

01; 09
 © 1990 г.

РЕЗОНАНСНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОПЕРЕЧНО-ОГРАНИЧЕННЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ФОКУСИРУЮЩИХ ВОЛНОВОДНЫХ РЕШЕТКАХ

В. А. Киселев, С. Н. Шапошников

Построена теория дифракционного отражения (и прохождения) поперечно-ограниченных поверхностных H - и E -волн с одновременной их фокусировкой в гофрированной квазипериодической решетке с искривленными штрихами, сформированной на поверхности оптического волновода с произвольным слоисто-неоднородным поперечным распределением диэлектрической проницаемости. Разработанный метод позволяет оптимизировать параметры волноводной решетки при различных положениях фокальных плоскостей и различной степени фокусировки взаимно преобразующихся поверхностных световых волн. В частности, рассчитаны зависимости коэффициента связи от отношения полуширин дифракционно-связанных (поперечно-ограниченных плоских или эрмито-гауссовых) волн разного порядка. Выведены соотношения, описывающие перераспределение светового потока при резонансно-дифракционных преобразованиях двух сфокусированных поверхностных волн.

Введение

Ограничение апертуры отдельных элементов (например, источников и приемников лазерного излучения) в монолитных и гибридных интегрально-оптических устройствах обработки информации приводит к возбуждению поперечно-ограниченных в плоскости волновода световых пучков. При стыковке полупроводниковых лазеров и волоконных световодов с устройствами на основе планарных волноводов также возникают расходящиеся поверхностные волны. В этих случаях использование криволинейных квазипериодических решеток с плавно изменяющейся амплитудой гофра позволяет фокусировать поперечно-ограниченные волны в плоскости оптического волновода с одновременным осуществлением распределенной обратной связи, частотной фильтрации, фазового согласования поверхностных световых волн и т. п.

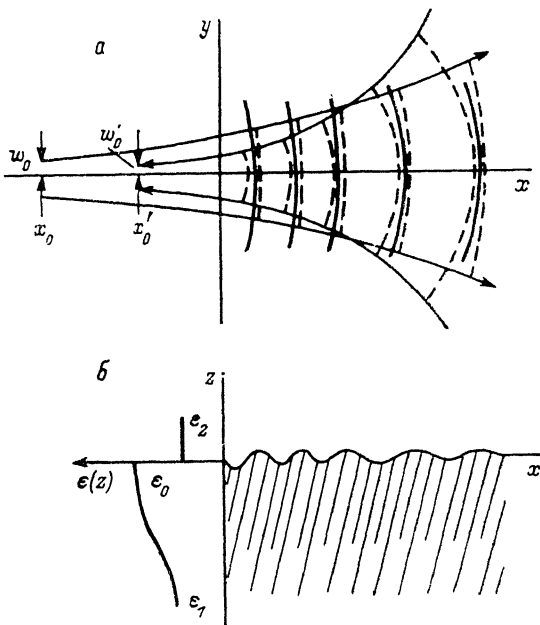


Рис. 1. Фокусирующая квазипериодическая решетка с искривленными штрихами на поверхности оптического волновода.

a — вид сверху, b — поперечное сечение.

Цель настоящей работы состояла в исследовании резонансно-дифракционной связи произвольных поперечно-ограниченных H - и E -волн, осуществляе-

мой с помощью квазипериодической гофрированной решетки с искривленными штрихами (рис. 1). При этом взаимно преобразующиеся световые пучки могут различаться положением фокальных плоскостей и степенью их фокусировки. Отметим также, что в представленном теоретическом описании дифракционных преобразований света охвачены всевозможные слоисто-неоднородные поперечные распределения диэлектрической проницаемости в волноводных периодических структурах, включая и широко применяемые на практике диффузные волноводы с разнообразными плавными поперечными профилями показателя преломления. В отличие от метода связанных волн, где решетка рассматривается как плоскопараллельный слой с периодически меняющейся диэлектрической проницаемостью [1, 2], в развитом здесь подходе при нахождении собственных волн квазипериодического гофрированного волновода условия непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитного поля записываются непосредственно на гофрированной поверхности решетки. Выполнение этих граничных условий приводит, как будет показано ниже, к системе алгебраических уравнений для амплитуд взаимно преобразующихся поперечно-ограниченных волн.

