

01; 09; 10

© 1990 г.

КВАЗИСТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСКОРЯЮЩИХ СТРУКТУР НА H -ВОЛНЕ

А. Б. Барсуков

Описана квазистатическая модель длинных резонаторов на H -волнах, используемых для построения ускоряющих структур линейных ускорителей ионов. Модель основана на методе частичных областей с использованием базиса расширенной области и эквивалентном граничном условии на ускоряющем канале в квазистатическом приближении. Предлагаемый подход позволяет вывести приближенное дисперсионное уравнение для частот низших H -колебаний, а так же учесть влияние краевых эффектов в торцевых областях на параметры H -структур.

Ускоряющие структуры на H -волне нашли широкое применение в разработках линейных резонансных ускорителей тяжелых ионов и протонов с высокочастотной фокусировкой [1, 2]. Поэтому разработка математических моделей H -структур представляет практический интерес. H -колебания в таких структурах обладают определенными особенностями, создающими трудности в теоретических исследованиях на основе

строгих численных методов, но позволяющими строить эффективные приближенные квазистатические модели. Основной особенностью H -колебаний являются сильная локализация электрической компоненты поля в окрестности электродов ускоряющего канала и близкое к равномерному распределение магнитной компоненты по поперечному сечению структуры. При этом продольная проекция магнитной компоненты близка к нулю в окрестности ускоряющего канала. Пространственная «разделенность» компонент поля позволяет отнести H -структуры к классу резонаторов с квазисосредоточенными параметрами, моделирование свойств которых проводится обычно методом эквивалентных схем [3]. Указанная особенность H -колебаний

наглядно устанавливается при расчете H -структур в продольно однородном приближении [4]. Другая особенность связана с конечностью продольной длины ускоряющей структуры. На поперечной торцевой металлической стенке проекция H_z обращается в нуль, поэтому H -колебания принципиально неоднородны по длине. Это приводит к необходимости наличия специальных торцевых областей на концах H -структуры, параметры которых влияют на распределение $H_z(z)$ вдоль всей длины структуры. Указанные факторы вместе со сложной формой электродов ускоряющего канала особенно для структур с квадрупольной ВЧ фокусировкой [1] приводят к существенной трехмерности решений уравнений Максвелла. Краевые эффекты в торцевых областях не позволяют ис-

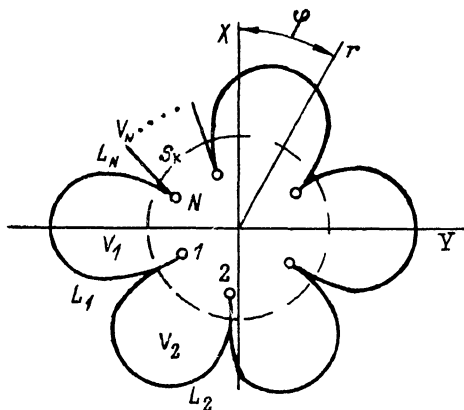


Рис. 1. Схема поперечного сечения многокамерной структуры на H -волне.

пользовать эквивалентные периодические структуры для сведения задачи к расчету одного периода ускорения, как это обычно делается при расчете ускоряющих структур. Ограниченность ресурсов современных ЭВМ не позволяет решить задачу электродинамики для H -структур на основе известных строгих численных методов (таких, как метод конечных элементов, метод интегральных уравнений и др.). Поэтому в литературе известны расчеты H -структур в продольно однородном приближении, по эквивалентным схемам и при упрощенной геометрии методом частичных областей. В настоящей работе предлагается квазистатическая модель определенного класса H -структур, основанная на методе частичных областей (см., например, [2]) и усредненном квазистатическом граничном условии на ускоряющем канале. Модель по сути является сочетанием строгого численного метода и метода эквивалентных схем. H -структуры рассматриваемого класса могут быть определены как пучок длинных слабо-нерегулярных цилиндрических волноводов, связанных узкой продольной не-

