемой нормальной волны от начальной расстройки комбинационного синхронизма.

При произвольной величине параметра расстройки синхронизма поперечные и продольные волновые числа канализируемой волны представлены на рис. 3. Как следует из рис. 3, б, максимум инкремента указанной волны достигается при $\Delta=0$. Фазовая скорость волны $v_\phi = c/(1 - \text{Re } \Gamma)$ меньше скорости света ($\text{Re } \Gamma < 0$) в области $\Delta < \Delta_* = 0.38$ и превышает эту скорость ($\text{Re } \Gamma > 0$) в области $\Delta > \Delta_*$. Обратим внимание, что чем больше параметр Δ , т. е. чем сильнее поступательная скорость электронов v_{10} превосходит холодную фазовую скорость комбинационной волны v_{c0} , тем больше действительная часть поперечного волнового числа и меньше мнимая часть (рис. 3, а). Это означает, что при увеличении Δ увеличивается поперечный поток энергии и одновременно

возрастает масштаб локализации поля, т. е. возрастает ширина волнового пучка. Напротив, в области больших отрицательных Δ , когда $v_{H0} < v_{c0}$, поток энергии стремится к нулю, масштаб локализации поля также уменьшается и взаимодействие электронного пучка с электромагнитным полем приобретает реактивный характер.

Для интерпретации механизма канализации введем феноменологически в правую часть уравнения (16) комплексную диэлектрическую восприимчи-

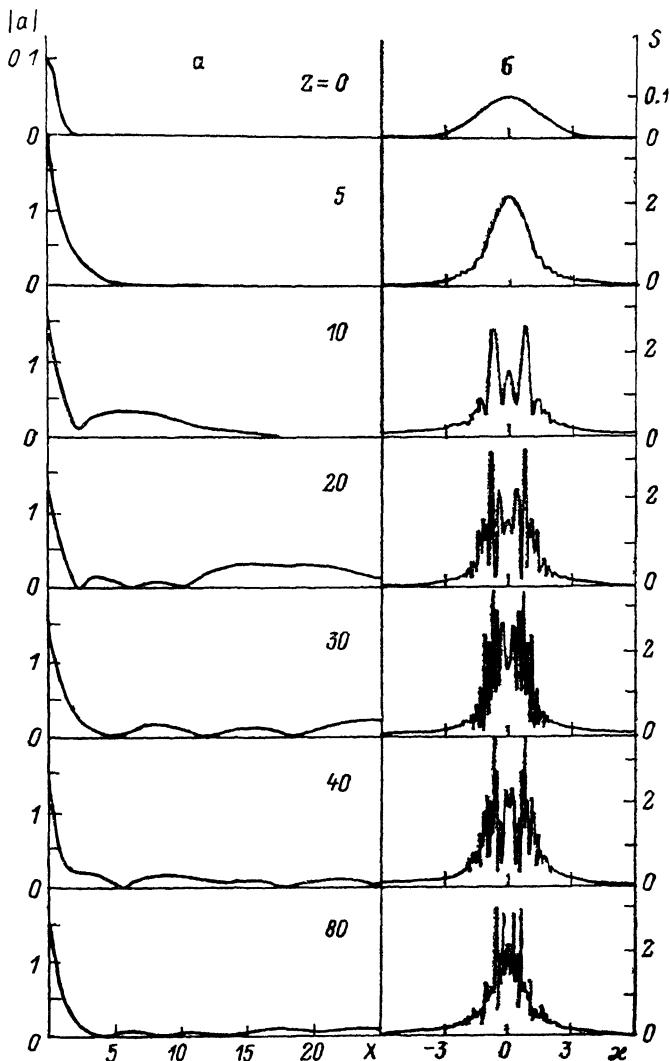


Рис. 4. Эволюция поперечного распределения модуля амплитуды волнового пучка (а) и спектра поля (б) ($\Delta=0$).