Поперечно-ограниченные поверхностные волны

При рассмотрении резонансно-дифракционных преобразований света в фокусирующей волноводной решетке представим скалярную волновую функцию v_z приближенно равную E_y (или H_y) и определяющую остальные компоненты электрического и магнитного полей \mathbf{E} и \mathbf{H} сфокусированной H - (или E -) волны, в следующем виде [3]:

$$v_{nm}(x, y, z) = Y_{nm}(x, y) \cdot Z_m(z) \cdot e^{(\pm) i \psi_{nm}(x, y)}, \quad (1)$$

где $Z_m(z)$ — поперечная мода порядка $m=1, 2, \dots$, совпадающая с соответствующей модой в случае плоских поверхностных волн и удовлетворяющая условию $Z(0)=1$ [4]; $Y_{nm}(x, y)$ — поперечная мода в плоскости волновода порядка nm ; $\psi_{nm}(x, y)$ — фаза поверхностной волны.

В частности, распределения амплитуды и фазы для параксиальных эрмито-гауссовых волн порядка $n=0, 1, 2, \dots$ (т. е. при условии $kn_m^*w_0 \gg [2n+1]^{1/2}$) описываются следующими функциями:

$$Y_{nm}(x, y) = \frac{H_n(y/w_m(x))}{[\pi^{1/2} 2^n n! w_m(x)]^{1/2}} \exp[-y^2/2w_m^2(x)],$$

$$\psi_{nm}(x, y) = kn_m^*[x - x_0 + y^2/2R_m(x)] - (n + 0.5) \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0}{kn_m^*w_0^2}\right),$$

$$w_m(x) = w_0 \left[1 + \left(\frac{x - x_0}{kn_m^*w_0^2}\right)^2\right]^{1/2}, \quad R_m(x) = (x - x_0) \left[1 + \left(\frac{kn_m^*w_0^2}{x - x_0}\right)^2\right], \quad (2)$$

где H_n — полиномы Эрмита; n_m^* — эффективный показатель преломления; x_0 и w_0 — положение фокальной плоскости и полуширина эрмито-гауссовой волны в этой плоскости; $k=2\pi/\lambda$, λ — длина световой волны в вакууме.

Аналогичные распределения для параксиальных поперечно-ограниченных плоских волн ($kn_m^*w_0 \gg 1$) имеет вид

$$Y_{nm}(y) = \begin{cases} w_0^{-1/2} \cos[(n+1)\pi y/2w_0 - \pi n/2], & |y| < w_0, \\ 0, & |y| \geq w_0, \end{cases}$$

$$\psi_{nm}(x) = kn_m^*[1 - (\pi(n+1)/kn_m^*w_0^2)/8]x. \quad (3)$$

Отметим, что поперечные моды в плоскости волновода $Y_{nm}(x, y)$, приведенные в (2) и (3), ортогональны и нормированы условием

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y_{nm} Y_{n'm'} dy = \delta_{nn'}, \quad (4)$$

где $\delta_{nn'}$ — символ Кронекера.

Предположим, что на поверхности оптического волновода создана гофрированная квазипериодическая решетка с искривленными штрихами (рис. 1), форма которой описывается функцией

$$z = \Delta z(x, y) \equiv \sigma g(x, y) \sin \varphi(x, y), \quad (5)$$

где σ — амплитуда гофра; $g(x, y)$ — ограниченная ($|g| \leq 1$) и медленно меняющаяся в плоскости волновода функция; $\varphi(x, y)$ — фаза решетки.

