# Ab initio расчеты времени и длины спиновой релаксации возбужденных электронов в металлах методом GW с включенным спин-орбитальным взаимодействием

© В.П. Жуков\*,\*\*, Е.В. Чулков\*\*,\*\*\*

\* Институт химии твердого тела Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург, Россия

\*\* Donostia International Physics Center (DIPC),

San Sebastian, Basque Country, Spain

\*\*\* Departamento de Fizika de Materiales, Facultad de Ciencias Quimicas, UPV/EHU and Centro Mixto CSIC-UPV/EHU, San Sebastian, Basque Country, Spain

E-mail: zhukov@ihim.uran.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 6 декабря 2008 г.)

На основе метода GW с включенным спин-орбитальным взаимодействием развит *ab initio* метод расчета времени спиновой релаксации возбужденных электронов в металлах. Выполнены расчеты времени и длины спиновой релаксации в Al, Cu, Au, Nb и Ta. Введена концепция фазового пространства поворота спина. Показано, что отношение времени релаксации спина к времени жизни возбужденного электрона хорошо объясняется на базе данной концепции. Время и длина спиновой релаксации в Nb оказываются гораздо меньше, чем в Al, Cu и Au. В особенности малы эти величины для Та в соответствии с сильным спин-орбитальным взаимодействием. Сопоставление результатов с предыдущими данными по времени и пути спиновой релаксации из-за взаимодействия с примесями и фононами показывает, что при энергии возбужденного электрона около 1 eV неупругое электрон-электронное рассеяние в присутствии спин-орбитального взаимодействия является доминирующим механизмом спиновой релаксации.

Работа выполнена при поддержке Департамента образования правительства Страны Басков, Испания, Министерства науки и технологий Испании (грант № MAT2001) и проекта Европейского сообщества "6th Network of Excellence NANOQUANTA (NMP-4-CT-2004-500198)".

PACS: 71.15.Qe, 72.15.Lh, 85.75.-d

### 1. Введение

Спиновая динамика делокализованных электронов в металлах и полупроводниках является одним из важнейших объектов исследований, связанных с современной спиновой электроникой. В частности, в течение последних 10-15 лет интенсивно исследовались механизмы спиновой релаксации [1]. Была разработана теория механизмов спиновой релаксации для возбужденных электронов с энергией вблизи уровня Ферми. В ней было показано, что основными являются механизмы Эллиотта-Яфета, Дьяконова-Переля, Бира-Аронова-Пикуса и механизм сверхтонкого взаимодействия [1]. Наиболее важным из них является механизм Эллиотта-Яфета, согласно которому релаксация спина, т.е. потеря его ориентации в пространстве, осуществляется через взаимодействие с примесями при низких температурах и фононами при высоких температурах, причем оба типа взаимодействий опосредованы спин-орбитальным спариванием. На основе этого механизма был выполнен ряд реалистических расчетов времени спиновой релаксации  $\tau_{\rm sr}$ ; был также получен ряд предсказаний, касающихся, например, температурной зависимости  $au_{\rm sr}$ , которые получили экспериментальное подтверждение [1-3]. Расчеты  $au_{\rm sr}$  весьма важны для разработки новых спинтронных приборов, поскольку эта величина является одной из базисных характеристик процессов в спинтронных приборах, например процессов инъекции спинполяризованных электронов через интерфейсы металл металл [1,2,4].

В настоящее время расчеты скорости релаксации спинов проводятся в основном исходя из модельных представлений о зонной структуре металлов, тогда как использование *ab initio* расчетов весьма ограничено. Ввиду низкой точности модельных расчетов важной задачей является развитие полностью *ab initio* методов расчета динамики спиновой релаксации. Однако авторам известны лишь два примера методов расчета из первых принципов спиновой релаксации на основе механизма Эллиотта—Яфета, а именно расчеты спиновой релаксации при энергии вблизи уровня Ферми для алюминия [2] и полупроводников GaAs, GaN [3].

Неудовлетворительным является уровень теоретических исследований, относящихся к спиновой релаксации электронов с энергией выше энергии тепловых возбуждений. Важность таких исследований вытекает из использования тонких изолирующих слоев между проводящими металлическими слоями спинтронных приборов [5,6]. Нанесение таких слоев является средством преодоления проблемы рассогласования проводимости металлических слоев, которая является препятствием к достижению высокой эффективности процессов инъекции спина. Высота потенциальных барьеров между проводящими слоями может достигать нескольких де-

сятых электронвольта. В особенности высокие барьеры, до 1 eV, могут существовать в спин-клапанных и магнитных туннельных транзисторах, которые являются перспективными классами спинтронных приборов [1,5]. При таких условиях можно ожидать, что значительная часть носителей тока имеет энергию, близкую к высоте потенциального барьера. Длина свободного пробега электронов с такой энергией интенсивно изучалась в экспериментах [5]. Надавно времена жизни и длины свободного пробега возбужденных электронов во многих металлах были успешно вычислены с использованием ab initio метода GW [7]. Однако подходы ко времени и длине спиновой релаксации из первых принципов при таких энергиях пока отсутствуют.

Можно предполагать, что при энергии около 1 eV для возбужденных электронов в металлах и узкозонных полупроводниках (в дополнение к указанным выше механизмам спиновой релаксации) также важными, а вероятно, и более эффективными могут быть процессы релаксации спина вследствие неупругого электронэлектронного рассеяния с передачей энергии на возбуждение электрон-дырочных пар. Обоснованность этого предположения следует из того, что неупругое электронэлектронное рассеяние является важнейшим из всех механизмов, определяющих время жизни возбужденных электронов в металлах [8-11]. Очевидно, однако, что релаксация спинов в таких процессах может идти только при наличии спин-орбитального взаимодействия (СОВ), которым в расчетах времени жизни обычно пренебрегают. Ранее роль подобных релаксационных процессов на модельном уровне была изучена в работе [12] для возбужденных электронов в полупроводниках при высокой температуре. Такие процессы можно рассматривать как еще один вид релаксации по Эллиотту-Яфету, в которой передача энергии в присутствии СОВ происходит не к фононам, а к электрон-дырочным парам. В настоящей работе мы развиваем ab initio подход к расчетам времени жизни электронных возбуждений и времени спиновой релаксации исходя из механизма релаксации такого вида. Наш подход базируется на методе GW многочастичной теории возмущений [13–15], но он учитывает СОВ. Мы изучаем времена жизни электронных возбуждений, времена и длины релаксации спинов возбужденных электронов в Al, Cu, Au, Nb и Ta. В ходе расчетов мы приходим к некоторым нетривиальным результатам, относящимся к изменениям времени релаксации в исследованном ряду объектов. Мы вводим концепцию фазового пространства поворота спина, которая позволяет дать объяснение этим результатам. Сравнивая наши расчетные результаты с предыдущими экспериментальными данными по спиновой релаксации, приходим к выводам об эффективности неупругого электрон-электронного рассеяния в присутствии СОВ.