вость $\chi = \chi' - i\chi''$, считая ее в отличие от реальной восприимчивости электронного потока (17) не зависящей от продольного волнового числа, т. е. пренебрегая пространственной дисперсией. Тогда для поперечных и продольных волновых чисел нормальных волн тонкого слоя (см. условие (1)) получим

$$\operatorname{Re} \kappa = -\chi'', \quad \operatorname{Im} \kappa = -\chi', \quad (21)$$

$$\operatorname{Im} \Gamma = \chi' \chi'', \quad \operatorname{Re} \Gamma = \frac{1}{2} (\chi'^2 - \chi''^2). \quad (22)$$

Как следует из (24), канализация излучения ($\operatorname{Im} \kappa < 0$) имеет место при $\chi' > 0$, когда в диэлектрике волна является замедленной. Наличие усиления

$\chi'' < 0$ ($\text{Im } \Gamma < 0$) приводит к возникновению вытекания энергии в поперечном направлении $\text{Re } \kappa > 0$. Фазовая скорость нормальной волны меньше скорости света при $|\chi'| > |\chi''|$ ($\text{Re } \Gamma < 0$) и превосходит эту скорость при $|\chi'| < |\chi''|$ ($\text{Re } \Gamma > 0$). Согласно (21), на основании рис. 3, а можно определить зависимости активной и реактивной частей восприимчивости электронного потока (17) от расстройки синхронизма Δ . Очевидно, при $\Delta < \Delta_*$ $|\chi'_c| > |\chi''_c|$, а при $\Delta > \Delta_*$ $|\chi'_c| < |\chi''_c|$. Этим обстоятельством объясняется то, что канализируемая волна является медленной при $\Delta < \Delta_*$ и быстрой при $\Delta > \Delta_*$. Заметим, однако, что горячая расстройка синхронизма $\Delta_s = \Delta - \text{Re } \Gamma$ всегда является положительной, т. е. с учетом электронной перестройки горячая фазовая скорость комбинационной волны $v_s^0 = \omega_s / (h_u + \omega_s/c (1 - \text{Re } \Gamma))$ всегда остается меньше поступательной скорости частицы.

Анализ с помощью преобразования Лапласа линейной полубезграничной задачи (8), (14), (15) о падении в сечении $Z=0$ на слой электронов плоской волны ($a_0 = \text{const}$) приводит к следующему выражению для диафрагированного и усиленного полей [12]:

$$a(Z, X) = a_0 \left[\Phi \left(\frac{\sqrt{i} X}{2\sqrt{Z}} \right) + \sum_{n=1}^5 f_n e^{-i x_n |X| + i \Gamma_n Z} \left(1 - \Phi \left(\frac{\sqrt{i} |X|}{2\sqrt{Z}} - x_n \sqrt{iZ} \right) \right) \right], \quad (23)$$

где

$$f_n = (x_n^2 - \Delta) / (5x_n^2 - \Delta),$$

x_n, Γ_n — корни дисперсионного уравнения (19) (при $\Delta=0$ см. (20)); $\Phi(u) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^u e^{-\tau^2} d\tau$ — интеграл вероятности.

Основываясь на асимптотическом представлении интеграла вероятности при больших значениях аргумента ($|u| \rightarrow \infty$), приходим к выводу, что в области, отстоящей от входного сечения на расстояние, существенно превышающее обратный инкремент ($Z \gg 1$), излучаемое электронным пучком в приосевой зоне ($\sqrt{X} \ll Z$) поле имеет структуру усиливающейся локализованной нормальной волны

$$a(Z, X) \xrightarrow{Z \gg 1} 2a_0 f_5 e^{-i x_5 |X| + i \Gamma_5 Z}. \quad (24)$$

Этот вывод можно распространить на случай произвольного, не нарастающего при $|X| \rightarrow \infty$ начального возмущения.

3. Нелинейная стадия взаимодействия.