Распространяясь по такой решетке, поверхностная волна порядка nm возбуждает в условиях фазового синхронизма

$$\psi_{nm} + r\varphi_{\pm}^{\dagger} \approx \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \psi_{n'm'} \quad (6)$$

поверхностную волну порядка $n'm'$ в том же или в противоположном направлении (при верхнем или нижнем знаке в правой части (6)). При решении данной дифракционной задачи ограничимся анализом резонансного взаимодействия поверхностных волн в первом дифракционном порядке $r = \pm 1$, так как в волноводной решетке с относительно малой глубиной модуляции, обычно используемой в интегрально-оптических устройствах, преобразованием в дифракционные волны более высокого порядка можно пренебречь с относительной точностью $\sim (k\sigma)^2$. Дифракционные же волны первого порядка, отличающиеся положением фокальной плоскости и полушириной от соответствующих условию (6) параметров x'_0 и w'_0 , практически также не будут возбуждаться из-за значительного фазового рассогласования с падающей поверхностной волной.

Таким образом, исходя из условия фазового синхронизма, нетрудно определить оптимальную форму штрихов криволинейной решетки. Ее можно описать с помощью двух функций, первая из которых $N(x)$ задает положение штрихов на оси OX , а вторая $R(x)$ — их радиус кривизны. В частности, для эрмито-гауссовых волн (2) эти функции выражаются через параметры сфокусированных волн следующим образом:

$$\begin{aligned} N(x) &= \lambda/\Lambda(x) = N_0 + N_1(x), \quad N_0 = r \left[\begin{matrix} + \\ - \end{matrix} n_m^* - n_m^* \right], \\ N_1(x) &= \frac{r}{2} \left[\frac{n_m^* w_0^2 (2n+1)}{|(x-x'_0) R_m(x)|} - \frac{\begin{matrix} + \\ - \end{matrix} n_m^* w_0'^2 (2n'+1)}{|(x-x'_0) R_{m'}(x)|} \right], \\ R(x) &= rN(x) \left[\begin{matrix} + \\ - \end{matrix} n_m^*/R_{m'}(x) - n_m^*/R_m(x) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Lambda(x)$ — медленно меняющийся период решетки на оси OX .

В случае поперечно-ограниченных плоских волн (3) положение штрихов оптимальной прямолинейной решетки задается функциями

$$N = N_0 + N_1, \quad N_1 = \frac{r\pi^2}{8k^2} \left[\frac{(n+1)^2}{n_m^* w_0^2} - \frac{(n'+1)^2}{\begin{matrix} + \\ - \end{matrix} n_{m'}^* w_0'^2} \right], \quad (8)$$

где параметр N_0 имеет тот же вид, что и в (7).

Уравнения для амплитуд взаимодействующих поверхностных волн

В условиях резонансно-дифракционной связи двух световых пучков с одинаковыми эффективными показателями преломления n_m^* , полуширинами w_0 и положениями фокальных плоскостей x_0 в оптимальной волноводной решетке происходит возбуждение поперечных мод $Y_{nm}(x, y)$ только исходного порядка n (во встречных направлениях). В общем же случае, учитывая резонансную связь между всеми поперечными модами порядка $s=0, 1, 2, \dots$ в плоскости

волновода, возникающими в нулевом и первом дифракционных порядках, распределение поля на решетке следует искать в виде

$$v^{(\pm)}(x, y, z) = \sum_{j=0, r}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} a_{sj}^{\pm} Y_{sj}(x, y) Z_j^{(\pm)}(z) e^{i\psi_{sj}(x, y)}, \quad (9)$$

где индексы $j=0$ (или r) соответствуют поверхностным волнам одного порядка m (или m'), различающимся по порядку s ; верхний индекс «+» (или «-») соответствует поперечному распределению поля над (или под) гофрированной поверхностью волновода.

