

06

© 1991 г.

ПОЛЕВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ИНВЕРСИИ В ПАРАМАГНИТНЫХ МАЗЕРАХ И ФАЗЕРАХ

С НЕЛИНЕЙНЫМИ (БИСТАБИЛЬНЫМИ) РЕЗОНАТОРАМИ НАКАЧКИ

Д. Н. Маковецкий, К. В. Ворсуйль

Изучены особенности инверсии населенностей энергетических уровней в активных средах парамагнитных мазеров и фазеров при накачке их спин-систем высокочастотными резонаторами Фабри—Перо (РФП). Основное внимание уделено режимам сильного обратного воздействия прецессирующих в статическом магнитном поле H спинов на СВЧ поле накачки, когда реализуются бистабильные состояния РФП. Показано, что в этом случае помимо обычных гистерезисных ветвей типичным является возникновение изолированных устойчивых стационарных ветвей коэффициента инверсии K . Установлено, что использование изолированных ветвей $K(H)$ является более выгодным (по сравнению с гистерезисными ветвями) либо с точки зрения минимизации мощности накачки, либо для повышения K при заданном уровне накачки. Получены оценки управляющих параметров, обеспечивающих подобные режимы работы, для двух реальных систем: фазера на $Ni^{2+} : Al_2O_3$ и мазера на $Fe^{3+} : Al_2SiO_5$.

Парамагнитные низкотемпературные системы с неравновесной (инвертированной) заселенностью спиновых уровней в последние годы снова привлекают внимание в связи с работами по созданию высокостабильных твердотельных квантовых генераторов СВЧ [1, 2], а также как объект для исследования регулярной и хаотической динамики диссипативных гиперзвуковых структур [3-5]. С повышением частоты поля накачки Ω_p , обеспечивающей реализацию стационарных устойчивых неравновесных состояний парамагнетика, возрастает также, вообще говоря, коэффициент инверсии K и (или) рабочая частота ω , электромагнитного или гиперзвукового сигнала соответственно для мазера [1, 2, 6, 7] или акустического лазера (фазера) [4, 5, 8, 9]. Однако ввиду укорочения времени продольной релаксации $\tau_1(\Omega_p)$ напряженность поля накачки H_{1p} также должна быть увеличена. Единственным способом разрешения противоречия между требованием высоких значений мощности накачки $\mathcal{P} \sim H_{1p}^2$ и жесткой ограниченностью тепловыделения в криогенной системе таких устройств является применение высокочастотных СВЧ резонаторов. В этом случае обратное влияние прецессирующих в статическом магнитном поле H спинов на поле накачки может привести к качественному изменению инверсионных характеристик $K(H)$ вплоть до возникновения их многозначностей разрывности и гистерезиса, характерных для сильно нелинейной (например, бистабильной [10, 11]) системы.

Целью настоящей работы является исследование полевых зависимостей $K(H)$ для активного кристалла мазерного или фазерного усилителя, помещенного в высокочастотный плоскопараллельный резонатор Фабри—Перо (РФП) накачки. В дальнейшем ограничимся условиями, при которых насыщение спин-системы бегущей волной усиливаемого сигнала (электромагнитного или гиперзвукового) отсутствует, а насыщение перехода накачки осуществляется в одномодовом режиме, причем ни одна из других высокочастотных мод РФП не перекрывается с какими-либо линиями магнитного резонанса системы.

Исходные уравнения движения приведены в [6, 12]. Используя для системы накачки граничные условия Макколла [10], в приближении среднего поля [13] получаем для электромагнитного нелинейного РФП с парамагнитными центрами систему дифференциальных уравнений типа приведенной в [3]. Далее, адиабатически исключая напряженность СВЧ поля и динамическую часть намагниченности, приходим к замкнутому уравнению для разности населенностей спиновых уровней перехода накачки, через которую в свою очередь вычисляется коэффициент инверсии на переходе сигнала. Обоснованность адиабатического приближения данного типа следует из того, что для всех реально работающих активных сред парамагнитных мазеров [6, 7] и фазеров [8, 9] выполняется соотношение $\tau_1 \gg \tau_2$, а условие $r_1 \equiv \tau_1/2\tau_c \gg 1$ с запасом обеспечивается даже при $Q_c \approx 10^6$ (здесь τ_2 — время поперечной релаксации на переходе накачки, $\tau_c = Q_c/\omega_c$, а Q_c и ω_c — соответственно добротность и собственная частота рабочей моды РФП). В результате получаем уравнение для нормированной на свое равновесное значение разности населенностей \mathcal{D} на переходе накачки

$$d\mathcal{D}/dt = \{1 - \mathcal{D} - [4\mathcal{P}\mathcal{D}/(\mathcal{D}^2 + e_1\mathcal{D} + e_0)\xi^2]\}/\tau_1 \quad (1)$$