Режим дифракционного излучения электронного потока во внешнее пространство

Исследование нелинейной стадии взаимодействия ленточного потока электронов-осцилляторов с волновым пучком проводилось путем численного решения уравнений движения электронов (7) совместно с интегральным представлением для излучаемого поля (13). Контроль точности вычислений осуществлялся с помощью закона сохранения энергии (12). Начальные условия задавались в виде гауссовой функции

$$a_0(X) = a_0 e^{-X^2/X^2}. \quad (25)$$

На рис. 4—7 представлены результаты численного моделирования при $\Delta=0$ и 6, $\bar{X}=1$. Численное моделирование подтвердило сделанный выше вывод, что при произвольном начальном профиле волнового пучка в области линейного усиления на достаточном удалении от входного сечения (на рис. 4 $Z \sim 5$, на рис. 6 $Z \sim 10$) структура и спектр $\left(S = (1/\sqrt{\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i x X} a(X, Z) dX \right)$ излучаемого поля близки к структуре собственной локализованной моды. Таким образом, в области линейного усиления реализуется режим канализации излучения

электронным пучком. При этом, согласно результатам раздела 2, имеет место частичное вытекание электромагнитной энергии из электронного канала, обусловленное нарастанием волны в продольном направлении. Это вытекание приводит к тому, что в области (на рис. 4 $Z > 10$, на рис. 6 $Z > 15$), где начинают играть роль эффекты насыщения и амплитуда поля в приосевой зоне стабилизируется (рис. 5, а, 7, а), возникает расширение поперечного размера волнового пучка (на периферию приходят лучи, испущенные электронами в пред-

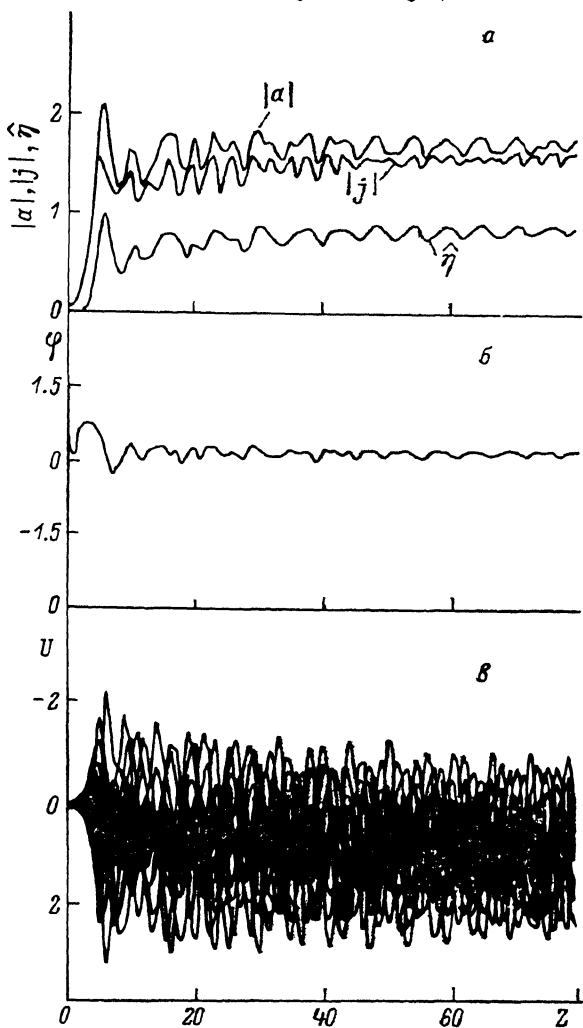


Рис. 5. Зависимость от продольной координаты амплитуды действующего на электроны поля $|\alpha|$ ($x=0$), амплитуды ВЧ тока $|j|$, приведенного КПД $\hat{\eta}$ (а), разности фазы поля и тока φ (б), относительных потерь энергии частиц u (в) ($\Delta=0$).

шествующих сечениях). На нелинейной стадии существует достаточно протяженная область дифракционного излучения электронного потока во внешнее пространство, в которой сгенерированная электронным потоком электромагнитная энергия излучается на бесконечность (по оси x). В этой области реализуется режим динамического хаоса [20-23]: малые возмущения начальных условий существенно деформируют конкретные детали структуры поля и осцилляций электронов, не меняя общую направленность процесса энергообмена.