Далее, ввиду непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на гофрированной поверхности $z=\Delta z(x, y)$, т. е. непрерывности функций

$$v(x, y, z) \text{ и } \varepsilon^{-x}(z) \left[\frac{\partial v}{\partial z} - k\sigma g(x, y) N \cos \varphi(x, y) \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (10)$$

при $\Delta z(5)$, можно записать соответствующие граничные условия, используя представление (9) для волновой функции $v^{(\pm)}$ (здесь ε — диэлектрическая проницаемость; $\kappa=0$ для H -волн и $\kappa=1$ для E -волн). Подставляя в эти условия разложения квазипериодических функций $Z_j(\Delta z)$ и $\varepsilon^{-x}(\Delta z)$ в ряды Фурье с коэффициентами разложения $C_q(k\sigma g)$ и $E_q(k\sigma g)$ соответственно, получаем при каждой гармонике $\exp[ip\varphi]$ следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0, r}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} (a_{sj}^+ C_{p-j}^+ - a_{sj}^- C_{p-j}^-) Y_{sj} e^{i\Delta_{sj}} = 0, \\ & \sum_{j=0, r}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \left(a_{sj}^+ \sum_{i=0, r}^{\infty} \text{Ei}^+ \left[\frac{dC_{p-j-i}^+}{d\zeta} - ik\sigma g n_j^* N (C_{p-j-i-1}^+ + C_{p-j-i+1}^+) / 2 \right] - \right. \\ & \left. - a_{sj}^- \sum_{i=0, r}^{\infty} \text{Ei}^- \left[\frac{dC_{p-j-i}^-}{d\zeta} - ik\sigma g n_j^* N (C_{p-j-i-1}^- + C_{p-j-i+1}^-) / 2 \right] \right) Y_{sj} e^{i\Delta_{sj}} = 0, \quad (11) \end{aligned}$$

где $p=j+q=0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $\Delta_{sj} = \psi_{sj} - \psi_{s0} - j\varphi$ — приращение фазы поверхностных волн порядков $s0$ и sr относительно соответствующих волн порядков $n0$ и $n'r$, находящихся в фазовом синхронизме (6).

В рассматриваемом нами приближении в уравнениях (11) коэффициенты при неизвестных амплитудах a_{sj}^{\pm} достаточно раскрыть с точностью до членов $\sim k\sigma$. Затем раскладываем уравнения, полученные при $p=0$ и $p=r$, по полной системе ортонормированных функций $Y_{s0}(x, y)$ и $Y_{s'r}(x, y)$ соответственно. В результате после исключения амплитуд, входящих в распределение поля под решеткой, приходим к системе связанных уравнений для амплитуд $a_{s0}^{\pm(s'r)}$ с коэффициентами, зависящими только от координаты x ,

$$\delta n_{sm}^* (x) H_m^* e^{i\Delta_{s0}(x)} a_{s0}^+ = \frac{ir\tau_x}{2} \sum_{s'=0}^{\infty} I_{s's'} (x) e^{i\Delta_{s'r}(x)} a_{s'r}^+,$$

$$\delta n_{s'm'}^* (x) H_{m'}^* e^{i\Delta_{s'r}(x)} a_{s'r}^+ = -\frac{ir\tau_x}{2} \sum_{s=0}^{\infty} I_{s's'} (x) e^{i\Delta_{s0}(x)} a_{s0}^+, \quad s \text{ и } s' = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где величины, характеризующие силу резонансной связи, определяются соотношениями

$$\tau_x = k\sigma [\varepsilon_- - \gamma \varepsilon_+ + (\gamma - 1) (\gamma \dot{Z}_m^+ \dot{Z}_{m'}^+ - \dot{Z}_m^+ \dot{Z}_{m'}^+)] n_m^* n_{m'}^*,$$

$$I_{s's'} (x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) Y_{sm}(x, y) Y_{s'm'}(x, y) dy. \quad (13)$$

Здесь $\dot{Z}_m^+(m') = dZ_m^+(m')/d\zeta$ — градиенты поперечных мод порядка $m(m')$ над поверхностью решетки ($\zeta = kz$); параметр $\gamma = (\varepsilon_- / \varepsilon_+)^{\kappa}$, $\varepsilon_{\pm(\pm)}$ — диэлектрическая

определяют эффективные поперечные размеры области, в которой световой поток поверхностной волны порядка m (m') распределяется с плотностью, наблюдающейся вблизи гофрированной поверхности волновода [4]. Эти величины (наряду с градиентами поперечных мод $\dot{Z}_{m'}^+(0)$) включают в себя полную зависимость от конкретного вида поперечного распределения диэлектрической проницаемости $\epsilon(z)$. Выражения для величин $\delta n_{sm}^*(s'm')$, характеризующих поправки к эффективным показателям преломления $n_{sm}^*(m')$, будут приведены ниже.