и выражение для стационарного коэффициента инверсии на переходе сигнала (в трехуровневом приближении)

$$K(H) = \{(I_M + 1)[1 - d_i(h)] - 1\}/(1 + b^2h^2), \quad (2)$$

где d — стационарное значение \mathcal{D} , индекс i нумерует ветви d в порядке возрастания K , $h = (H - H_0)(d\omega_p/dH)_{H_0}\tau_2$, ω_p — частота перехода накачки, H_0 определяется соотношением $\omega_c - \omega_p(H_0) = 0$, I_M — максимальное значение коэффициента инверсии [7], $b = (\tau_{2s}/\tau_2)(d\omega_s/d\omega_p)_{H_0}$, $\mathcal{P} = (H_{1p}^0)^2 \tau_1 \tau_2 \tau_c \gamma_p^2/2t_R$ — безразмерная мощность накачки, γ_p — эффективное гиромагнитное отношение на переходе накачки, H_{1p}^0 — амплитуда поля накачки в линии передачи на входе в РФП, t_R — время задержки электромагнитного поля на длине РФП, τ_{2s} — время поперечной релаксации на переходе сигнала, $e_1 = 4(1 - r_2\varphi^2 - \varphi\hbar)/\xi$, $e_0 = e_0e_2$, $e_0 = 1 + \varphi^2$, $e_2 = 4[1 + (h + r_2\varphi)^2]/\xi^2$; $r_2 = \tau/2\tau_c$, $\varphi = 2(\omega_c - \Omega_p)\tau_c$, $\xi = 2\pi f_c \hbar^2 \omega_p^2 \gamma_p^2 N \tau_2 \tau_c / (2S + 1) k_B T$, f_c — фактор заполнения РФП; k_B — постоянная Больцмана, T — температура, N — концентрация активных центров, S — эффективный спин.

Уравнение (1) и выражение (2) справедливы при $t_R \ll \tau_c$, $\hbar\omega_p \ll (2S + 1)k_B T$, $|\omega_c - \Omega_p| \ll t_R^{-1}$, $\Omega_p t_R \ll Q_c/\xi$, $H_{1p}^0 \ll (2t_R/\tau_c)^{1/2}(\tau_2\gamma_p)^{-1}$.

Из (1) находим уравнение стационарных состояний системы в виде канонической сборки Уитни [14] $W(x | u; v) \equiv x^3 + ux + v = 0$, а именно

$$W_1(d) = W(d - g_1 | u_1; v_1) = 0, \quad (3)$$

где $g_1 = (1/3)(1 - e_1)$, $u_1 = 4e_0/\xi^2 - 1/3(e_1^2 + e_1 + 1) + e_0$, $v_1 = g_1(u_1 + g_1^2) - e_0$, а также выражение для ляпуновского показателя системы

$$\lambda = \frac{(d-1)de_0W_2}{(\xi/2)^4 \tau_1 e_2^2 \mathcal{D}^2} = \frac{1-d}{\tau_1 \mathcal{D}^2} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial d}, \quad (4)$$

где $W_2 = W(1/d | u_2; v_2)$, $u_2 = (e_1 - 1)/e_0$, $v_2 = 2/e_0$.