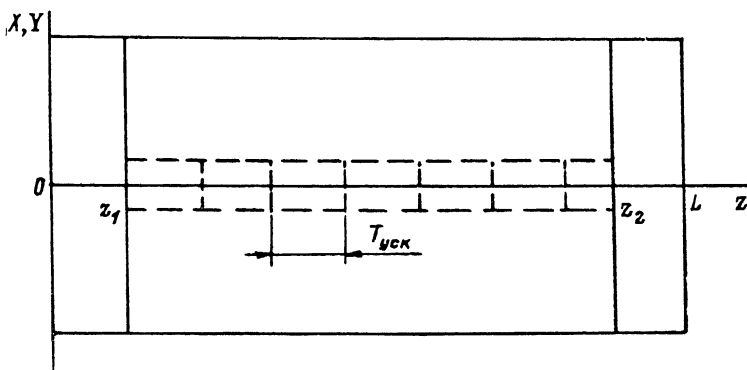


Рис. 2. Продольная схема структуры на H -волне.

$[z_1, z_2]$ — отрезок структуры с сечением рис. 1, $T_{уск}$ — период ускоряющего канала.

регулярной щелью, нагруженной ускоряющими электродами, и замкнутых на концах короткими цилиндрическими торцевыми областями (рис. 1, 2). В рамках модели поле в волноводах описывается в форме ряда Фурье по векторным собственным функциям оператора Лапласа, как предписывается методом частичных областей, а также скалярным потенциалом и током в окрестности электродов ускоряющего канала в соответствии с методом эквивалентных схем. Таким образом, геометрия волноводов учитывается в модели непосредственно заданием вида собственных функций и размеров волноводов, а геометрия щели связи и ускоряющих электродов вводится через эквивалентные квазистатические параметры — погонные емкость и индуктивность ускоряющего канала, рассчитываемые отдельно в решении эквивалентных трехмерных электро- и магнито-статических задач [5]. Для сопряжения скалярного потенциала и тока на ускоряющем канале с усредненным полем на щелях волноводов вводится усредненное граничное условие, получаемое из уравнений непрерывности токов на краях щелей и напряжений между их краями. Предлагаемая модель эффективна при следующих условиях: 1) для H -колебаний, принадлежащих нижней ветви дисперсионной характеристики структуры; 2) длина структуры L много больше размера поперечного сечения волновода; 3) ширина щели много меньше длины контура поперечного сечения волновода; 4) ускоряющий канал представляет собой отрезок последовательности электродов, близкой к периодической; 5) резонансные длины волн много больше ширины щели и длины периода ускоряющего канала. Названные ограничения по сути являются условиями квазистатичности структуры. Отличие предлагаемой модели от метода эквивалентных схем заключено в аппроксимации полей в волноводах с помощью точных решений волнового уравнения. Так как волновод является системой с распределенными параметрами, то изображение его сосредоточенными элементами и является основными источниками погрешности при использовании для расчета H -структур метода эквивалентных схем. На рис. 1 и 2 показана схема H -структуры

рассматриваемого класса, где цифрами 1, 2, . . . , N отмечены края щелей связи; V_i , L_i — объемы и контуры поперечных сечений волноводов; S_k — поверхность, натянутая на щели связи через края щелей и охватывающая окрестность ускоряющего канала. Ускоряющий канал размещен на отрезке $[z_1, z_2]$ (рис. 2). Отрезки $[0, z_1]$ и $[z_2, L]$ не содержат электродов. Поле в волноводах может описываться одной собственной функцией, если форма контура сечения каноническая (имеющая известный аналитический вид собственных функций [3]), либо в виде разложения по базису расширенной области [6] с коэффициентами, определяемыми из вспомогательной задачи возбуждения волновода через продольную щель поперечным электрическим полем (см., например, [7]).

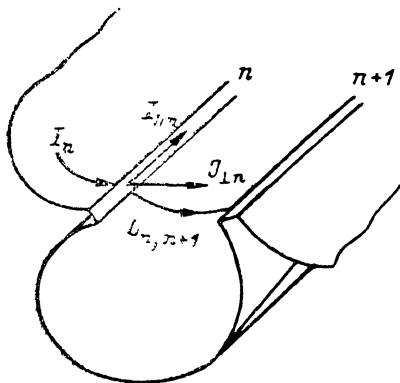


Рис. 3. Схема токов и напряжений для вывода граничного условия на щели.