Коэффициенты дифракционной связи

Как и в случае плоских поверхностных волн, коэффициент связи $\tau_z I_{ss'}$ пропорционален амплитуде гофра и скачку диэлектрической проницаемости на его поверхности. Причем при взаимном преобразовании E -волн величина τ_z может обращаться в нуль при определенном соотношении между параметрами волновода и периодом решетки [4]. Отметим также, что величина коэффициента связи зависит теперь и от соотношения параметров взаимодействующих на решетке поперечноограниченных волн. В случае решетки

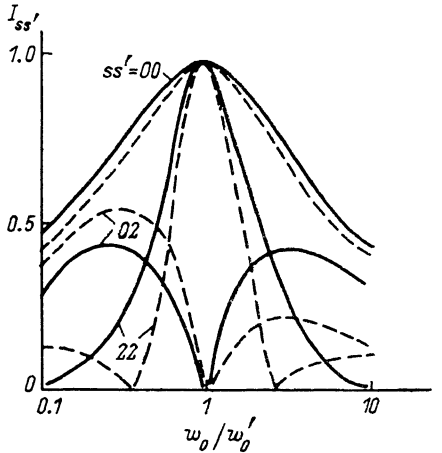


Рис. 2. Зависимость величины $I_{ss'}$, характеризующей силу резонансной связи поперечноограниченных поверхностных волн низших порядков s и s' , от отношения полуширин W_0 и W_0' .

Сплошные линии соответствуют эрмитово-гауссовым волнам, штриховые линии — поперечноограниченным плоским волнам.

с постоянной амплитудой ($g = \text{const}$) эту зависимость можно получить в аналитическом виде

$$I_{ss'}(x) = \left[\frac{2w_m w_{m'} s! s'!}{(w_m^2 + w_{m'}^2) 2^{s+s'}} \right]^{1/2} \sum_{k=0}^{\min(s, s')} \frac{(-1)^{\frac{s'-k}{2}} [w_m^2 - w_{m'}^2]^{\left(\frac{s+s'}{2} - k\right)}}{[w_m^2 + w_{m'}^2]^{\frac{s+s'}{2}} k! \left(\frac{s-k}{2}\right)! \left(\frac{s'-k}{2}\right)!} [4w_m w_{m'}]^k \quad (14)$$

для дифракционно-связанных эрмитово-гауссовых волн (2) и

$$I_{ss'} = \frac{w}{(w_m w_{m'})^{1/2}} \left\{ \frac{\sin \left[\left(\frac{s+1}{w_m} - \frac{s'+1}{w_{m'}} \right) \frac{\pi w}{2} \right]}{\left[\left(\frac{s+1}{w_m} - \frac{s'+1}{w_{m'}} \right) \frac{\pi w}{2} \right]} + (-1)^s \frac{\sin \left[\left(\frac{s+1}{w_m} + \frac{s'+1}{w_{m'}} \right) \frac{\pi w}{2} \right]}{\left[\left(\frac{s+1}{w_m} + \frac{s'+1}{w_{m'}} \right) \frac{\pi w}{2} \right]} \right\} \quad (15)$$

