1991 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 61, в. 2
1991 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 61, N 2

02; 05

ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

В. А. Арутюнов, Н. А. Кудряшов, М. Н. Стриханов, В. М. Самсонов

Рассмотрено излучение, сопровождающее поворот пучков быстрых заряженных частиц с помощью изогнутого кристалла. Впервые получены выражения для интенсивности излучения, представляющего собой интерференцию синхротронного и ондуляторного излучений в изогнутом кристалле, показано, что при $R \to \infty$ (где R — радиус изгиба кристалла) соответствующие формулы переходят в известные выражения для излучения в прямом кристалле. Рассмотрено дипольное и магнитотормозное излучение в изогнутом кристалле. Выполнены численные расчеты излучения в реалистичном потенциале изогнутых плоскостей для пучков с различными параметрами.

Введение

При повороте пучков быстрых заряженных частиц (БЗЧ) с помощью изогнутого кристалла (ИК) [1-3] возникает специфическое излучение [4], представляющее собой интерференцию синхротронного излучения [5] (движение по криволинейной траектории, определяемой радиусом изгиба кристалла R) и ондуляторного излучения при каналировании [6] (бетатронные колебания каналированных частиц). Эффективные частоты синхротронного $\omega_s = \gamma^3/R$ и ондуляторного излучений ω_m существенно зависят от релятивистского фактора частицы γ, что позволяет применять указанное излучение для идентификации быстрых частиц. С другой стороны, интенсивность синхротронного и ондуляторного излучений в кристалле также существенно зависит от γ. Для легких частиц (электронов и позитронов) излучение в кристалле во много раз превышает обычный «тормозной фон» уже при энергиях $E \gtrsim 1$ ГэВ [6, 7]. Для детектирования излучения более тяжелых частиц (π-мезонов, протонов и т. д.) необходимо, во-первых, использовать более высокие энергии частиц и, во-вторых, пространственно разделить синхротронно-ондуляторное излучение повернутой фракции пучка частиц в ИК и тормозной фон «прямого пучка». Указанные обстоятельства делают перспективным использование излучения в ИК для идентификации частиц ТэВ-ных энергий в SSC и УНК. Важной также является возможность получения с помощью ИК поляризованных пучков частиц высокой энергии [4].

Отметим кратко основные закономерности излучения БЗЧ в прямом кристалле при движении под малым углом $\theta_x \lesssim 1$ к кристаллографической плоскости [6, 7]. Характер излучения существенно зависит от величины параметра $\rho = 2\gamma^2 \langle v_x^2 \rangle$ [7], где $v_x(x, E_\perp) = \sqrt{(2/E)(E - V(x))}$ — поперечная скорость частицы; $E = \gamma M$ — полная энергия; M — масса (используется система единиц $\hbar = c = 1$); $E_\perp = E\theta_x^2/2$ — поперечная энергия; $V(x)$ — потенциал плоскостей. Излучение является дипольным в случае $\rho \lesssim 1$, который реализуется при энергиях $\gamma \ll \gamma_0 = M/V_0$ ($V_0 = \max V(x)$ — глубина потенциальной ямы). Например, для (111) плоскостей Si имеем $\gamma_0 \sim 2 \cdot 10^4$ в случае позитронов, $\gamma_0 \sim 6 \cdot 10^6$ в случае π-мезонов. В дипольном случае излучение частиц при больших углах влета $\theta_x \gg \theta_L$ (где $\theta_L = \sqrt{2U_0/pv}$ — критический угол каналирования; p, v — импульс и скорость частицы) с хорошей точностью описывается теорией когерентного тормозного излучения (КТИ) [8].

При высоких энергиях $\gamma \gg \gamma_0$ (при $\rho \gg 1$) применим магнитотормозной подход [7], тогда интенсивность излучения выражается через локальные характеристики кристалла. Качественные особенности спектрального распределения излучения при таких энергиях существенно зависят от параметра $\chi_s = \gamma U_0/M^2 a_s$ [7] (a_s — радиус экранирования атомов кристалла) и угла движения частицы к плоскости. При $\chi_s \ll 1$ и $\theta_x \ll 1/\gamma_0 (E_\perp \ll (\gamma/\gamma_0) U_0)$ максимум спектральной плотности излучения приходится на малые частоты $\omega_{\rm eff} \sim \gamma^3 W \ll E$, где $W = (1/E)(-\partial U/\partial x)$ — классическое ускорение в поле плоскостей (осей). Таким образом, в указанном случае излучение в кристалле с хорошей точностью описывается классической теорией. С ростом энергии частицы χ_s увеличивается (например, для позитронов с E=250 ГэВ, движущихся в поле плоскостей кремния $\chi_s \sim 0.25$ [4]) и доля вклада частот $\omega \sim E$ становится заметной, а при $\chi_s \gg 1$ — преобладающей [7, 18]. При этом сечение излучения более чем на порядок превосходит сечение излучения в аморфном теле, что фактически означает соответствующее сокращение радиационной длины. При движении под достаточно большими углами к плоскости $\theta_x \gg \gamma_0^{-1} \gg \theta_L$ $(E_\perp \gg (\gamma/\gamma_0) U_0)$ излучение с хорошей точностью описывается теорией КТИ.