На конечном участке (на рис. 4 $Z > 40$, на рис. 6 $Z > 100$) взаимодействие электронов с волновым пучком приобретает чисто реактивный характер: устанавливается стационарное состояние, когда захваченные волной электроны создают ВЧ ток, амплитуда которого вследствие сильного перемешивания

частиц внутри фазового объема, ограниченного сепаратрисой, постоянна, а фаза тока по отношению к фазе поля близка к 0 (рис. 5, б, 7, б), т. е. энергообмен отсутствует (см. (12)). При этом небольшая часть излученной энергии благодаря эффекту полного внутреннего отражения ($\chi'_e > 0$, $\chi''_e \approx 0$) продолжает канализироваться электронным потоком, образуя солитоноподобную волну.

Важно отметить, что при излучении в свободное пространство имеет место неограниченный (в рамках сделанных при выводе уравнений (7) предположе-

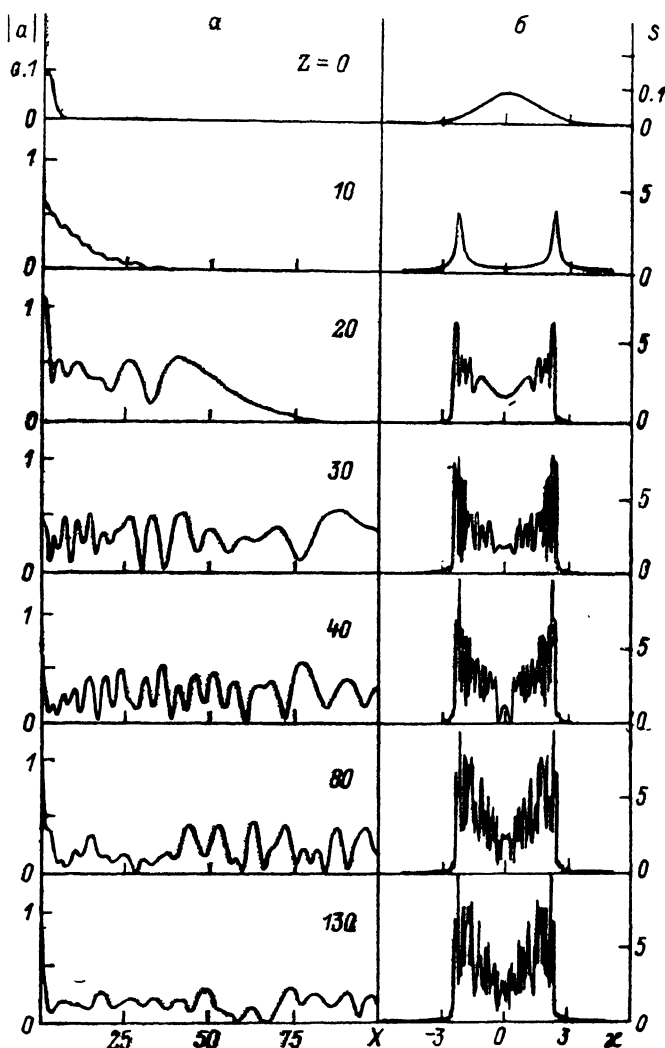


Рис. 6. То же, что на рис. 4 ($\Delta=6$).

ний)³ рост КПД с увеличением параметра начального разсинхронизма Δ (рис. 8). Рост КПД обусловлен эффектом стохастического (диффузионного) торможения частиц (ср. с [25]), существенным при больших положительных значениях параметра Δ (рис. 6, 7, область $15 < Z < 100$). Дело в том, что на нелинейной стадии излучаемое в свободное пространство поле (спектр на рис. 4, б, б, б) представляет собой ансамбль волн, распространяющихся под различными

³ При тех же предположениях в системах с фиксированной поперечной структурой поля максимум приведенного КПД $\hat{\eta}=2.56$ достигается при $\Delta=1.78$ [24, 19].