Для вывода условия сопряжения на рис. 3 отмечены основные токи и напряжения. $I_n(z)$ — ток, нормированный на единицу длины структуры, по контуру поперечного сечения волновода, втекающий в край щели с номером n . Данная плотность тока в общем случае зависит от поперечных координат, но в силу квазистатичности резонатора этой зависимостью можно пренебречь. $I_{||n}(z)$ — ток, нормированный на единицу длины структуры и обусловленный градиентом H_z вдоль структуры и соответственно продольным градиентом потенциальной функции на канале. $J_{\perp n}(z)$ — ток смещения, нормированный на длину, через электроды ускоряющего канала. $U_{n,m}(z)$ — разность потенциалов между краями щелей связи с номерами n и m . Согласно уравнению непрерывности тока на краю щели,

потенциалов между краями щелей связи с номерами n и m . Согласно уравнению непрерывности тока на краю щели,

$$I_n(z) = J_{\perp n}(z) + I_{||n}(z) \approx -i\omega \sum_{j=1}^N \sigma_{nj} \left[C_{pnj} U_{nj}(z) - \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{L_{pnj}} \frac{\partial U_{nj}(z)}{\partial z} \right) \right], \quad (1)$$

где

$$\sigma_{nj} = \begin{cases} 0, & n = j, \\ 1, & n \neq j, \end{cases}$$

C_{pnj} и L_{pnj} — погонные частичные емкости и индуктивности ускоряющего канала, N — число волноводов.

Уравнение (1) представляет собой уравнение вынужденных колебаний в многопроводной длинной линии без потерь с распределенным генератором тока $I_n(z)$, образованной краями щелей и электродами ускоряющего канала, и соответствует описанию поля в окрестности канала методом эквивалентных схем. Для получения условия сопряжения функции $I_n(z)$ и $U_{nj}(z)$ должны быть выражены через поля в волноводах, и задача будет самосогласована. Поле в распределенной системе (волноводе) описывается трехмерными векторными функциями, которые не могут быть строго «сшиты» со скалярными функциями $I_n(z)$ и $U_{nj}(z)$. Поэтому воспользуемся обычным для эквивалентных схем методом усреднения. Ток на контуре поперечного сечения волновода определим как среднее значение продольной магнитной компоненты на нем, а напряжения между краями щели через магнитный поток, сцепленный с ним. Такое определение следует из пространственной «разделенности» компонент поля в квазистационарном резонаторе. В этом случае ток, втекающий в край щели, выражается через токи в контурах сечений смежных волноводов

$$I_n(z) \approx \frac{1}{L_n} \int_{L_n} H_{zn} dl_n - \frac{1}{L_{n+1}} \int_{L_{n+1}} H_{zn+1} dl'_{n+1}. \quad (2)$$

Напряжения между смежными краями щелей будут

$$U_{n,n+1}(z) \approx -i\omega\mu_0 \int_{S_n} H_{zn} dS_n = \oint_{L_n} E_{\tau n} dl_n, \quad (3)$$

где контур L_n замыкается по щели S_k (рис. 1).

На отрезках $[0, Z_1]$ и $[Z_2, L]$ условие (2) есть приравнивание средних полей и положено $C_{pnj}=0, L_{pnj}=\infty$. При учете краевого эффекта индуктивности и емкости торцевых областей вводятся локальным изменением C_{pnj} и L_{pnj} вблизи торцов [8, 9]. В квазистатике продольное магнитное поле «вытеснено» в волновод, поэтому сумма напряжений на щелях при обходе по контуру S_k равна нулю

$$\sum_{j=1}^{N-1} U_{j,j+1} = 0. \quad (4)$$

Таким образом, (1)–(4) есть полная система граничных условий на S_k . По методу частичных областей поле в волноводах задается рядом Фурье

$$H_z^{(n)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} \psi_m^{(n)}(k, r) \sin \Gamma_m z, \quad \Gamma_m = \frac{\pi m}{L}, \quad (5)$$