Из (4) видно, что при входе системы в область многозначности d и при выходе из нее имеют место соответственно прямые и обратные бифуркации типа седло-узел. Согласно (3), (4), бифуркационная диаграмма $\mathcal{P}_\pm(h)$ рассматриваемой системы может быть найдена из уравнения $W_1(d_{\pm}) = 0$, где множество точек нетрансверсальности [14] d_{\pm} принадлежит сборке $W_2 = 0$. Тогда, принимая во внимание ограниченность спектра d_i интервалом $(0, 1)$, находим

$$d_{\pm} = \mp e_3 \sec \psi_\mp, \quad \psi_+ = \frac{1}{3} \arccos e_4, \quad \psi_- = \psi_+ + \frac{\pi}{3},$$

$$e_3 = \frac{1}{2} [3e_0/(1 - e_1)]^{1/2}, \quad e_4 = 6e_3/(e_1 - 1). \quad (5)$$

Необходимое и достаточное условие существования d_{\pm} , как следует из требования $4u_3^2 + 27v_3^2 < 0$, имеет вид $-1 \leq e_4 < 0$. Из равенства $e_4 = -1$ получаем координаты вершин двух клювов [11, 14] диаграммы $\mathcal{P}_{\pm}(h)$, которые при $\varphi = 0$ симметричны относительно оси \mathcal{P} и составляют

$$h_R^{(0)} = -h_L^{(0)} = \frac{\xi + 2}{6} \left(\frac{1 - 16/\xi}{3} \right)^{1/2}, \quad \mathcal{P}_R^{(0)} = \mathcal{P}_L^{(0)} = \frac{2}{\xi} \left(\frac{\xi + 2}{3} \right)^3,$$

а при $\varphi \neq 0$ находим, что $h_{R,L}^{(\varphi)}$ — корни уравнения $W(h - g_3 | u_3; v_3) \equiv W_3(h, \varphi) = 0$, удовлетворяющие условиям $\mathcal{P}_R^{(\varphi)} \equiv \mathcal{P}_{\pm}(h_R^{(\varphi)}) > 0$, $\mathcal{P}_L^{(\varphi)} \equiv \mathcal{P}_{\pm}(h_L^{(\varphi)}) > 0$. Здесь $h_R^{(\varphi)} > h_L^{(\varphi)}$ (правый и левый клювы), $g_3 = s - r_2\varphi$,

$$u_3 = 3 \left[\left(\frac{\xi - 4}{4\varphi} \right)^2 - s^2 \right], \quad s = \frac{1}{4\varphi} \left[4 + \frac{\xi}{4} \left(5 + \frac{9}{\varphi^2} \right) \right],$$

$$v_3 = 3^{-1/2} \left[(e_0 - e_*) \left(e_0 + \frac{\xi}{2} \right)^2 - 4u_3^3 \right]^{1/2}, \quad e_* = 1 + \frac{\xi}{4} \left(\frac{\xi}{16} - 1 \right).$$

Из двух последних равенств видно, что область расстройек по частоте накачки, в которой могут, вообще говоря, возникать бистабильные состояния РФП накачки, ограничена полой $|\varphi| < \varphi_* = (1/2) [(\xi/4)^2 - \xi]^{1/2}$.

Перейдем к рассмотрению конкретных реализаций $K(H)$ для различных условий накачки. При $\varphi = 0$, как следует из (3), (5), имеются три критические значения мощности накачки

$$\mathcal{P}_{c1}^{(0)} = \left(\frac{\xi}{32} + \frac{5}{4} \right) \xi - (1 + g_0),$$

$$\mathcal{P}_{c2}^{(0)} = \mathcal{P}_{c1}^{(0)} + 2g_0, \quad \mathcal{P}_{c3}^{(0)} = \mathcal{P}_{R,L}^{(0)},$$

где

$$g_0 = \frac{\xi^{1/2}}{4} \left(\frac{\xi}{4} - 4 \right)^{3/2}.$$

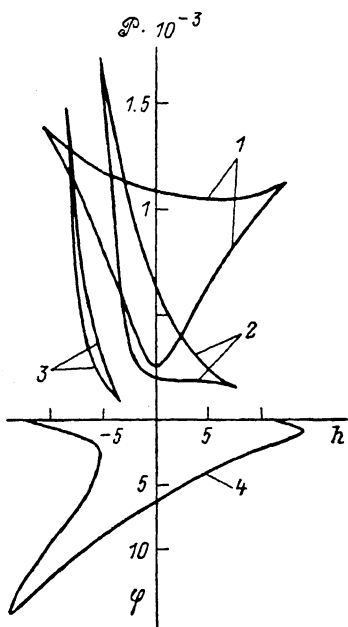


Рис. 1. Бифуркационные диаграммы $\mathcal{P}_{\pm}(h)$ (1–3) и $W_3(h, \varphi) = 0$ (4) при $\varphi \neq 0$, $\xi = 128$, $r_2 = 1$.