для поперечноограниченных плоских поверхностных волн (3). Здесь $w = \min(w_m, w_{m'})$ и s, s', k — положительные целочисленные индексы одинаковой четности (при различной четности s и s' величины $I_{ss'} = 0$). Из данных соотношений нетрудно видеть, что при совпадении полуширин $w_m(x)$ и $w_{m'}(x)$ световых пучков в пределах решетки величины $I_{ss'}(x)$ достигают своего максимального значения (равного единице) и, как отмечалось в [1, 5], происходит взаимное дифракционное преобразование поперечных мод одного порядка s (рис. 2). Различие полуширин $w_m(m')$ приводит к уменьшению коэффициента связи поверхностных волн одинакового порядка s (тем более существенному, чем выше порядок) и к возбуждению поперечноограниченных волн разного порядка s . При этом для осуществления высокоэффективного взаимного преобразования поверхностных волн различного порядка (например, $s = n$ и n') можно воспользоваться сильной зависимостью возбуждаемого дифракционного поля от распределения глубины модуляции решетки $og(x, y)$. В частности,

при оптимальных распределениях амплитуды гофра для гауссовых поверхностных волн

$$g(x, y) \approx \left(\frac{w_m}{w_{m'}}\right)^{1/2} \left[1 - y^2 \frac{w_m^2 - w_{m'}^2}{2w_m^2 w_{m'}^2}\right] \quad (16)$$

или для поперечно-ограниченных плоских волн низшего порядка ($s=s'=0$)

$$g(y) \approx 1 - y^2 \frac{w_m^2 - w_{m'}^2}{w_m^2 w_{m'}^2} \quad (17)$$

величина I_{00} достигает максимального значения (близкого к 1).

Дисперсионное уравнение

Возвращаясь к системе уравнений (12), определяющей амплитуды связанных поперечно-ограниченных волн, заметим, что из требования равенства нулю ее определителя вытекает дисперсионное уравнение для оптического волновода с гофрированной фокусирующей решеткой

$$\left| \delta n_{sm(s'm')}^*(x) - \frac{\tau_s^2}{4H_m^* H_{m'}^*} \sum_{s''=0}^{\infty} \frac{I_{ss''(s''s)}(x) I_{s's''(s''s'')}(x)}{\delta n_{s'm'(sm)}^*(x)} \right| = 0, \quad (18)$$

где s, s' и $s''=0, 1, 2, \dots$

Решениями данного уравнения являются параметры $n_{sm(s'm')}^*$, отличающиеся на малые величины $\delta n_{sm(s'm')}^*$ от $n_m^*(m')$,

$$n_{sm(s'm')}^*(x) = n_m^*(m') + \delta n_{sm(s'm')}^*(x). \quad (19)$$

Поправки $\delta n_{sm(s'm')}^*$ к эффективному показателю преломления $n_m^*(m')$ определяют дополнительный набег фазы поверхностных волн при распространении по гофрированному участку волновода

$$\delta \psi_{sm(s'm')}^*(x) = k \int_0^x \delta n_{sm(s'm')}^*(x') dx'. \quad (20)$$

Разность

$$\Delta n_{sm, s'm'}^* = \delta n_{s'm'}^* - \delta n_{sm}^* \quad (21)$$

характеризует отклонение от точного резонанса при дифракционном взаимодействии поверхностных волн и выражается через параметры этих волн следующим образом:

$$\Delta n^* = n_m^* + rN_0 \overline{(+)} n_{m'}^* + \Delta n_1^*, \quad (22)$$

где

$$\Delta n_1^*(x) = \left[\frac{\overline{(+)} n_m^* w_0'^2 (2s' + 1)}{|(x - x_0') R_{m'}(x)|} - \frac{n_m^* w_0^2 (2s + 1)}{|(x - x_0) R_m(x)|} \right] / \left[2 + rN_1(x) \right] \quad (23)$$

для эрмито-гауссовых волн

$$\Delta n_1^* = \frac{\pi^2}{8k^2} \left[\frac{(s' + 1)^2}{\overline{(+)} n_m^* w_0'^2} - \frac{(s + 1)^2}{(+)} \frac{n_m^* w_0^2}{(+)} \right] + rN_1 \quad (24)$$

для поперечно-ограниченных плоских поверхностных волн. Величины w, R, N_0 и N_1 определены ранее в формулах (2) (3), (7) и (8).