где $\psi_m^{(n)}(k, r)$ — собственная функция, т. е. решение волнового уравнения, удовлетворяющее граничному условию для H -волны на незамкнутом контуре L_n , в котором поперечное собственное число выражено из основного спектрального соотношения в методе Фурье через неизвестное волновое число k и $\Gamma_m: X_m^2 = = k^2 - \Gamma_m^2$. Неизвестные $A_m^{(n)}$ и k , согласно методу частичных областей, должны быть найдены из условия сопряжения на поверхности S_k , замыкающей контур L_n .

Для простоты выкладок выражения для полей будем записывать в цилиндрической системе координат, связанной с осью ускоряющего канала (рис. 1). Выражение (5) записано с учетом граничных условий в точках $z=0$ и $z=L$. Разности потенциалов смежных краев щелей в (3) выразим через (5), согласно уравнениям Максвелла,

$$U_{n,n+1} = i\omega\mu_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m^{(n)}}{x_m^2} \oint_{L_n} \left[\varphi^0 \frac{\partial \psi_m^{(n)}}{\partial r} - \frac{r^0}{e} \frac{\partial \psi_m^{(n)}}{\partial \varphi} \right] dl_n \sin \Gamma_m z, \quad (6)$$

где $x_m^2 = k^2 - \Gamma_m^2$ — поперечное собственное число; r^0, φ^0 — орты цилиндрической системы координат.

Объединяя (1)–(4), получим условие сопряжения в виде

$$\frac{1}{L_n} \int_{L_n} H_{zn} dl_n - \frac{1}{L_{n+1}} \int_{L_{n+1}} H_{zn} dl_{n+1} = \begin{cases} -i\omega \sum_{j=1}^N \tau_{nj} \left[C_{pnj} U_{nj}(z) - \frac{1}{\omega^2 L_{pnj}} \frac{\partial^2 U_{nj}(z)}{\partial z^2} \right], \\ \text{при } z \in [z_1, z_2], \\ 0, \text{ при } z \in [0, z_1], z \in [z_2, L], \end{cases}$$

$$\sum_{j=1}^{N-1} \oint_{L_j} E_{\tau j} dl_j = 0. \quad (7)$$

Процедура сведения условия сопряжения к алгебраической задаче проводится так же, как в методе частичных областей. $U_{nj}(z)$ выражается очевидным образом через суммы $U_{n,n+1}(z)$. Подставляя представления (5) и (6) в (7), домножая левую и правую части на $\sin \Gamma_m z$ и интегрируя по z от 0 до L , получим алгебраическую задачу в виде

$$D^{(n)} A^{(n)} - D^{(n+1)} A^{(n+1)} = \omega^2 \mu_0 \left[\sum_{m=1}^{n-1} P_\alpha A^{(m)} - \sum_{m=n+1}^N P_\gamma A^{(m-1)} \right] - \mu_0 \left[\sum_{m=1}^{n-1} P_\beta A^{(m)} - \sum_{m=n+1}^N P_\delta A^{(m-1)} \right], \quad (8)$$

где $n = 1, \dots, N-1$; $D^{(n)}$ — диагональные матрицы с элементами

$$D_m^{(n)} = x_m^2 \frac{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu m}^{(n)} \oint_{L_n} \psi_{m\nu}^{(n)} dl_n}{\frac{1}{L_n} \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu m}^{(n)} \oint_{L_n} \left[\varphi^0 \frac{\partial \psi_{m\nu}^{(n)}}{\partial r} - \frac{r^0}{r} \frac{\partial \psi_{m\nu}^{(n)}}{\partial \varphi} \right] dl_n}. \quad (9)$$

Коэффициенты $a_{\nu m}^{(n)}$ и функции $\psi_{m\nu}^{(n)}$ будут определены ниже, P_α и P_β — квадратные матрицы с элементами

$$(P_\alpha)_{kn} = \sum_{i=1}^{m-1} \frac{2C_{pmt}}{L} \int_{z_1}^{z_2} [1 + \delta C_{pmt}(z)] \sin \Gamma_k z \sin \Gamma_n z dz, \\ (P_\beta)_{kn} = \sum_{i=1}^{m-1} \frac{2(\pi n)^2}{L_{pmt} L^3} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\sin \Gamma_k z \sin \Gamma_n z}{1 - \delta L_{pmt}(z)} dz, \quad (10)$$

где $k=0, 1, \dots, \infty$; $n=0, 1, \dots, \infty$.