### 2. Теория

Большинство *ab initio* подходов к динамике возбужденных электронов базируются на собственно энергетическом формализме многочастичной теории (см., на-

пример, [9,13-17]). В этом формализме уравнение движения для функции Грина  $G(\mathbf{x}t,\mathbf{x}'t')$  возбужденного электрона (или дырки) в твердом теле имеет вид

$$[i(\partial/\partial t) - h(\mathbf{x}) - V_H(\mathbf{x}, t)]G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t')$$

$$-\int d\mathbf{x}''dt''\Sigma(\mathbf{x}t, \mathbf{x}''t'')G(\mathbf{x}''t'', \mathbf{x}'t') = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(t - t')$$
(1)

(в этом разделе используются атомные единицы Хартри, т. е.  $\hbar=e=m_e=1$ , где e — заряд электрона, а  $m_e$  — его масса). Оператор  $h(\mathbf{x})$  включает кинетическую энергию и энергию взаимодействия с ядрами,  $\sum (\mathbf{x}t,\mathbf{x}''t'')$  — оператор собственной энергии, а  $V_H(\mathbf{x},t)$  — электростатическая энергия Хартри

$$V_H(\mathbf{x},t) = \int d\mathbf{r}' V_c(\mathbf{r},\mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}'), \qquad (2)$$

которая определяется обычным кулоновским потенциалом  $V_c$  и электронной плотностью  $\rho$ . Здесь используются обозначения вида  $\mathbf{x}=(\mathbf{r},\sigma)$ , где  $\mathbf{r}$  и  $\sigma$  — соответственно пространственная и спиновая переменные. Уравнение (1) эквивалентно известному уравнению Дайсона [16]

$$G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t') = G_0(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t')$$

$$+ G_0(\mathbf{x}t, \mathbf{x}''t'') \Sigma(\mathbf{x}''t'', \mathbf{x}'''t''') G(\mathbf{x}'''t''', \mathbf{x}'t'), (3)$$

в котором  $G_0$  — функция Грина без взаимодействия, т. е. решение уравнения (1) при  $\Sigma=0$ , и по повторяющимся переменным предполагается интегрирование. В стационарных условиях, т. е. когда свойства системы зависят от разности t-t', а не от конкретных t и t', преобразование Фурье по отношению к t-t' приводит уравнение (1) к виду

$$[\omega - h(\mathbf{x}) - V_H(\mathbf{x})]G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$$
$$- \int d\mathbf{x}'' \Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}'', \omega)G(\mathbf{x}'', \mathbf{x}', \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \tag{4}$$

Общий подход к расчету G заключается в использовании спектрального представления

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, \omega)\psi_{\mathbf{k}}^{+}(\mathbf{x}', \omega)}{\omega - E_{\mathbf{k}}(\omega)},$$
 (5)

где  $\psi_{\mathbf{k}}$  — функции, удовлетворяющие квазичастичному уравнению

$$\begin{split} \big[ E_{\mathbf{k}}(\omega) - h(\mathbf{x}) - V_H(\mathbf{x}) \big] \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, \omega) \\ - \int d\mathbf{x}' \Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}', \omega) = 0. \end{split} \tag{6}$$

Собственные значения этого уравнения являются комплексными, т.е.  $E_{\bf k}={\rm Re}\,E_{\bf k}+i\,{\rm Im}\,E_{\bf k}$ . Из разложения (5) следует, что мнимая часть G (спектральная функция) состоит из серии пиков Лоренца с максимумами

на частотах  $\omega_{\mathbf{k}}=\operatorname{Re}E_{\mathbf{k}}$  и с шириной на полувысоте  $\Gamma_{\mathbf{k}} = 2 \, \mathrm{Im} \, E_{\mathbf{k}}$ . В многочастичной теории доказывается, что для электронной функции Грина величины  $\operatorname{Re} E_{\mathbf{k}}$  соответствуют энергиям возбуждения N+1-электронной системы (с одним добавочным электроном), а для дырочной функции Грина — энергиям возбуждения N-1-электронной системы (т. е. с добавленной дыркой). Доказывается также, что временная эволюция функции Грина при  $\omega = E_{\mathbf{k}}$  следует закону  $\exp(-\Gamma_{\mathbf{k}}t)$ . Таким образом, из уравнения (6) можно получить скорость затухания электронного или дырочного возбужденного состояния  $\Gamma_{\mathbf{k}}$  и его время жизни, которое определяется как  $\tau_{\mathbf{k}} = \hbar/\Gamma_{\mathbf{k}}$ . Обычно используется версия собственно энергетического формализма при  $\sigma = \sigma'$ , т.е. для состояний, чистых по спину. Смешивание спиновых координат за счет СОВ может быть включено в теорию следующим образом.

Выражение для оператора СОВ, получаемое из уравнения Дирака после преобразования Фолди-Ваутхаузена, имеет вид [18]

$$\hat{H}^{SO} = -\frac{1}{4c^2} \sigma(\mathbf{E} \times \mathbf{p}), \tag{7}$$

где  $\sigma$  — вектор матриц Паули,  $\mathbf{E} = -\nabla V$  — электрическое поле, а  $\mathbf{p}$  — оператор импульса. В присутствии СОВ зонная структура парамагнитного твердого тела с центром симметрии из вырожденных состояний со спиновыми компонентами [1]

$$\xi_{\mathbf{p},+} = \rho_{\mathbf{p}}^{\uparrow} |\uparrow\rangle + \rho_{\mathbf{p}}^{\downarrow} |\downarrow\rangle,$$
  

$$\xi_{\mathbf{p},-} = \rho_{-\mathbf{p}}^{\uparrow*} |\downarrow\rangle - \rho_{-\mathbf{p}}^{\downarrow*} |\uparrow\rangle.$$
 (8)