Следует отметить, что бесконечная система уравнений (12) для амплитуд $a_{s0}^+(s'r)$ не допускает аналитического решения. Однако в тех случаях, когда фазовая расстройка Δn_{sm}^* , $s'm'$ становится соизмеримой с коэффициентом связи и нарушается резонансный характер дифракционного преобразования поверхностных волн разного порядка s , его эффективность резко уменьшается. Благодаря этому при условии

$$L \geq (k\Delta n_{sm}^*)^{-1}, \quad (25)$$

где L — длина волноводной решетки, можно осуществить селекцию сфокусированных поверхностных волн определенного порядка s [5]. При этом необходимо только формировать решетку вблизи одной из фокальных плоскостей $x = x_0$ (или x'_0) на расстояниях $|x - x_0| \leq n_m^* k w_0^2$, так как с удалением от них все параметры n_{sm}^* монотонно приближаются к $n_m^*(m')$.

Таким образом, в оптимальной фокусирующей решетке амплитуды поверхностных волн, не находящихся в строгом резонансе (6), относительно малы

$$|a_{s0}^+(s'r)| \ll |a_{n0}^+(n'r)|, \quad (26)$$

что позволяет существенно упростить систему уравнений (12)

$$\begin{aligned} a_{n0}^+ \left[\delta n_{nm}^* - \frac{\tau_g^2}{4H_m^* H_{m'}^*} \sum_{s' \neq n'} \frac{(I_{ns'})^2}{\delta n_{s'm'}^*} \right] &= \frac{i r \tau_g I_{nm'}}{2H_m^*} a_{n'r}^+, \\ a_{n'r}^+ \left[\delta n_{n'm'}^* - \frac{\tau_g^2}{4H_m^* H_{m'}^*} \sum_{s \neq n} \frac{(I_{n's})^2}{\delta n_{sm}^*} \right] &= -\frac{i r \tau_g I_{n'n}}{2H_{m'}^*} a_{n0}^+, \\ a_{s0}^+ \delta n_{sm}^* e^{i\Delta_{s0}} &= \frac{i r \tau_g I_{sm'}}{2H_m^*} a_{n'r}^+, \quad s \neq n, \\ a_{s'r}^+ \delta n_{s'm'}^* e^{i\Delta_{s'r}} &= -\frac{i r \tau_g I_{s'n}}{2H_{m'}^*} a_{n0}^+, \quad s' \neq n'. \end{aligned} \quad (27)$$

В частности, отсюда видно, что каждая из сфокусированных волн порядка $s'm'$ или sm порождается поверхностной волной порядка nm или $n'm'$ соответственно. Вытекающее из данной системы уравнений дисперсионное соотношение сводится к нелинейному уравнению

$$\left[\delta n_{nm}^* - \frac{\tau_g^2}{4H_m^* H_{m'}^*} \sum_{s' \neq n'} \frac{(I_{ns'})^2}{\delta n_{s'm'}^*} \right] \left[\delta n_{n'm'}^* - \frac{\tau_g^2}{4H_m^* H_{m'}^*} \sum_{s \neq n} \frac{(I_{n's})^2}{\delta n_{sm}^*} \right] = \frac{(\tau_g I_{nm'})^2}{4H_m^* H_{m'}^*}. \quad (28)$$

Его решения — малые величины $\delta n_{sm}^{k*}(s'm')$ ($k=1, 2, \dots$) описывают в соответствии с (9) и (20) распределение светового поля на гофрированном участке волновода. При этом амплитуда каждой из сфокусированных волн постепенно изменяется вдоль решетки согласно выражению

$$A_{s0}(s'r)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{s0}^k(s'r) e^{i\delta\phi_{sm}^k(s'm')(x)}. \quad (29)$$

Фигурирующие здесь произвольные постоянные $a_{s0}^k(s'r)$ определяются из начальных условий на концах гофрированного участка и уравнений (27). В том случае, когда поперечно-ограниченные волны порядка $s'm'$ ($s'=0, 1, 2, \dots$) дифракционно возбуждаются в том же направлении, что и падающая волна порядка nm , их амплитуды на входе решетки $A_{s'r}(0) = 0$. При возбуждении же дифракционных волн в направлении, противоположном направлению падающей волны, должно выполняться условие $A_{s'r}(L) = 0$ на выходе из решетки. В обоих случаях будем предполагать, что на фокусирующую решетку падает только одна из поперечно-ограниченных волн (порядка nm).