Матрицы P_α и P_β получаются из P_α и P_β заменой пределов суммирования по t от $m+1$ до N . В матрицы (10) введены функции $\delta C_{pmt}(z)$ и $\delta L_{pmt}(z)$, которые имеют смысл в случае слабонерегулярной структуры. Решение задачи (7) ищется в форме ряда Фурье по z , поэтому для учета зависимости параметров канала и геометрии волноводов от z можно воспользоваться методом поперечных сечений [6]. В рамках этого метода вид условий (7) не меняется, а параметры, относящиеся к поперечному сечению, делаются функциями z . Метод поперечных сечений эффективен, если $\max |\delta C_{pmt}(z)|$ и $\max |\delta L_{pmt}(z)| \ll 1$, т. е. для слабонерегулярных структур. Указанная возможность важна для исследования свойств ускоряющих структур, в частности ускорителей ионов, в которых структуры всегда слабонерегулярны. Для структур на H -волне данным методом может быть исследован краевой эффект в торцевых областях и изучены вопросы их настройки [8]. Рассмотрим вид матрицы $D^{(n)}$ (9). Если форма сечения волновода отличается от канонической (круг, сектор, прямоугольник), то вид функции $\psi_m^{(n)}$ неизвестен. Воспользуемся тем, что в квазистатическом приближении электрическая компонента локализована в области щели, определим $\psi_m^{(n)}$ в виде разложения по базису расширенной области с помощью приближенного граничного условия на щели. Положим $E_z^{(n)}$ на контуре сечения волновода равной нулю, а в щели равной константе, совпадающей со средним значением напряженности поля между смежными краями щели $U_{n, n+1}(z)/\Delta_n$, где Δ_n — ширина щели. Введем каноническую область, описывающую неканонический контур L_n , и ее систему собственных функций используем как базис

$$\psi_m^{(n)} = \psi_{m0}^{(n)} + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{\nu m}^{(n)} \psi_{m\nu}^{(n)}. \quad (11)$$

Для определения коэффициентов $a_{\nu m}^{(n)}$ введем вспомогательную задачу возбуждения сечения волновода через узкую щель тангенциальным электрическим полем. Собственные частоты сечения отличаются от частот структуры, поэтому получаемая линейная неоднородная алгебраическая задача разрешима. Вспомогательная задача должна решаться для каждой продольной гармоники отдельно. Сформулируем вспомогательную задачу. Из (6) и (11) имеем

$$A_m^{(n)} = \frac{U_m^{n, n+1}}{I_{0m}^{(n)} + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{\nu m}^{(n)} I_{\nu m}^{(n)}}, \quad (12)$$

где $I_{\nu m}^{(n)}$ — контурные интегралы с числовыми коэффициентами, а $U_m^{n, n+1}$ — коэффициенты разложения $U_{n, n+1}$ по продольным гармоникам.

С другой стороны, согласно приближенному условию на щели, приравняем модуль касательной напряженности к заданной функции

$$i\omega\mu_0 A_m^{(n)} \left[H_{0m}^{(n)}(\tau) + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{\nu m}^{(n)} H_{\nu m}^{(n)}(\tau) \right] = \frac{U_m^{n, n+1}}{\Delta_n} e(\tau), \quad (13)$$

где $H_{\nu m}^{(n)}(\tau)$ — модули подынтегральных выражений в (6); $e(\tau)$ — импульсная функция, равная единице на щели и нулю на L_n .