углами ψ , которым соответствуют разные скорости синхронных с электронами комбинационных волн

$$v_e = \frac{\omega}{h_u + \omega/c \cos \psi} \quad (26)$$

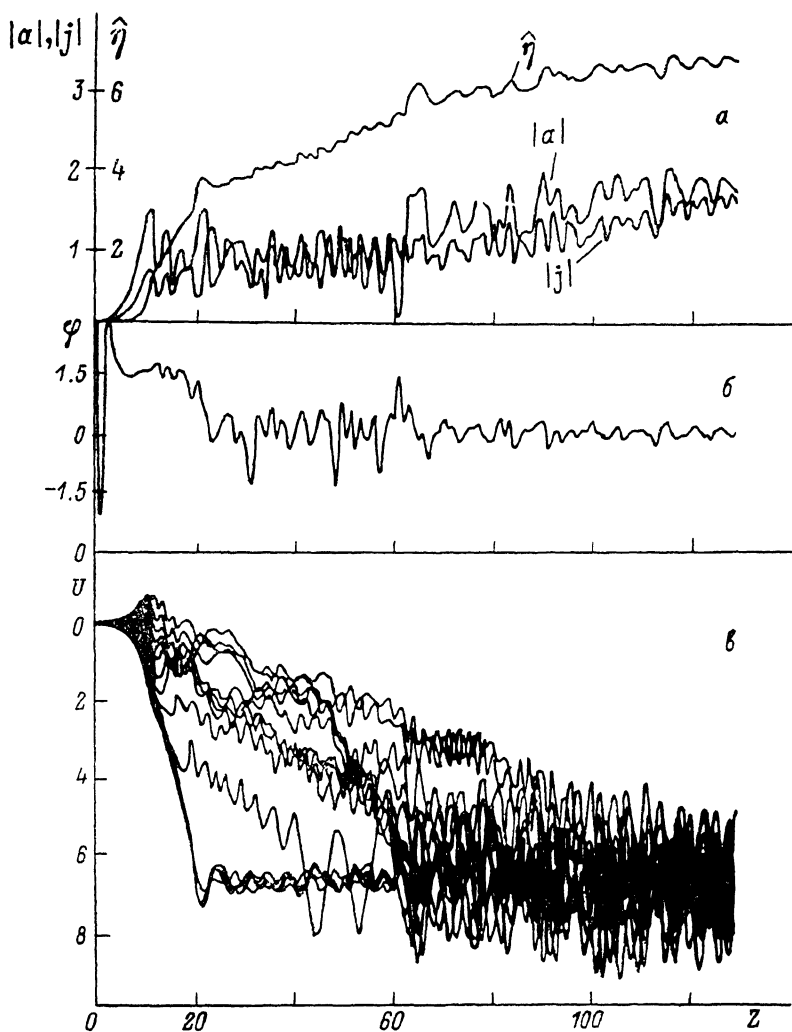
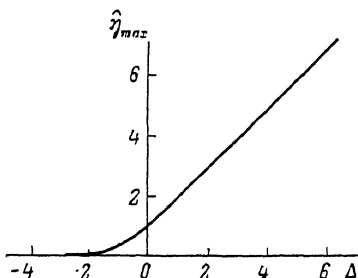


Рис. 7. То же, что на рис. 5 ($\Delta=6$).

В процессе стохастического торможения электроны последовательно взаимодействуют с различными компонентами пакета комбинационных волн, фазы которых случайны, пока средняя скорость всех электронов (рис. 5, *в* и 7, *в*) не сравняется (с учетом электронной перестройки) с фазовой скоростью наиболее медленной компоненты v_{c0} , соответствующей электромагнитной волне, распространяю-

Рис. 8. Зависимость максимального приведенного КПД от начальной расстройки комбинационного синхронизма Δ .



щейся вдоль оси z : $\psi \rightarrow 0$. По этой причине КПД оказывается тем выше, чем сильнее начальная скорость частиц v_{i0} превышает v_{c0} , т. е. чем больше параметр Δ .