Здесь  $\rho_{\bf p}^{\uparrow}$ ,  $\rho_{\bf p}^{\downarrow}$  — веса чистых состояний со спином вверх и со спином вниз для спин-смещанного состояния с импульсом  ${\bf p}$ ; предполагается обычная нормировка  $|\rho_{\bf p}^{\uparrow}|^2 + |\rho_{\bf p}^{\downarrow}|^2 = 1$ . Обычно  $\rho_{\bf p}^{\uparrow} \gg \rho_{\bf p}^{\downarrow}$ , потому мы отнесли к вырожденным состояниям псевдоспиновые "квантовые числа" + и —. В отличие от экранированного электронэлектронного взаимодействия, по степеням которого в многочастичной теории производится разложение собственной энергии, СОВ в приведенном выше виде является локальным и мгновенным, что облегчает его рассмотрение. А именно, следуя по пути, по которому выводится уравнение движения для функции Грина (1) без СОВ [19], можно показать, что с учетом СОВ собственную энергию следует определить как

$$\Sigma^{SO}(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t') = \Sigma(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t') + \frac{1}{4c^2} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \nabla V(\mathbf{r}') [\mathbf{p}' \times \boldsymbol{\sigma}]. \quad (9)$$

При переопределенной таким образом собственной энергии для функции Грина получается такое же уравнение (4), но квазичастичное уравнение (6) изменяется следующим образом.

Квазичастичное уравнение, в котором введено СОВ и спиновые переменные представлены в явном виде, принимает форму

$$h_{0}(\mathbf{r})\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{r},\omega) + \sum_{\sigma'} \int d^{3}\mathbf{r}' \Sigma_{\sigma\sigma'}^{SO}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\omega) \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma'}(\mathbf{r}',\omega)$$
$$= E_{\mathbf{k}}(\omega) \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{r},\omega). \tag{10}$$

Здесь мы ввели двухкомпонентные квазичастичные волновые функции ( $\psi_{\mathbf{k}}^{\uparrow}(\mathbf{r},\omega),\psi_{\mathbf{k}}^{\downarrow}(\mathbf{r},\omega)$ ) и оператор Хартри  $h_0=h+V_H$ . Чтобы решить это уравнение для периодического потенциала в твердом теле, можно использовать приближение  $\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{r},\omega)=\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{r})$ , где  $\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{r})$  —  $\sigma$ -компонента спин-смешанного состояния с энергией  $\omega=e_{\mathbf{k}}^{\mathrm{SO}}$ , которое может быть вычислено методами теории функционала электронной плотности при включенном СОВ. Таким образом, мы предполагаем, что компоненты смешанного по спину состояния  $\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}$  удовлетворяют уравнению  $\sum_{\sigma'}[h_0+H_{\sigma\sigma'}^{\mathrm{SO}}+V_{\sigma'}^{\mathrm{rc}}]\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma'}=e_{\mathbf{k}}^{\mathrm{SO}}\psi_{\mathbf{k}}^{\kappa}$ , в котором  $V_{\sigma'}^{\mathrm{rc}}$  — обменно-корреляционный потенциал, зависящий от спина. Умножая уравнение (10) слева на  $\psi_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{r})$ , интегрируя по  $\mathbf{r},\mathbf{r}'$  и суммируя по спиновым переменным, приходим к уравнению

$$\sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | h_{0} | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle + \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | \Sigma_{\sigma\sigma}^{SO}(\omega) | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle 
+ \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | H_{\sigma,-\sigma}^{SO}(\omega) | \psi_{\mathbf{k}}^{-\sigma} \rangle = E_{\mathbf{k}}(\omega). \quad (11)$$

Включая в уравнение (11)  $\pm \sum_{\sigma} \{H_{\sigma\sigma}^{\rm SO} + V_{\sigma}^{xc}\}$ , получаем

$$e_{\mathbf{k}}^{\mathrm{SO}} + \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | \Sigma_{\sigma\sigma}^{\mathrm{SO}}(\omega) | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle - \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | V_{\sigma}^{xc} | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle$$
$$- \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | H_{\sigma,\sigma}^{\mathrm{SO}} | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle = E_{\mathbf{k}}(\omega). \tag{12}$$

Определяя  $\Delta\Sigma_{\sigma}(\omega)=\Sigma_{\sigma\sigma}^{\rm SO}(\omega)-V_{\sigma}^{xc}-H_{\sigma\sigma}^{\rm SO},$  приходим к уравнению

$$E_{\mathbf{k}}(\omega) = e_{\mathbf{k}}^{SO} + \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | \Delta \Sigma_{\sigma}(\omega) | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle$$
 (13)

(здесь и далее опускаем вторую  $\sigma$  для собственной энергии, диагональной по спину). Таким образом, в конечном счете мы имеем квазичастичное уравнение, подобное тому, что имеется в отсутствие СОВ (см. [19,20]), но в присутствии СОВ оно включает суммирование по спиновым координатам и вычитание спин-диагональных компонент СОВ. Для вещественной и мнимой частей квазичастичной энергии из уравнения (13) следует

$$\operatorname{Re} E_{\mathbf{k}}(\omega) = e_{\mathbf{k}}^{SO} + \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | \operatorname{Re} \Delta \Sigma_{\sigma}(\omega) | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle, \tag{14}$$

$$\operatorname{Im} E_{\mathbf{k}}(\omega) = \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\sigma}(\omega) | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle. \tag{15}$$

Применяя к уравнению (15) приближение  $\omega = e_{\mathbf{k}}^{\mathrm{SO}}$  (так называемое приближение "on mass shell" [9,10]), получаем

$$\operatorname{Im} E_{\mathbf{k}} = \sum_{\sigma} \langle \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} | \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\sigma}(e_{\mathbf{k}}^{SO}) | \psi_{\mathbf{k}}^{\sigma} \rangle. \tag{16}$$

Величина  $2 \, \mathrm{Im} \, E_{\mathbf{k}}$  является скоростью угасания квазичастицы, а обратная ей величина является временем жизни квазичастицы, т. е. электрона или дырки.