Подставляя (12) в (13), получим вспомогательную задачу

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_{\nu m}^{(n)} \left[H_{\nu m}^{(n)}(\tau) - \frac{e(\tau) I_{\nu m}^{(n)}}{i\omega\mu_0 \Delta_n} \right] = \frac{e(\tau) I_{0m}^{(n)}}{i\omega\mu_0 \Delta_n} - H_{0m}^{(n)}(\tau), \quad (14)$$

где τ — координата, отсчитываемая вдоль контура L_n .

С математической точки зрения задача (14) есть задача разложения функции по полной неортогональной системе функций и, согласно [10], является условно корректной. Поэтому решение (14) требует применения методов регуляризации. Использование алгоритма, предлагаемого в [10], для регуляризации уравнений Фредгольма первого рода позволяет получить решение без существенных затрат ресурсов ЭВМ. Алгебраизацию (14) наиболее просто провести методом коллокаций [11]. При разработке ускоряющих структур представляет интерес оценка частот колебаний, ближайших к рабочему. Для H -структур ближайшие колебания принадлежат нижней ветви дисперсионной характеристики и отличаются от рабочего кратным числом вариаций по z . Для быстрых оценок на основе (8) можно получить упрощенные дисперсионные уравнения. Для этого используем приближенное граничное условие в торцевых областях $dH_z/dz=0$ в точках $z=z_1$ и $z=z_2$. В этом случае в (5) и (6) надо взять функции $\cos \Gamma_m z$. В случае регулярной структуры $\delta C_{pmt} = \delta L_{pmt} = 0$ и матрицы $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma$ и P_δ будут диагональными. Составляя частное Рэлея [11], в случае двух камер получим дисперсионное уравнение в виде

$$k_m^2 = \frac{\epsilon_0}{C_p} \left[-D_m^{(1)} + D_m^{(2)} + \frac{\mu_0}{L_p} \Gamma_m^2 \right], \quad (15)$$

а в случае нескольких камер малую задачу на собственные значения

$$\left\{ D_m^{(n)} A_m^{(n)} - D_m^{(n+1)} A_m^{(n+1)} = \sum_{s=1}^{n-1} A_m^{(s)} \sum_{t=1}^s \left(\omega_m^2 \mu_0 C_{pst} - \Gamma_m^2 \frac{\mu_0}{L_{pst}} \right) - \right. \\ \left. - \sum_{s=n+1}^N A_m^{(s-1)} \sum_{t=s}^N \left(\omega_m^2 \mu_0 C_{pst} - \Gamma_m^2 \frac{\mu_0}{L_{pst}} \right), \quad n = 1, \dots, N-1 \right. \quad (16)$$

с условием (4), которое принимает вид

$$\sum_{n=1}^N A_m^{(n)} = 0. \quad (17)$$

Когда в многокамерной структуре размеры и форма волноводов одинаковы, очевидно отношение амплитуд полей в камерах (например, для четырехкамерного H -резонатора [1] $x_m^{(1)} = [1, -1, 1]$; $x_m^{(2)} = [1, 0, -1]$; $x_m^{(3)} = [0, 1, 0]$) и система (16) распадается на $N-1$ дисперсионное уравнение для каждого типа колеба-

ний. Статические параметры ускоряющего канала, фигурирующие в задаче (8) и дисперсионных уравнениях (15) и (16), являются элементами матриц частичных емкостей и индуктивностей для многоэлектродной системы, которую образуют края щелей и электроды ускоряющего канала. В случае, когда ускоряющий канал представляет собой периодическую систему, статические параметры определяются для ее периода и нормируются на его длину. Для слабонерегулярной структуры статические параметры являются кусочно-постоянными функциями z . Величины параметров определяются по обычным для методов эквивалентных схем правилам. В частном случае при наличии экспериментального стенда ускоряющей структуры параметры канала можно определить по первым частотам измеренного спектра H -колебаний.