В изогнутом кристалле удобно пучок частиц разделить на неканалированную (прямой пучок) и каналированную фракции (повернутый пучок) [1–3]. Между этими фракциями существует довольно сложная динамика обмена [9, 10]. Если ограничиться углами изгиба кристалла $\psi \gg \varepsilon_c/M \equiv \gamma_c^{-1}$ (ε_c — глубина потенциальной ямы изогнутых плоскостей), то неканалированные частицы преобладающую часть времени движутся под большими углами ($\gg \gamma_c^{-1}$) к плоскостям и излучают, как уже отмечалось, «в режиме КТИ». Указанное условие на угол изгиба легко выполнимо, так как даже для легких частиц (позитроны, электроны) в ИК кремния ($\varepsilon_c \sim 10$ эВ) имеем $\gamma_c^{-1} \sim 2 \cdot 10^{-4}$.

Каналированные частицы, как отмечалось выше, участвуют в двух движениях. Эффективные спектральные области синхротронного и ондуляторного излучения в ИК достаточно разделены $\omega_s \ll \omega_m$, если когерентная длина синхротронного излучения $l_s \sim R/\gamma$ значительно превосходит продольный период «бетатронных» осцилляций частицы λ_0 [4]. В противоположном случае $l_s \lesssim \lambda_0$ эффективные спектральные области указанных типов излучения перекрываются и разделить их представляется затруднительным [11].

Следует отметить, что в настоящее время отсутствует последовательная теория излучения БЗЧ в ИК. В частности, в работе [11] проведено прямое компьютерное моделирование излучения БЗЧ в ИК. Основным недостатком компьютерного моделирования является то, что в качестве основных расчетных формул в [11] были взяты общие формулы классической электродинамики и численное интегрирование проводилось по всей длине кристалла L, что представляется излишним, так как когерентная длина излучения и продольный период осцилляций обычно много меньше L. Следует поэтому перед численными расчетами произвести некоторое упрощение исходных формул, а также учесть квантовые аспекты излучения частиц высокой энергии.

В настоящей работе получены выражения для интенсивности излучения БЗЧ в ИК. Показано, что при $R \to \infty$ соответствующие формулы переходят в известные выражения для излучения в прямом кристалле [6, 7]. Рассмотрено дипольное и магнитотормозное излучение БЗЧ в ИК. Выполнены численные расчеты излучения в реалистичном потенциале изогнутых плоскостей для пучков с различными параметрами.

Спектрально-угловое распределение излучения в изогнутом кристалле

Спектрально-угловое распределение энергии, излучаемой ультрарелятивистской заряженной частицей со спином 1/2 и в рамках квазиклассического операторного формализма [7] определяется следующей формулой [7, 12]:

$$d\varepsilon = e^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \int dt_1 \int dt_2 \, \frac{1}{2E'^2} \left[(E^2 + E'^2)(\mathbf{v}_2 \mathbf{v}_1 - 1) + \omega^2 \gamma^{-2} \right] \exp\left[ik'^{\mu} (x_1^{\mu} - x_2^{\mu}) \right], \quad (1)$$

где $k'^{\mu}=k^{\mu}E/E'$; $k^{\mu}=(\omega, \mathbf{k})$ — 4-импульс фотона; $E'=E-\omega$ — энергия частицы после излучения; $x^{\mu}_{1,2}=(t_{1,2}, \mathbf{r}_{1,2})$; $r_{1,2}$ — координаты частицы в моменты времени $t_{1,2}$; $v_{1,2}$ — скорость частицы в соответствующий момент времени.

Рассмотрим движение частицы в ИК с постоянной кривизной ($R=\mathrm{const}$). Удобно использовать цилиндрические координаты (r, φ, z) с соответствующими ортами $\mathbf{e}_r(\varphi)$, $\mathbf{e}_\varphi(\varphi)$, $\mathbf{e}_z$. Для простоты рассматриваем движение в плоскости, перпендикулярной оси изгиба кристалла $z=0$. Рассмотрим также для определенности движение каналированной частицы в канале радиуса R_m

$$\mathbf{r}(t)=[R_m+x(t)]\,\mathbf{e}_r(\varphi(t)), \tag{2}$$

$$v(t)=\dot{\mathbf{r}}(t)\approx R_m\dot{\varphi}\mathbf{e}_\varphi(\varphi(t))+v_x\mathbf{e}_r(\varphi(t)), \tag{3}$$

где $v_x=\dot{x}$ — поперечная (радиальная) скорость, мы использовали соотношения $d\mathbf{e}_r/d\varphi=\mathbf{e}_\varphi$, $x\ll R_m$.