При отсутствии смешивания спиновых координат обычный путь нахождения собственной энергии заключается в использовании уравнений Хедина [13–17]. Поскольку уравнения Хедина следуют из уравнения движения для функции Грина, при включении СОВ они не изменяются. Поэтому в качестве первого приближения можно использовать так называемое GW-приближение, в котором учитывается лишь член первого порядка в разложении собственной энергии по экранированному потенциалу электрон-электронного взаимодействия W. В таком приближении собственная энергия и функция Грина диагональны по спину, и уравнение для собственной энергии в частотном представлении сводится к

$$\Sigma_{\sigma}^{SO}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{i}{2\pi} \int d\omega G_{\sigma\sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega + \omega') W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega').$$
(17)

В присутствии СОВ спектральное представление для входящей в (17) функции Грина включает суммирование по состояниям с псевдоспином вверх и вниз. Полученное с применением спектрального представления выражение для половины скорости угасания электрона в состоянии  $\psi_{\mathbf{k}n}$  с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и энергией  $e_{\mathbf{k}n}$  (n — номер состояния) имеет вид

$$\langle \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\sigma}(e_{\mathbf{k}n}) \rangle = \sum_{\mathbf{q}} \sum_{n'}^{\operatorname{unocc}} \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\sigma}(\mathbf{k}, n; \mathbf{q} - \mathbf{k}, n').$$
 (18)

Здесь мы определили величину

$$\operatorname{Im}\Delta\Sigma_{\sigma}(\mathbf{k},n;\mathbf{q}-\mathbf{k},n') = -\sum_{i,j}\operatorname{Im}W_{i,j}(\mathbf{q},e_{\mathbf{k}n}-e_{\mathbf{q}-\mathbf{k},n'})$$

$$\times \langle \psi_{\mathbf{k}n}^{\sigma} \psi_{\mathbf{q}-\mathbf{k},n'}^{\sigma} | B_{\mathbf{q}i} \rangle \langle B_{\mathbf{q}j} | \psi_{\mathbf{q}-\mathbf{k},n'}^{\sigma} \psi_{\mathbf{k}n}^{\sigma} \rangle \Theta(e_{\mathbf{k}n} - e_{\mathbf{q}-\mathbf{k},n'}), \tag{19}$$

которая является вкладом в скорость угасания от перехода электрона из первичного состояния  $\psi_{\mathbf{k}n}$  во вторичное состояние  $\psi_{\mathbf{q}-\mathbf{k},\mathbf{n}'}$  с более низкой энергией. Здесь мы использовали функции  $B_{\mathbf{q}j}$  некоторого полного базисного набора состояний; W — матрица экранированного взаимодействия в данном базисе.

На практике можно, как обычно, вычислять экранированный потенциал в приближении случайных фаз [13–17]. Для этого необходимо сначала вычислить поляризационную функцию в этом приближении  $P^0$ . Такие вычисления обсуждались в работе [17]. Было показано, что в присутствии спинового смешивания поляризационная функция в приближении случайных фаз выражается как  $P^0(\mathbf{r}_1t_1,\mathbf{r}_2t_2)=$   $=-i\sum_{\sigma\sigma'}G_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}_1t_1,\mathbf{r}_2t_2)G_{\sigma'\sigma}(\mathbf{r}_2t_2,\mathbf{r}_1t_1^+).$ 

Применяя к функции Грина представление (5), делая преобразование Фурье и применяя разложения по полному набору базисных функций  $B_{{\bf q}i}$ , мы получаем выражение для  $P^0$ 

$$P_{ij}^{0}(\mathbf{q},\omega) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{n}^{\text{occ}} \sum_{n'}^{\text{unocc}} \left\{ \frac{1}{\omega - e_{\mathbf{k}+\mathbf{q},n'} + e_{\mathbf{k}n} + i\delta} - \frac{1}{\omega + e_{\mathbf{k}+\mathbf{q},n'} - e_{\mathbf{k}n} - i\delta} \right\} \times \sum_{\sigma,\sigma'} \langle B_{\mathbf{q}i} \psi_{\mathbf{k}n}^{\sigma} | \psi_{\mathbf{k}+\mathbf{q},n'}^{\sigma} \rangle \langle \psi_{\mathbf{k}+\mathbf{q},n'}^{\sigma'} | \psi_{\mathbf{k}n}^{\sigma'} B_{\mathbf{q}i} \rangle. \quad (20)$$

После того как вычислена функция  $P^0$ , можно вычислить функцию отклика  $R=(1-v_cP^0)^{-1}P^0$ , обратную диэлектрическую функцию  $\varepsilon^{-1}=1+v_cR$  и экранированный потенциал  $W=\varepsilon^{-1}V_c$ .

Результаты расчетов GW можно использовать следующим образом для оценки времени поворота спина  $\tau_{\rm sf}$ . Выражение для  $\sigma$ -компоненты половины скорости угасания (см. (18)) имеет в GW-приближении вид  ${\rm Im}\,\Delta\Sigma_\sigma={\rm Im}\,\Delta\Sigma_{\sigma+}+{\rm Im}\,\Delta\Sigma_{\sigma-}$ , где первый член включает суммирование по вторичным состояниям с псевдоспином вверх, а второй член содержит суммирование по вторичным состояниям с псевдоспином вниз. Отсюда следует, что половину скорости угасания можно представить как сумму четырех компонент

$$\operatorname{Im} E_{\mathbf{k}} = \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\uparrow +} + \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\downarrow -} + \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\downarrow +} + \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\uparrow -}. \tag{21}$$

Первые два члена связаны с угасанием без поворота спина, тогда как два последующих соответствуют угасанию с поворотом спина, вызванному присутствием СОВ. Тогда время поворота спина может быть вычислено как

$$\frac{1}{\tau_{\mathbf{k}n}^{\mathrm{sf}}} = -\operatorname{Im}\Delta\Sigma^{\mathrm{sf}}(e_{\mathbf{k}n}),\tag{22}$$

где

$$\operatorname{Im} \Delta \Sigma^{\mathrm{sf}}(e_{\mathbf{k}n}) = \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\downarrow +}(e_{\mathbf{k}n}) + \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\downarrow -}(e_{\mathbf{k}n}). \tag{23}$$

В дальнейшем считаем, что первичное состояние  $\psi_{\mathbf{k}n}$  является состоянием с псевдоспином вверх, т. е. угасание первичного состояния с поворотом спина происходит посредством его перехода на нижние вакантные состояния с псевдоспином вниз. Учитывая, что и первичное, и вторичные состояния являются смешанными по спину, можно вычислить часть собственной энергии, соответствующую угасанию с поворотом спина, посредством уравнений (15) и (18), но с суммированием в уравнении (18) только по состояниям с псевдоспином вниз и величиной  $\mathrm{Im}\,\Delta\Sigma_{\uparrow}(\mathbf{k},n;\mathbf{q}-\mathbf{k},n')$  +  $\mathrm{Im}\,\Delta\Sigma_{\downarrow}(\mathbf{k},n;\mathbf{q}-\mathbf{k},n')$ , замещенной на

$$\operatorname{Im} \Delta \Sigma^{\mathrm{sf}}(\mathbf{k}, n; \mathbf{q} - \mathbf{k}, n') = p_{\mathbf{k}n} (1 - p_{\mathbf{q} - \mathbf{k}, n'}) \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\uparrow}(e_{\mathbf{k}n}) + p_{\mathbf{q} - \mathbf{k}, n'} (1 - p_{\mathbf{k}n}) \operatorname{Im} \Delta \Sigma_{\uparrow}(e_{\mathbf{k}n}),$$
(24)

где  $p_{{\bf k}n}=|
ho_{{\bf k}n}|^2$ . В пределе нулевого СОВ определенная таким образом величина  ${\rm Im}\,\Delta\Sigma^{\rm sf}$  обращается в нуль. При конечном СОВ в первом члене правой части

уравнения (24) суммируются вероятности перехода из компоненты со спином вверх первичного состояния в компоненты со спином вниз вторичных состояний, а во втором члене суммируются вероятности перехода из компоненты со спином вниз первичного состояния в компоненты со спином вверх вторичных состояний.