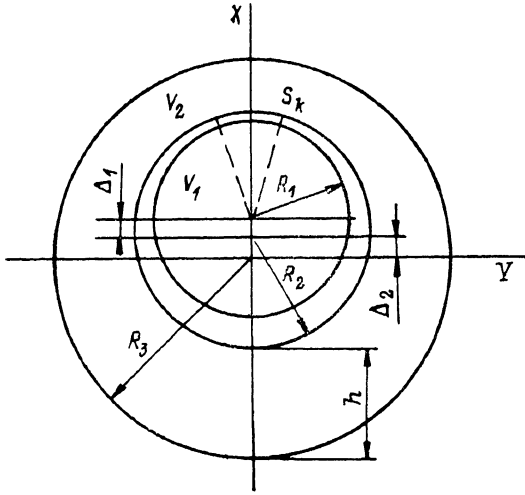


Рис. 4. Схема поперечного сечения структуры инжектора в бустер.

Провести оценку точности предлагаемой квазистатической модели, как и для большинства физических моделей сложных электродинамических систем, весьма трудно. Поэтому сопоставим расчеты по модели с расчетами по другим методам и с измеренными данными. Приведем численный пример для ускоряющей структуры инжектора в бустер серпуховского синхрофазотрона [1, 8] (рис. 4). Дисперсионное уравнение (15) будет иметь вид

Провести оценку точности предлагаемой квазистатической модели, как и для большинства физических моделей сложных электродинамических систем, весьма трудно. Поэтому сопоставим расчеты по модели с расчетами по другим методам и с измеренными данными. Приведем численный пример для ускоряющей структуры инжектора в бустер серпуховского синхрофазотрона [1, 8] (рис. 4). Дисперсионное уравнение (15) будет иметь вид

$$k_m^2 = \frac{\epsilon_0}{C_p} \left[\frac{\mu_0}{L_p} \Gamma_m^2 - \frac{x_m^2}{2R_1 |x_m|} \left(\frac{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu m}^{(1)} K_{\nu m}^{(1)}}{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu m}^{(1)} I_{\nu m}^{(1)}} - \frac{R_1}{R_2} \frac{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu m}^{(2)} K_{\nu m}^{(2)}}{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu m}^{(2)} I_{\nu m}^{(2)}} \right) \right], \quad (18)$$

где $a_{0m}^{(1)} = a_{0m}^{(2)} = 1$, $\epsilon_1 = \Delta_1/R_1$, $\epsilon_2 = \Delta_2/R_2$,

$$K_{\nu m}^{(1,2)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} J_{\nu}(x_m R_{1,2} y) T_{\nu} \left(\frac{x + \epsilon_{1,2}}{y} \right) d\varphi, \quad x = \cos \varphi, \quad y^2 = 1 + \epsilon_{1,2} + 2\epsilon_{1,2} \cos \varphi,$$

$$I_{\nu m}^{(1,2)} = 2 \int_0^{\pi} \left[\nu \frac{J_{\nu}(x_m R_{1,2} y)}{|x_m| R_{1,2} y} \frac{\epsilon_{1,2} \sqrt{1-x^2}}{y} U_{\nu} \left(\frac{x + \epsilon_{1,2}}{y} \right) + J'_{\nu}(x_m R_{1,2} y) \frac{1 + \epsilon_{1,2}}{y} T_{\nu} \left(\frac{x + \epsilon_{1,2}}{y} \right) \right] d\varphi.$$

Здесь $J_{\nu}(x)$ для верхнего индекса 1 означает функцию Бесселя при $x_m^2 > 0$ и модифицированную функцию Бесселя при $x_m^2 < 0$. Для верхнего индекса 2

$$J_{\nu}(x) = J_{\nu}(x) + N_{\nu}(x) \frac{J'_{\nu}(x_m R_3 y)}{N'_{\nu}(x_m R_3 y)}$$

переход к модифицированным функциям аналогичен. $T_{\nu}(x)$ и $U_{\nu}(x)$ — полиномы Чебышева первого и второго рода соответственно. Для экспериментального макета структуры с размерами $R_1 = 0.111$ м, $R_2 = 0.125$ м, $R_3 = 0.2$ м, $L = 4.303$ м, $\Delta_1 = +4$ мм, $\Delta_2 = +5$ мм по первым двум измеренным частотам и из уравнения (18) при $m=0$ и 1 определим C_p и L_p , вычислим несколько высших частот и сопоставим с измеренными (см. таблицу). Максимальная погрешность для частоты f_7 не превосходит 3%. Уравнение (18) может быть так же проверено