φ : 1 – 0.2, 2 – 3, 3 – 8.

При $\mathcal{P}_{st} < \mathcal{P}_{c1}^{(0)}$ или $\mathcal{P}_{st} > \mathcal{P}_{c3}^{(0)}$ (\mathcal{P}_{st} — мощность стационарной накачки) уравнения $\Phi_{\pm}^{(0)}(h) \equiv \mathcal{P}_{st} - \mathcal{P}_{\pm}^{(0)}(h) = 0$ не имеют вещественных корней (ВК), т. е. функция $K(H)$ однозначна. В области $\mathcal{P}_{c1}^{(0)} < \mathcal{P}_{st} < \mathcal{P}_{c2}^{(0)}$ (обозначим ее \mathcal{O}_{12}) появляются два равных по модулю ВК уравнения $\Phi_{\pm}^{(0)}(h) = 0$, на интервале между которыми функция $K(H)$ трехзначна, причем в полном спектре $d_i(H)$ имеется щель $\Delta d = |d_2(H_0) - d_1(H_0)|$, разделяющая неустойчивую ветвь $d_2(H)$ и нижнюю устойчивую ветвь $d_1(H)$, имеющую малый или даже отрицательный коэффициент инверсии. Иначе говоря, в \mathcal{O}_{12} верхняя устойчивая ветвь $K_3(H)$ оказывается изолированной, поэтому для перехода усилителя в режим высокого коэффициента инверсии требуется жесткое возбуждение РФП накачки (например, с помощью моноимпульса $\Delta \mathcal{P}$ на «пьедестале» \mathcal{P}_{st} [11]). Далее, при $\mathcal{P}_{st} = \mathcal{P}_{c2}^{(0)}$ имеем $\Delta d = 0$, а в \mathcal{O}_{23} ветвь $K_1(H)$ становится разрывной, так как, кроме указанных выше корней уравнения $\Phi_{\pm}^{(0)}(h) = 0$, здесь имеются также и два (меньших по модулю) ВК уравнения $\Phi_{\pm}^{(0)}(h) = 0$. Отсюда следует, что в \mathcal{O}_{23} бистабильные состояния системы накачки реализуются лишь при $H \neq H_0$, а в окрестности вершины линии усиления имеется единственная ветвь K_3 , но мощность накачки для ее реализации требуется выше, чем при $\Delta d \neq 0$.

Если $\varphi \neq 0$, то количество критических точек \mathcal{P} , вообще говоря, увеличивается, при этом реализуются и качественно иные зависимости $K(H)$ (рис. 1, 2). При малых $|\varphi|$ точка $\mathcal{P}_{c_1}^{(0)}$ расщепляется на две ветви $\mathcal{P}_{c_2}^{(\varphi)}$ и $\mathcal{P}_{c_4}^{(\varphi)}$, причем

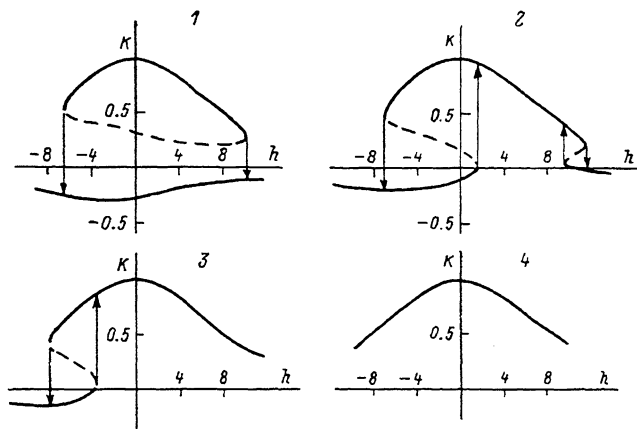


Рис. 2. Полевые зависимости коэффициента инверсии.