Поскольку время  $au_{kn}^{sf}$  является временем поворота спина первичного электрона, разумно определить время релаксации спина, т.е. время потери его пространственной ориентации, как половину времени поворота спина. Это соответствует определению времени релаксации, введенному в феноменологической теории инъекции спина в ферромагнитных материалах [1].

# 3. Детали расчетов

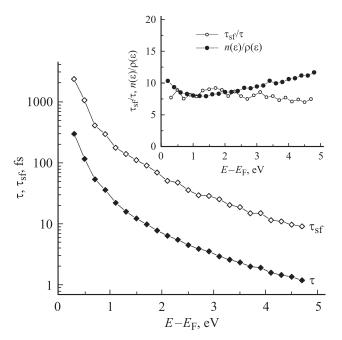
Мы рассчитываем зонную структуру линейным методом muffin-tin-орбиталей (ЛМТО) в представлении сильной связи [20] с СОВ, включенном по рецептам работы [21]. Проблемой расчетов зон с включением СОВ является плохая сходимость процесса самосогласования, в особенности, для объектов с большой плотностью состояний на уровне Ферми. Другой проблемой является чрезмерно большое время вычислений. Это связано с требованиями вести вычисления для большого числа волновых векторов в зоне Бриллюэна, не менее 8000, что необходимо для получения надежных данных, усредненных по векторам зоны Бриллюэна. Поэтому в практических расчетах мы используем следующие упрощения.

Расчеты зонной структуры проводятся в минимальном базисе s-, p-, d-орбиталей. Сначала мы проводим процесс самосогласования, пренебрегая СОВ. Последующие расчеты поляризации, функции отклика, диэлектрической функции и экранированного потенциала также выполняются без учета СОВ. Данный этап расчетов весьма близок к тому, что был описан в работе [22], посвященной расчету времен жизни электронных возбуждений в металлах. Базисный набор, используемый в этих расчетах и в последующих расчетах для собственной энергии, строится из  $s \times s$ ,  $s \times p$ ,  $s \times d$ ,  $p \times p$ ,  $p \times d$  — произведений линейных muffin-tin-орбиталей по рецептам работы [23]; обычно число таких орбиталей 45-50. На втором этапе проводятся самосогласованные расчеты зонной структуры при включении СОВ. Это обеспечивает получение величин  $ho_{\mathbf{q}n}$ , необходимых для расчетов компонент собственной энергии. Ожидаемые значения мнимой части собственной энергии, вычисленные для зонных состояний при всех учтенных волновых векторах, усредняющая по волновым векторам, и затем вычисляются времена жизни состояний и времена релаксации спина.

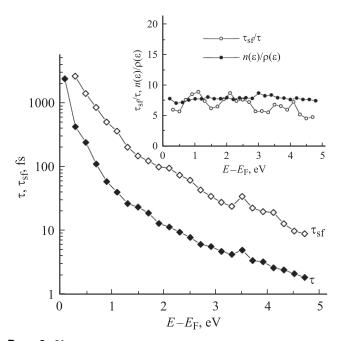
### 4. Результаты и обсуждение

На рис. 1–5 мы приводим зависимости времени жизни электронных возбуждений и времени поворота спина от энергии электрона для Al, Cu, Au, Nb и Ta. Мы выбрали

эти металлы в качестве представителей разных типов зонной структуры. Алюминий, спиновая релаксация в котором изучалась экспериментально в работах [24,25] и теоретически в [2], является типичным металлом с

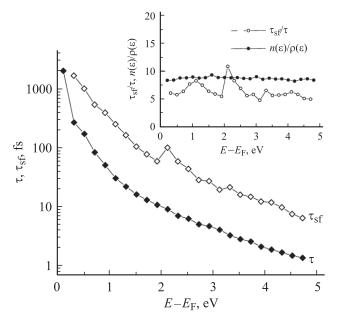


**Рис. 1.** Усредненное по волновому вектору время жизни  $\tau$  и время поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  для алюминия в зависимости от избыточной энергии электрона  $E-E_{\rm F}$ . На вставке показаны отношение этих величин и отношение фазового пространства угасания возбужденного состояния к фазовому пространству поворота спина  $n(\varepsilon)/\rho(\varepsilon)$  (см. текст).

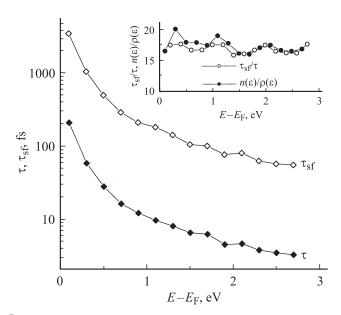


**Рис. 2.** Усредненное по волновому вектору время жизни  $\tau$  и время поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  для меди в зависимости от избыточной энергии электрона  $E-E_{\rm F}$ . На вставке — то же, что на рис. 1, для Cu.

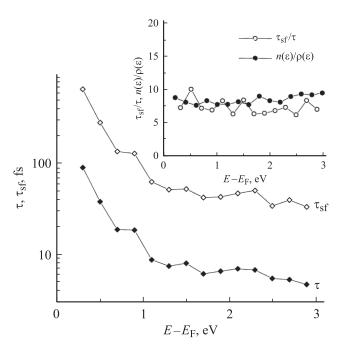
почти свободными электронами и относительно низкой и медленно изменяющейся с энергией плотностью состояний. Медь и золото, спиновая релаксация в которых изучалась в работах [26,27], — это благородные металлы с зоной *d*-состояний ниже уровня Ферми и зоной почти свободных электронов вблизи и выше уровня Ферми. Величина СОВ в золоте значительно выше, чем в меди. (Мы изучали также времена релаксации в серебре, но



**Рис. 3.** Усредненное по волновому вектору время жизни  $\tau$  и время поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  для золота в зависимости от избыточной энергии электрона  $E-E_{\rm F}$ . На вставке — то же, что на рис. 1, для Au.