Таким образом, при индуцированном ондуляторном излучении в свободное пространство все электроны тормозятся до естественного предела $v_{\parallel} \simeq v_{c0}$, который по существу определяется условиями индивидуального излучения частиц [26], т. е. законами сохранения энергии и импульса в элементарных актах излучения (рассеяния) электронами фотонов. В системах с фиксированной поперечной структурой поля указанный предел, как правило, не достигается.

4. Сверхизлучательная релаксация слоя возбужденных циклотронных осцилляторов

Рассмотрим здесь излучательную неустойчивость слоя электронов, вращающихся в однородном магнитном поле $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{z}_0$, в среде (волновод, плазма) с законом дисперсии $h = 1/c\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}$, где h — продольное волновое число, ω_c — критическая частота. Будем считать, что слой частиц, образующий электронный резонатор,⁴ имеет ширину в z -направлении и безграничен, в поперечном направлении все частицы имеют одинаковую начальную вращательную скорость $v_{\perp 0} = \beta_{\perp 0} c$ и равномерно распределены по фазам вращения. В предположении, что циклотронная частота $\omega_H = eH_0/mc\gamma$ и соответственно частота излучения близка к частоте отсечки ω_c сверхизлучения слоя возбужденных циклотронных осцилляторов, она опишется системой уравнений, аналогичной (7)–(9). Воздействующую на электроны циркулярно поляризованную компоненту электрического поля, выбрав ω_c в качестве несущей частоты, можно представить в виде

$$E_+ = E_x + iE_y = E(z, t) e^{i\omega_c t}.$$

Двумерное (слаборелятивистское $\gamma = 1 + \beta_{\perp}^2/2$) движение электронов удобно задавать переменной

$$\beta_+ = \frac{v_x + iv_y}{v_{\perp 0}} e^{-i\omega_c t},$$

где v_x, v_y — декартовы компоненты скорости электрона.

В результате обусловленная релятивистской зависимостью гирочастоты от энергии автофазировка электронов и последующее излучение электронных ступков опишется следующей системой уравнений (ср. с [28]):⁵

$$i \frac{\partial^2 a}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial a}{\partial \tau} = 2i\delta(\zeta) I j, \quad j = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \beta_+ d\theta_0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \beta_+}{\partial \tau} + i(\Delta + |\beta_+|^2) \beta_+ = i a \quad (28)$$

с начальными условиями

$$\beta_+|_{\tau=0} = e^{i\theta_0}, \quad \theta_0 \in (0, 2\pi), \quad a|_{\tau=0} = a_0(\zeta). \quad (29)$$

Здесь $\zeta = \sqrt{2} \beta_{\perp 0} \omega_c z/c$, $\tau = \beta_{\perp 0}^2 \omega_c t$, $a = ieE/\sqrt{2} mc\omega_c \beta_{\perp 0}^3$, $I = \omega_c^2 b/4 \sqrt{2} \omega_c c \beta_{\perp 0}^3$, $\Delta = (\omega_{H0} - \omega_c)/\omega_c \beta_{\perp 0}^2$ — начальная отстройка невозмущенной циклотронной частоты ω_H от критической частоты. При записи (27) толщина слоя предполагается

⁴ Электронные резонаторы могут формироваться и в безграничных в направлении поступательного движения электронных потоках за счет локализации области синхронного взаимодействия частиц с электромагнитным полем. Подобная ситуация реализуется в таких известных устройствах электроники СВЧ, как лампа обратной волны [24], гиротрон со слабо-нерегулярной электродинамической системой [27, 28]. Однако в указанных системах в отличие от рассматриваемых в данной работе время жизни электрона в пространстве взаимодействия конечно, что обуславливает пороговость самовозбуждения этих систем.

⁵ В предположении, что относительное изменение скоростей электронов невелико, система уравнений (27)–(29) может быть сведена к уравнениям (7)–(9) с точностью до замены временной производной на пространственную и знаков в правой части уравнения (7). Последнее обстоятельство определяет некоторое отличие процессов при ондуляторном и циклотронном излучении, в частности характера электронной перестройки частоты и фазовой скорости.