$\xi=128$, $\varphi=0.2$, $I_M=1$, $b=0.1$, $r_2=1$ в областях \mathcal{O}_{12} , $\mathcal{P}_{st}=1000$ (1); \mathcal{O}_{23} , $\mathcal{P}_{st}=1070$ (2); \mathcal{O}_{31} , $\mathcal{P}_{st}=1150$ (3) вне областей бистабильности, $\mathcal{P}_{st}=1450$ (4). Сплошные линии — устойчивые ветви, пунктир — неустойчивые.

в \mathcal{O}_{34} оба уравнения $\Phi_{\pm}^{(\varphi)}(h)=0$ имеют по одному ВК (однопетлевой гистерезис $K(H)$ в отличие от двухпетлевого в области \mathcal{O}_{23}). При увеличении $|\varphi|$ новая область \mathcal{O}_{34} расширяется, а \mathcal{O}_{23} и \mathcal{O}_{12} сужаются, в результате из этих трех областей остается лишь \mathcal{O}_{34} и, кроме того, возникает еще одна новая область \mathcal{O}_{35} , где уравнение $\Phi_{\pm}^{(\varphi)}(h)=0$ имеет три ВК. Соответствующая критическая точка $\mathcal{P}_{c_3}^{(\varphi)}$ определяется выражением $\mathcal{P}_{c_3}^{(\varphi)} = \mathcal{P}_{c_2}^{(\varphi)}(h_5)$, где h_5 — точка локального максимума ветви $\mathcal{P}_{c_2}^{(\varphi)}(h)$ при $r_2=0$. В случае $\mathcal{P}_{c_3}^{(\varphi)} > \mathcal{P}_{c_1}^{(\varphi)}$ область \mathcal{O}_{35} ограничена снизу точкой $\mathcal{P}_{c_3}^{(\varphi)}$, а при обратном неравенстве — точкой $\mathcal{P}_{c_1}^{(\varphi)}$. Область \mathcal{O}_{35} достаточно ярко выражена при больших ξ (рис. 3) и соответствует наличию как изолированного участка ветви K_3 , так и гистерезисного участка $K_3 \rightleftharpoons K_1$. Представив $d(h)$ из (3) в виде

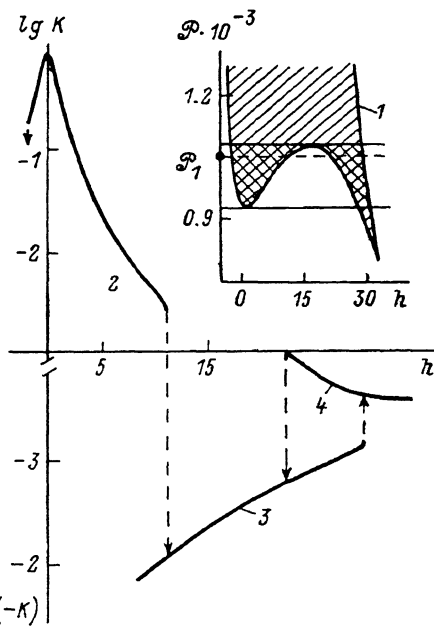


Рис. 3. Фрагмент бифуркационной диаграммы (1) и полевые зависимости коэффициента инверсии (2—4) в области \mathcal{O}_{35} при $\xi=512$, $\varphi=4.5$, $r_2=1$, $I_M=0.9$, $b=1$.

Зона бистабильности на бифуркационной диаграмме заштрихована. Двойной штриховкой отмечены бистабильные участки области \mathcal{O}_{31} . Показаны только устойчивые ветви K_1 , K_3 при $\mathcal{P}_{st} = \mathcal{P}_1 = 1050$. Изолированный участок 2 ветви K_2 приведен полностью, остальные участки зависимости $K(H)$ (3, 4) показаны лишь в области гистерезиса. Пунктирные вертикальные линии со стрелками — направления переходов между ветвями K_1 , K_3 при медленном сканировании H и неизменных значениях остальных управляющих параметров.

$$h_{\pm}(d) = [(\xi d/2e_0) - r_2] \varphi \pm \{[\mathcal{P}_{st}/(1-d)e_0] - [(\xi d/2e_0) + 1]^2\}^{1/2}, \quad (6)$$

нетрудно установить, что d_2 (и тем более d_3) в \mathcal{O}_{35} на изолированном участке всегда меньше, чем d_3 на гистерезисном участке при том же \mathcal{P}_{st} . Вплоть до расстроек $\varphi \approx h_5/r_2$ на изолированном участке ветви d_3 коэффициент инверсии оказывается гораздо более высоким, чем на гистерезисных участках при той же мощности накачки (рис. 3, кривые 2—4).