**Рис. 4.** Усредненное по волновому вектору время жизни  $\tau$  и время поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  для ниобия в зависимости от избыточной энергии электрона  $E-E_{\rm F}$ . На вставке — то же, что на рис. 1, для Nb.



**Рис. 5.** Усредненное по волновому вектору время жизни  $\tau$  и время поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  для тантала в зависимости от избыточной энергии электрона  $E-E_{\rm F}$ . На вставке — то же, что на рис. 1, для Та.

опускаем их обсуждение, так как они близки к времени релаксации в меди.) Ниобий — типичный переходный металл с d-состояниями на уровне Ферми и в его окрестности; экспериментальное изучение времени спиновой релаксации в ниобии описано в работе [28]. Зонная структура тантала близка к зонной структуре ниобия, но СОВ в тантале значительно сильнее.

Рассчитанные времена жизни электронных возбуждений находятся в разумном соответствии с временами жизни из предыдущих GW-расчетов в базисе ЛМТО [29–32]. Различия в 20-25% связаны с учетом СОВ в новых расчетах. Кроме того, в предыдущих расчетах времени жизни учитывался фактор ренормализации Z функции Грина, который был опущен в описываемых здесь расчетах.

Времена поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  оказываются много больше времен жизни  $\tau$ . Отношение  $\tau_{\rm sf}/\tau$  находится в пределах  $8.2 \pm 1.2$  для Al,  $7.8 \pm 3$  для Cu,  $6.5 \pm 2$  для Au,  $18\pm2$  для Та. Убывание  $au_{\rm sf}/ au$  от Аl к Сu и Au и последующее возрастание к Nb могут быть объяснены на основе расчетов так называемого фазового пространства. Под фазовым пространством  $n(\varepsilon)$  для угасания возбужденного электрона с избыточной энергией  $\varepsilon$  (т. е. его энергией по отношению к уровню Ферми) понимается число свободных состояний с энергией меньше є, которые может занять возбужденный электрон, теряя энергию. Обычно считается, что скорость угасания электронного возбуждения пропорцинальна фазовому пространству:  $1/\tau(\varepsilon) \sim n(\varepsilon)$ . В случае поворота спина для каждой энергии  $\varepsilon$  мы можем определить величину спинового смешивания  $\beta(\varepsilon)$  и вес основной спиновой компоненты

Сопоставление	времен	и дли	н спиновой	релаксации,	полученных	В	разных	экспериментальных	подходах, с	теоретическими
ланными										

Металл	Вид эксперимента	$ au_{ m sr}^{ m imp}$ , ps	$ au_{ m sr}^{ m ph}$ , ps	$\lambda_{\rm sr}$ , nm	$ au_{ m sr}^e,   m ps$	$\lambda_{\rm sr}^e$ , nm
Алюминий	Спиновая инъекция [33]	100	85	780		
	Спиновая инъекция [27]	70	124	1200	1.15(0.15)	1300(170)
Медь	То же	40	14	560	1.3(0.26)	1290(250)
Золото	Вращение Керра [34]	_	45	_	0.8(0.15)	980(230)
Ниобий	Спиновая инъекция [28]	_	560	789	0.5(0.1)	160(30)
Тантал	_	_	_	_	0.3(0.06)	86(18)

Пр и ме ч а н и е.  $au_{\rm sr}^{\rm imp}$  — экспериментальное время спиновой релаксации при электрон-примесном рассеянии,  $au_{\rm sr}^{\rm ph}$  — экспериментальное время спиновой релаксации при электрон-фононном рассеянии,  $au_{\rm sr}$  — экспериментальная длина спиновой релаксации,  $au_{\rm sr}^{\rm e}$  — расчетное время спиновой релаксации при электрон-электронном рассеянии (настоящая работа),  $au_{\rm sr}^{\rm e}$  — расчетная длина спиновой релаксации при электрон-электронном рассеянии (настоящая работа). Теоретические данные перед скобками относятся к энергии  $0.3\,{\rm eV}$ , а в скобках — к энергии  $0.9\,{\rm eV}$ .

 $1-\beta(\varepsilon)$ , где  $\beta(\varepsilon)$  получается усреднением по всем зонным состояниям с энергией  $\varepsilon$  величин  $p_{\mathbf{p}-\mathbf{k},n'}$  из уравнения (24). Тогда фазовое пространство для поворота спина возбужденного электрона при энергии  $\varepsilon_i$  может быть определено как

$$p(\varepsilon_i) = \left[1 - \beta(\varepsilon_i)\right] \int_{E_{\mathbb{F}}}^{\varepsilon_i} \beta(\varepsilon) dn(\varepsilon). \tag{25}$$

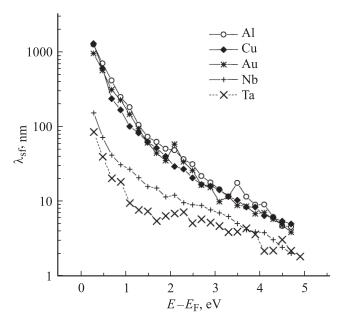
Из данного определения можно ожидать, что величина  $p(\varepsilon_i)$  играет для поворота спина роль, аналогичную роли обычного фазового пространства для угасания электронного возбуждения, т. е.  $1/\tau_{\rm sf}(\varepsilon_i) \sim p(\varepsilon_i)$ . Таким образом, можно ожидать также, что  $\tau_{\rm sf}(\varepsilon)/\tau(\varepsilon) \approx n(\varepsilon)/p(\varepsilon)$ . Расчеты величин  $n(\varepsilon)/p(\varepsilon)$ , результаты которых представлены на вставках к рис. 1-5, вполне подтверждают эту идею. Они находятся в пределах  $9.6 \pm 1.6$  для Al,  $8.7 \pm 0.5$  для Cu,  $8.0 \pm 1.0$  для Au,  $16.7 \pm 0.8$  для Nb,  $8\pm 2$  для Та в хорошем соответствии со значениями величин  $au_{\rm sf}/ au$ . Таким образом, фазовое пространство поворота спина является основным фактором, определяющим разности в скоростях релаксации спина в металлах. Величины  $au_{\rm sf}/ au$  имеют ярче выраженные вариации с энергией, чем величины  $n(\varepsilon)/\rho(\varepsilon)$ , что связано с зависимостью матричных элементов уравнения (19), определяющих время поворота спина, от энергии и направления волнового вектора.