ласть малой $b^2/cT\lambda \ll 1$ (ср. с (6)), где T — характерное время взаимодействия (обратный инкремент).

Представляя излучаемое поле в виде $a(\zeta, \tau) = a(0) e^{-i\hat{h}|\zeta| + i\omega\tau}$ ($\hat{h} = ch/\sqrt{2} \omega_{\alpha} \beta_{\perp 0}$) и линеаризуя систему уравнений (27), (28), приходим к дисперсионному уравнению

$$i\Omega^2 \sqrt{\Omega + \Delta} + 2I\Omega = 2I. \quad (30)$$

При малых плотностях электронов $I \ll 1$ и $\Delta=0$ решения (30) аналогичны (20)

$$\Omega_n = (2I)^{1/5} e^{i(-\pi/5 + 4\pi(n-1)/5)}, \quad \hat{h}_n = (2I)^{1/5} e^{i(-\pi/10 + 2\pi(n-1)/5)}. \quad (31)$$

Согласно (31), из 5 нормальных мод системы существует единственная мода ($n=1$), нарастающая во времени $\text{Im } \Omega_1 < 0$, локализованная в пространстве

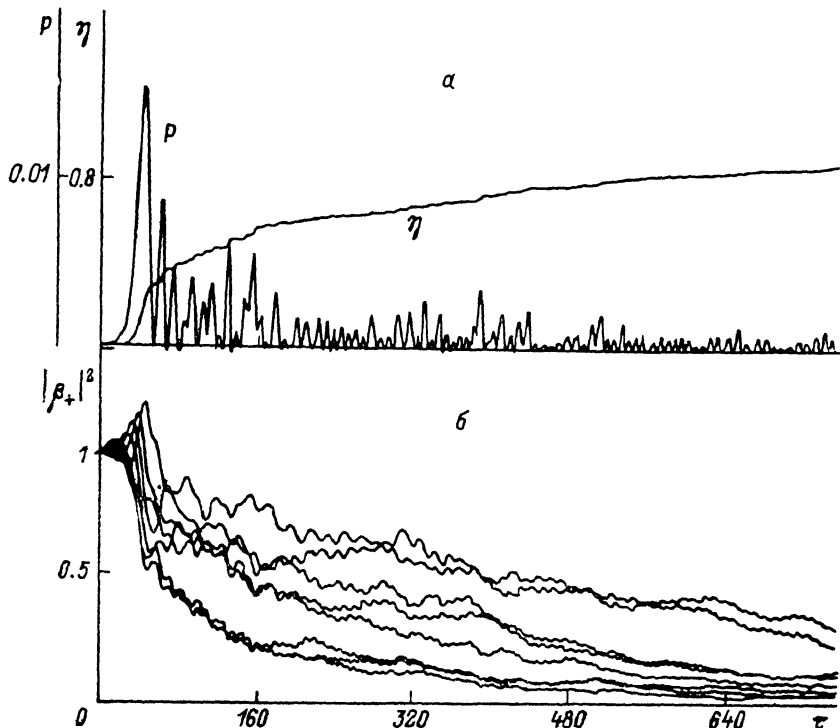


Рис. 9. Зависимость от времени мощности циклотронного сверхизлучения (а), энергий электронов (б).

$\Delta=0, I=0.006$

$\text{Im } \hat{h}_1 < 0$ и имеющая поток электромагнитной энергии, направленной от электронного резонатора во внешнее пространство $\text{Re } \hat{h}_1 > 0$. Для указанной моды сдвиг частоты положителен $\text{Re } \Omega_1 > 0$ и частота излучения превосходит критическую частоту. Важно также подчеркнуть беспороговый характер неустойчивости (т. е. неустойчивость развивается при сколь угодно малой плотности частиц), что обусловлено бесконечным временем жизни электронов в пространстве взаимодействия.