В заключение приведем оценки ξ и \mathcal{P} для двух реальных систем. Для трехуровневого фазера на $\text{Ni}^{2+} : \text{Al}_2\text{O}_3$ [9] при $H_0 = 0.5$ кЭ (направленном вдоль оси C кристалла), $\omega_p = 41.3$ ГГц, $Q_c = 10^4$, $\tau_2 = 10^{-7}$ с, $N = 5 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$, $T = 4.2$ К находим $\xi \approx 500 f_c$ (здесь $f_c \leq 0.3$, что связано с применимостью приближения среднего поля [13]), а при $H_p^0 = 0.01$ Э с учетом $\tau_1 \approx 2 \cdot 10^{-3}$ с, $t_R \approx 10^{-10}$ получаем достаточно высокое значение $\mathcal{P} \approx 10^3$. Для лазера на $\text{Fe}^{3+} : \text{Al}_2\text{SiO}_5$ [15] схему накачки при $H_0 = 5$ кЭ ($H_0 \parallel C$) также можно считать трехуровневой, так как второй спиновый дублет практически не расщеплен, а влиянием третьего дублета можно пренебречь из-за большого начального расщепления и малой его заселенности при гелиевых температурах. При значениях $\omega_p = 142$ ГГц, $N = 8 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$, $\tau_1 \approx 10^{-3}$ с [16], $\tau_2 \approx 10^{-8}$ с, $T = 2$ К и таких же, как и в предыдущем примере, значениях Q_c , H_p^0 и t_R находим $\xi \approx 1550 f_c$ (здесь $f_c \leq 0.03$), $\mathcal{P} \approx 6 \cdot 10^2$, что также обеспечивает реализацию рассмотренных выше бистабильных режимов накачки.

Список литературы

- [1] Dick G. J., Strayer D. M. // Proc. 38th Ann. Freq. Contr. Symp. New York, 1984. P. 435—446.
- [2] Strayer D. M., Dick G. J., Mercereau J. E. // IEEE Trans. Magn. 1987. Vol. 23. N 2. P. 1624—1628.
- [3] Маковецкий Д. Н. // Твердотельная электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Харьков, 1988. С. 116—127.
- [4] Маковецкий Д. Н. // Тез. докл. XIV Всесоюз. конф. по акустоэлектронике и физической акустике. Кишинев, 1989. Ч. II. С. 18—19.
- [5] Гананольский Е. М., Маковецкий Д. Н. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 10. С. 202—204.
- [6] Вейлстеке А. Основы теории квантовых усилителей. М.: ИЛ, 1963.
- [7] Штейншлейгер В. Б., Мисежников Г. С., Лифанов П. С. Квантовые усилители СВЧ (мазеры). М.: Сов. радио, 1971.
- [8] Гананольский Е. М., Маковецкий Д. Н. // ДАН СССР. 1974. Т. 217. № 2. С. 303—306. ЖЭТФ. 1977. Т. 72. Вып. 1. С. 203—217.
- [9] Маковецкий Д. Н. Автореф. канд. дис. Харьков, 1984.
- [10] Гиббс Х. Оптическая бистабильность. М.: Мир, 1988.
- [11] Маковецкий Д. Н. // УФЖ. 1988. Т. 33. № 8. С. 1237—1240.
- [12] Нагибаров В. Р., Самарцев В. В., Соловаров Н. К. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Вып. 4. С. 1636—1646.
- [13] Bonifacio R., Lugiato L. A. // Phys. Rev. 1978. Vol. 18. N 3. P. 1129—1144.
- [14] Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф. М.: Мир, 1980.
- [15] Черпак Н. Т., Смирнова Т. А., Мышенко В. В. и др. // РИЭ. 1982. Т. 27. № 9. С. 1804—1812.
- [16] Песковацкий С. А., Шульга В. М. // ФТТ. 1985. Т. 27. Вып. 6. С. 1898—1900.

Институт радиопизики и электроники
АН УССР
Харьков

Поступило в Редакцию
23 февраля 1990 г.