Достойным упоминания результатом расчетов является отсутствие корреляции между усредненным по волновому вектору времени поворота спина и спинорбитальным расщеплением зонных энергий в симметричных точках зоны Бриллюэна (подобный факт был также отмечен для полупроводников GaAs, GaN в работе [3]). Подходящий пример для этого получается при сопоставлении результатов для Сu и Au. В этих металлах заметное спин-орбитальное расщепление имеется для шестикратно вырожденного в отсутствие СОВ состояния  $\Gamma_{25'}$  ниже уровня Ферми. В присутствии СОВ это состояние расщепляется на четырех- и двукратно вырожденные состояния. Наши расчеты дают величину этого расщепления, равную  $0.18\,\mathrm{eV}$  для меди и  $1.2\,\mathrm{eV}$ 

для золота. Из данных рис. 1 и 2 мы можем заключить, однако, что время поворота спина для электронных возбужденных состояний в золоте только на 15% выше, чем в меди. Это противоречие объясняется тем, что незанятые электронные состояния в меди и золоте в пределе до 5 eV выше уровня Ферми в присутствии СОВ не расщепляются.

Еще один примечательный факт заключается в том, что относительное время поворота спина  $au_{\rm sf}/ au$  в ниобии  $(\sim 18)$  значительно больше, чем в остальных металлах (6.5-8.2). Это связано со значениями матричных элементов операторов СОВ х. Для примера сравним медь и ниобий. Для р-состояний меди такой матричный элемент равен  $\langle p|\chi|p\rangle=0.14\,\mathrm{eV},$  а для d-состояний меди  $\langle d|\chi|d\rangle=0.09\,\mathrm{eV}$ . Для d-состояний ниобия имеем  $\langle d|\chi|d\rangle = 0.05\,\text{eV}$ , что в 3 раза меньше, чем для *p*-состояний меди. Поэтому смешивание спина вверх со спином вниз в низкоэнергетических свободных *d*-состояниях ниобия значительно меньше, чем смешивание в почти свободных р-состояниях меди, что и обеспечивает более низкое значение  $\tau_{\rm sf}/\tau$  в ниобии. Однако само значение времени поворота спина (см. таблицу) в ниобии меньше, чем в алюминии, меди и золоте из-за низкого значения времени жизни  $\tau$ , которое имеет место из-за высокой плотности состояний выше уровня Ферми, т.е. большего фазового пространства. Для тантала, несмотря на сходство зонной структуры тантала и ниобия, значения и  $\tau_{\rm sf}/\tau$ , и  $\tau_{\rm sf}$  значительно ниже из-за более сильного COB, для которого  $\langle d|\chi|d\rangle = 1.69 \,\text{eV}$ .

Расчеты времени жизни электронного возбуждения и времени поворота спина позволяют также оценить длину релаксации спина  $\lambda_{\rm sr}$ , которую мы определим как расстояние, проходимое электроном за время релаксации спина  $\tau_{\rm sr}$ . Из того, что время поворота спина  $\tau_{\rm sf}$  и время релаксации спина  $\tau_{\rm sr} = \tau_{\rm sf}/2$  значительно больше времени жизни, следует, что возбужденный электрон при начальной избыточной энергии  $\varepsilon$  сначала движется баллистически в течение времени жизни  $\tau$  с групповой скоростью  $v(\varepsilon)$ , а затем, потеряв избыточную энергию, продолжает двигаться со скоростью Ферми  $v_{\rm F}$ , поэтому мы имеем  $\lambda_{\rm sr}(\varepsilon) = v(\varepsilon)\tau(\varepsilon) + [\tau_{\rm sr}(\varepsilon) - \tau(\varepsilon)]v_{\rm F}$ . Вычисленные таким образом зависимости длины релаксации



**Рис. 6.** Рассчитанная длина спиновой релаксации  $\lambda_{\rm sr}$  в зависимости от избыточной энергии электрона  $E-E_{\rm F}$  для Al, Cu, Au, Nb, Ta.

спина от энергии возбужденного электрона показаны на рис. 6. В таблице мы сравниваем также наши времена и длины релаксации спина с предыдущими экспериментальными и теоретическими данными. Наши данные относятся к энергии 0.3 eV выше уровня Ферми, а также к энергии 0.9 eV, которая является типичной высотой барьеров в спин-клапанном и магнитном туннельном транзисторах. Скорости  $v(\varepsilon)$  были вычислены вдоль радиальных направлений в зоне Бриллюэна и усреднены по всем состояниям при энергии  $\varepsilon$  [30]. Приведенные литературные данные относятся к избыточной энергии, близкой к энергии теплового равновесия, и они были получены главным образом из экспериментов при 4 К и при комнатной температуре. Основным механизмом спиновой релаксации в этих условиях является релаксация по Эллиотту-Яфету с участием примесей и фононов.

Видно, что почти свободные электроны в алюминии, меди и золоте имеют очень близкие длины спиновой релаксации, а длина релаксации для ниобия ниже почти на порядок, несмотря на более низкое значение матричного элемента  $\langle d|\chi|d\rangle$ . Это можно объяснить разностями во временах жизни и скоростях. Время жизни возбуждения и время поворота электронного спина в ниобии значительно меньше из-за гораздо более высокого фазового пространства *d*-электронов. Групповая скорость *d*-электронов в ниобии также примерно в 3 раза меньше, чем скорость р-электронов в меди и золоте. В особенности короткой является длина релаксации электронов в тантале, что связано с малостью скорости, времени жизни возбуждения и времени релаксации спина. Согласно расчетам, направление поляризации спина в тантале теряется на расстоянии около 60 атомных (100)-плоскостей. Поскольку эта дистанция сопоставима с типичной толщиной пленок в спинтронных приборах, тантал вряд ли может быть эффективно использован в таких приборах. Экспериментальные данные по длине релаксации спина в тантале отсутствуют.

Из таблицы видно также, что время спиновой релаксации при 0.3 eV и тем более при 0.9 eV меньше времени релаксации из-за процессов Эллиотта-Яфета. Что касается длины релаксации, то наше расчетное значение для алюминия при 0.3 eV еще сравнимо с длиной релаксации по Эллиотту-Яфету, а для меди оно даже больше. Поэтому для возбуждений с энергией в несколько десятых eV мы еще можем ожидать сравнимых вкладов электрон-фононного, электронпримесного и неэластического электрон-электронного рассеяния в спиновую релаксацию. Но при возрастании энергии до 0.9 eV наша длина релаксации сокращается в 5—10 раз и становится значительно короче длины релаксации по Эллиотту-Яфету.