Нелинейная стадия сверхизлучательной неустойчивости исследовалась с помощью численного моделирования уравнений (27)—(29). Зависимость мощности излучения $P = I \text{Im}(a_j^*)$ и электронного КПД $\eta = 1 - 1/2\pi \int_0^{2\pi} |\beta_+|^2 d\theta_0$

приведены на рис. 9, а. Очевидно, основная часть вращательной энергии электронов трансформируется в энергию электромагнитного излучения за время порядка нескольких обратных инкрементов. На нелинейной стадии реализуется механизм стохастического торможения частиц (рис. 9, б), эстафетно взаимо-

действующих по мере потери энергии и увеличения гирочастоты со спектральными компонентами излучаемого поля частоты, которые все более превосходят критическую частоту. В результате асимптотически при $\tau \rightarrow \infty$ имеет место практически полное торможение всех частиц и $\eta \rightarrow 1$.

Пространственное распределение импульса электромагнитного излучения $a(\zeta)$ на линейной стадии (в данном случае до $\tau < 20$) определяется соотношениями (31) и аналогично представленному на рис. 4. Далее при $\tau > 20$ имеет место безграничное расширение электромагнитного импульса, соответствующее высвечиванию электромагнитной энергии во внешнее пространство.

Авторы признательны А. В. Гапонову-Грехову, Н. Ф. Ковалеву, М. И. Петелину за полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. // Изв. вузов. Радиофизика. Т. 10. № 9-10. С. 1414—1427.
- [2] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1981. Вып. 2. С. 62.
- [3] Tang C. M., Sprangle P. // Phys. Quant. Electron. Addison-Wesley, 1982. Vol. 9. P. 627.
- [4] Кондратенко А. М., Салдин Е. Л. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8. С. 1633—1642.
- [5] Канаевец В. И., Корженевский А. В., Черепенин В. А. // РиЭ. 1985. Т. 30. № 11. С. 2202—2212.
- [6] Черепенин В. А. // Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. М., 1987. С. 76.
- [7] Ginzburg N. S. // Opt. Commun. 1982. Vol. 43. N 3. P. 203—206.
- [8] Ginzburg N. S., Kovalev N. F., Rusov N. Yu. // Opt. Commun. 1983. Vol. 46. N 5-6. P. 300—304.
- [9] Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 5. С. 234—237.
- [10] Sharlemann E. T., Sessler A. M., Wurtele J. S. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. N 17. P. 1925—1929.
- [11] Moore G. T. // Opt. Commun. 1985. Vol. 52. N 1. P. 46—52.
- [12] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 3. С. 135—144.
- [13] Ильинский Ю. А., Маслова Н. С. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 1. С. 171—174.
- [14] Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 9. С. 1095—1116.
- [15] Гинзбург Н. С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 5. С. 440—443.
- [16] Dicke R. H. // Phys. Rev. 1954. Vol. 93. N 1. P. 99—114.
- [17] Андреев А. В., Емельянов В. И., Ильинский Ю. А. // УФН. 1980. № 3. Т. 131. С. 653—671.
- [18] Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 5. С. 1565—1581.
- [19] Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. Вып. 3. С. 930—943.
- [20] Странные аттракторы // Под ред. Я. Г. Синая, Л. П. Шильникова. М.: Мир, 1981.
- [21] Анищенко В. С., Арансон И. С., Постнов Д. Э., Рабинович М. И. // ДАН СССР. 1986. Т. 289. С. 626—629.
- [22] Пиковский А. С. // Препринт ИПФ АН СССР. № 206. Горький, 1988.
- [23] Гинзбург Н. С., Пиковский А. С., Сергеев А. С. // РиЭ. 1989. Т. 35. № 4. С. 861—867.
- [24] Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. // Введение в сверхвысокочастотную электронику. М.: Сов. радио, 1973.
- [25] Гинзбург Н. С. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 10. С. 584—588.
- [26] Гинзбург В. Л. // Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1975.
- [27] Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И., Эрм Р. Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 4. С. 622—630.
- [28] Гинзбург Н. С., Завольский Н. А., Нусинович Г. С. // РиЭ. 1987. Т. 32. № 5. С. 1031—1039.