для низшей моды H -резонатора с продольно однородным ускоряющим каналом, параметры которой могут быть рассчитаны методом конечных элементов, например с помощью программы PRUD-0 [12]. Указанным методом для геометрии рис. 4 с электродами в виде двухпроводной линии была рассчитана зависимость частоты низшей моды от высоты установки внутреннего цилиндра.

f , МГц	Измерение	Расчет	f , МГц	Измерение	Расчет
f_1	148.39	148.39	f_5	177.60	178.82
f_2	150.45	150.45	f_6	190.87	194.23
f_3	156.36	156.48	f_7	206.29	212.51
f_4	165.71	166.10	f_8	219.47	223.84

Одновременно вычислялась зависимость погонной емкости структуры, которая была подставлена в (18), при $m=0$ и найдена аналогичная зависимость по квазистатической модели. Полученные зависимости приведены на рис. 5 и показывают хорошее совпадение. Таким образом, квазистатическая модель H -структур поз-

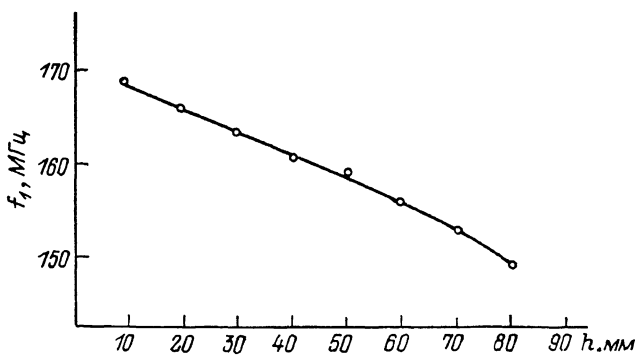


Рис. 5. Зависимость частоты низшей моды от установки резонатора. Линия — расчет по МКЭ, точки — расчет по уравнению (18).

воляет без привлечения сложных численных методов оценить нижнюю часть спектра и исследовать влияние ее параметров на продольное распределение поля. В короткой работе нет возможности дать подробный вывод эквивалентного условия сопряжения и показать всю процедуру сведения к алгебраической задаче. Для конкретных типов H -структур подробное изложение можно найти в работах [9, 13, 14].

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность В. А. Теплякову за проявленный интерес к работе, А. В. Суренскому и В. Б. Игошину за помощь в проведении численных расчетов.

Список литературы

- [1] Капчинский И. М. Теория линейных резонансных ускорителей. М.: Энергоиздат, 1982. 240 с.
- [2] Линейные ускорители ионов / Под ред. Б. П. Мурина. Т. 1, 2. М.: Атомиздат, 1978. 264 с.
- [3] Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1978. 544 с.
- [4] Барсуков А. Б., Дайковский А. Д., Игошин В. Б. и др. Препринт ИФВЭ. № 82-178. Серпухов, 1982. 15 с.
- [5] Барсуков А. Б., Суренский А. В. Препринт ИФВЭ. № 85-135. Серпухов, 1985. 13 с.
- [6] Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М.: Наука, 1967. 460 с.
- [7] Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.
- [8] Барсуков А. Б. Препринт ИФВЭ. № 81-167. Серпухов, 1981. 16 с.

- Барсуков А. Б.* Препринт ИФВЭ. № 85-168. Серпухов, 1985. 14 с.
Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1973. 832 с.
Абрамов А. Г., Дайковский А. Г., Ершов С. Ю. и др. Препринт ИФВЭ. № 83-3. Серпухов, 1983. 21 с.
Барсуков А. Б. Препринт ИФВЭ. № 86-163. Серпухов, 1986. 14 с.
Барсуков А. Б. Препринт ИФВЭ. № 86-193. Серпухов, 1986. 15 с.

Поступило в Редакцию
26 января 1988 г.
В окончательной редакции
12 июля 1990 г.