Ограничиваясь решением системы уравнений (27) в первом приближении, можно получить следующие выражения для малых поправок $\delta n_{nm}^{*1,2}$:

$$\delta n_{nm}^{*1,2} = \frac{-\Delta n_{nm}^{*1,2} \pm \delta}{2}, \quad \delta n_{n'm'}^{*1,2} = -\delta n_{nm}^{*2,1},$$

$$\delta = [\tau^2 + (\Delta n_{nm}^{*1,2}, n'm')^2]^{1/2}, \quad \tau^2 = \frac{(\tau_z I_{nm'})^2}{H_m^* H_{m'}^*}, \quad (30)$$

где параметр $\Delta n_{nm}^{*1,2}, n'm'$ определен в (22)—(24).

Далее, используя первые два уравнения из (27) для амплитуд поперечно-ограниченных волн $a_{n0}^{+}(n'r)$ и налагая соответствующие начальные условия, нетрудно описать взаимное преобразование двух резонансно-связанных сфокусированных поверхностных волн. В частности, при распространении этих волн в одном направлении световой поток квазипериодическим образом преобразуется из одной волны в другую по закону

$$\frac{P_{n'm'}(x)}{P_{nm}(0)} = \left(\frac{\tau(0)}{\delta(0)} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{k}{2} \int_0^x \delta(x') dx' \right) + \left(\frac{\Delta n^*(x) \delta(0) - \Delta n^*(0) \delta(x)}{\tau(x) \delta(0)} \right)^2. \quad (31)$$

Если же падающая на фокусирующую решетку поверхностная волна порядка nm резонансно возбуждает встречную волну порядка $n'm'$, то коэффициент отражения от такого распределенного зеркала длиной L составляет

$$\frac{P_{n'm'}(0)}{P_{nm}(0)} = \frac{\left[\operatorname{sh}^2 \left(\frac{k}{2} \int_0^L |\delta(x')| dx' \right) + \left(\frac{\Delta n^*(L) |\delta(0)| - \Delta n^*(0) |\delta(L)|}{|\tau(0) \tau(L)|} \right)^2 \right]}{\left[\operatorname{ch}^2 \left(\frac{k}{2} \int_0^L |\delta(x')| dx' \right) - \left(\frac{\Delta n^*(L)}{|\tau(L)|} \right)^2 \right]}. \quad (32)$$

Величины $\delta(x)$, $\tau(x)$ и $\Delta n^*(x)$ определены в (30).

В заключение отметим, что данную теорию дифракционных преобразований поперечно-ограниченных поверхностных волн с одновременной их фокусировкой в плоскости волновода целесообразно использовать при анализе интегрально-оптических устройств с гофрированными криволинейными решетками, в частности при оптимизации их параметров.

Список литературы

- [1] Hardy A., Streifer W. // J. Opt. Soc. Amer. 1979. Vol. 69. N 9. P. 1235—1242.
- [2] Roey J. V., Lagasse P. E. // J. Opt. Soc. Amer. 1982. Vol. 72. N 3. P. 337—342.
- [3] Киселев В. А., Прохоров А. М. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. N 7. С. 1437—1442.
- [4] Киселев В. А., Прохоров А. М. // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. № 3. С. 544—555.
- [5] Киселев В. А. // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. № 3. С. 578—581.

Институт общей физики АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
21 июля 1989 г.
В окончательной редакции
14 марта 1990 г.