### 5. Заключение

Мы предложили метод расчета времени спиновой релаксации в металлах, основанный на методе GW с включенным спин-орбитальным взаимодействием, и применили его к Al, Cu, Ag, Au, Nb и Та. Также была предложена простая модель фазового пространства поворота спина, которая хорошо объясняет тенденции в изменении относительного времени спиновой релаксации для данных металлов. Мы нашли, что при энергии возбуждения около 1 eV время и длина спиновой релаксации в металлах с почти свободными возбужденными электронами, т.е. Al, Cu и Au, значительно длиннее, чем в *d*-электронных металлах Nb и Ta. Короткое время релаксации в переходных металлах объясняется коротким временем поворота спина, относительно малой групповой скоростью и высокой плотностью состояний вблизи уровня Ферми, поэтому можно ожидать, что все переходные металлы тяжелее, чем Nb, будут иметь малые время и длину спиновой релаксации. Расчеты демонстрируют также существенное понижение времени и длины спиновой релаксации с понижением энергии возбужденного электрона. Сопоставление наших рачетных данных с предыдущими данными по спиновой релаксации, связанной с процессами Эллиотта-Яфета, показывает, что при энергии вблизи 1 eV неэластическое электрон-электронное рассеяние в присутствии спинорбитального взаимодействия является доминирующим механизмом спиновой релаксации.

Выражаем благодарность В.И. Анисимову и А.О. Шорикову (Институт физики металлов УрО РАН) за предоставление программы LMTO + U + SO и помощь в расчетах

# Список литературы

- [1] I. Žutić, J. Fabian, S. Das Sarma. Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- [2] J. Fabian, S. Das Sarma. Phys. Rev. Lett. 83, 1211 (1999).

- [3] Z.G. Yu, S. Krishnamurthy, M. van Schilfgaarde, N. Newman. Phys. Rev. B **71**, 245 312 (2005).
- [4] P. Mavropoulos, M. Ležaić, S. Blügel. Phys. Rev. B 72, 174 428 (2005).
- [5] R. Jansen. J. Phys. D 36, R 298 (2003).
- [6] D. Connelly, C. Faulkner, P.A. Clifton, D.E. Grupp. Appl. Phys. Lett. 88, 012 105 (2006).
- [7] V.P. Zhukov, E.V. Chulkov, P.M. Echenique. Phys. Rev. B 73, 125 105 (2006).
- [8] M. Aeschlimann, M. Bauer, S. Pawlik, R. Knorren, G. Bouzerar, K.H. Bennemann. Appl. Phys. A 71, 485 (2000).
- [9] J.M. Pitarke, V.P. Zhukov, R. Keiling, E.V. Chulkov, P.M. Echenique. Chem. Phys. Chem. 5, 1284 (2004).
- [10] E.V. Chulkov, A.G. Borisov, J.P. Gauyacq, D. Sánchez-Portal, V.M. Silkin, V.P. Zhukov, P.M. Echenique. Chem. Rev. 106, 4160 (2006).
- [11] V.P. Zhukov, E.V. Chulkov, P.M. Echenique. Phys. Rev. Lett. 93, 096 401 (2004).
- [12] P. Boguslawski. Solid State Commun. 33, 389 (1980).
- [13] L. Hedin, S. Lundqvist. Solid state physics / Eds H. Ehrenreich, F. Seitz, D. Turnbull. Academic Press, N.Y. (1969). V. 23. P. 1.
- [14] W.G. Aulbur, L. Jonsson, J.W. Wilkins. Solid State Phys. 54, 1 (2000).
- [15] F. Aryasetiawan. Strong coulomb correlations in electronic structure calculations. Gordon and Beach, Singapore (2001). P. 1.
- [16] G.D. Mahan. Many-particle physics. Plenum Press, N.Y. (1990). 1032 p.
- [17] F. Aryasetiawan, K. Karlsson. Phys. Rev. B 60, 7419 (1999).
- [18] W. Greiner. Relativistic quantum mechanics. Springer, Berlin (1997). 476 p.
- [19] A.L. Fetter, J.D. Walecka. Quantum theory of many-particle systems. McGraw-Hill, N.Y. (1971). 373 p.
- [20] O.K. Andersen, O. Jepsen, M. Šob. Electronic band structure and its applications. Lecture notes in physics / Ed. M. Yussouff. Springer, Heidelberg (1987). V. 283. P. 1.
- [21] A.O. Shorikov, A.V. Lukoyanov, M.A. Korotin, V.I. Anisimov. Phys. Rev. B 72, 024458 (2005).
- [22] И.А. Нечаев, В.П. Жуков, Е.В. Чулков. ФТТ **49**, 1729 (2007).
- [23] F. Aryasetiawan, O. Gunnarsson. Phys. Rev. B 49, 16214 (1994).
- [24] M. Johnson, R.H. Silsbee. Phys. Rev. Lett. 55, 1790 (1985); Phys. Rev. B 37, 5312 (1988); 37, 5326 (1988).
- [25] D. Lubzens, S. Schultz. Phys. Rev. Lett. 36, 1104 (1976).
- [26] F.J. Jedema, A.T. Filip, B.J. van Wees. Nature 410, 345 (2001).
- [27] F.J. Jedema, M.S. Nijboer, A.T. Filip, B.J. van Wees. Phys. Rev. B 67, 085 319 (2003).
- [28] M. Johnson. Appl. Phys. Lett. 65, 1460 (1994).
- [29] V.P. Zhukov, F. Aryasetiawan, E.V. Chulkov, I.G. de Gurtubay, P.M. Echenique. Phys. Rev. B 64, 195 122 (2001).
- [30] V.P. Zhukov, F. Aryasetiawan, E.V. Chulkov, P.M. Echenique. Phys. Rev. B 65, 115 116 (2002).
- [31] V.P. Zhukov, E.V. Chulkov. J. Phys.: Cond. Metter 14, 1937 (2002).
- [32] V.P. Zhukov, E.V. Chulkov, P.M. Echenique. Phys. Rev. B 72, 155 109 (2005); 73, 125 105 (2006).
- [33] F.J. Jedema, H.B. Heersche, A.T. Filip, J.J.A. Baselmans, B.J. van Wees, Nature **416**, 713 (2002).
- [34] A.Y. Elazzabi, M.R. Freeman. Phys. Rev. Lett. 77, 3220 (1996).