Из (3) получаем выражения для угловой скорости вращения частицы и угла поворота (здесь и ниже опускаем индекс $R_m\to R$)

$$\dot{\varphi}\approx\frac{1}{R}\left(v-\frac{v_x^2}{2}\right)\approx\frac{1}{R}\left[V-\frac{1}{2}(v_x^2-\langle v_x^2\rangle)\right],$$

$$\varphi\approx\frac{1}{R}[Vt-\Delta(t)],$$

где мы использовали неравенство $v_x\ll v$ и ввели следующие обозначения [7]:

$$V=\frac{1}{T}\int_0^T dt\sqrt{v^2-v_x^2}\approx v-\frac{1}{2}\langle v_x^2\rangle$$

— средняя продольная скорость, $\langle v_x^2\rangle=(1/T)\int_0^T dt v_x^2(t)$ — средний квадрат поперечной скорости; $\Delta(t)=\Omega_0\int_0^t d\xi\,[v_x^2(\xi)-\langle v_x^2\rangle]$ [7], T — период колебаний, $\Omega_0=2\pi/T$ — частота колебаний.

Следуя подходу Ландау—Померанчука [12], перейдем в (1) к переменным $t=(t_1+t_2)/2$; $\tau=t_2-t_1$. Учитывая то, что когерентная длина рассматриваемого излучения ультрарелятивистских частиц много меньше R, проведем в формулах (2), (3) разложения с необходимой точностью

$$e_r\left(\varphi\left(t\pm\frac{\tau}{2}\right)\right)\approx\mathbf{e}_r\pm\frac{\tau}{2}\frac{V}{R}\mathbf{e}_\varphi-\frac{\Delta\left(t\pm\frac{\tau}{2}\right)}{2\Omega_0R}\mathbf{e}_\varphi-\frac{\tau^2}{8}\left(\frac{V}{R}\right)^2e_r\mp\frac{\tau^3}{48}\left(\frac{V}{R}\right)^3e_\varphi+\ldots,$$

$$e_\varphi\left(\varphi\left(t\pm\frac{\tau}{2}\right)\right)\approx e_\varphi\mp\frac{\tau}{2}\frac{V}{R}\mathbf{e}_r+\frac{\Delta\left(t\pm\frac{\tau}{2}\right)}{2\Omega_0R}e_r-\frac{\tau^2}{8}\left(\frac{V}{R}\right)^2e_\varphi+\ldots. \tag{4}$$

В правых частях (4) $\mathbf{e}_{r,\varphi}\equiv\mathbf{e}_{r,\varphi}(Vt/R)$. Используя (4), получим из (1)

$$dE(\mathbf{n},\omega)=e^2\frac{d^3k}{(2\pi)^2}(1+u)\int dt\int d\tau\left\{-\gamma^{-2}+\left[1+\frac{u^2}{2(1+u)}\right]\times\right.$$
$$\times\left[-\frac{\tau^2}{2R^2}+v_{x_2}v_{x_1}-\frac{1}{2}\left(v_{x_2}^2+v_{x_1}^2\right)\right]\exp\left\{(-i\omega')\left[\tau(1-\mathbf{n}\mathbf{V})+\frac{\tau^3}{24R^2}\right]\right\}\times$$
$$\left.\times\exp\left\{(-i\omega')\left[\alpha_+(\tau)x_2-\frac{\Delta_2}{2\Omega_0}-\alpha_-(\tau)x_1+\frac{\Delta_1}{2\Omega_0}\right]\right\}\right., \tag{5}$$

где $\mathbf{n}=\mathbf{k}/\omega$ — направление излучения; $u=\omega/E-\omega$; $v_{x_{1,2}}\equiv v_x(t_{1,2})$; $\mathbf{V}\equiv V\mathbf{e}_\varphi$; $\alpha_\pm=ne_r\pm(ne_\varphi)\tau/2R$; $x_{1,2}\equiv x(t_{1,2})$; $\Delta_{1,2}\equiv\Delta(t_{1,2})$.

Используя периодичность функций $x(t)$, $v_x(t)$, $\Delta(t)$ и считая продольный период осцилляций частицы в канале $\lambda_0\approx vT$ достаточно малым $\lambda_0\ll R$, получим из (5) с хорошей точностью для интенсивности излучения следующую формулу:

$$dI(\mathbf{n},\ \omega)=e^2\frac{d^3k}{(2\pi)^2}(1+u)\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}d\tau\exp\left\{(-i\omega')\left[\tau(1-\mathbf{nV})-\frac{\Omega_0 m}{\omega'}+\frac{\tau^3}{24R^2}\right]\right\}\times\right.$$
$$\times\left\{-\left[\gamma^{-2}+\frac{\tau^2}{2R^2}\left(1+\frac{u^2}{2(1+u)}\right)\right]f_{+m}^{(0)*}(\tau)f_{-m}^{(0)}(\tau)+\left(1+\frac{u^2}{2(1+u)}\right)\left[f_{+m}^{(1)*}(\tau)f_{-m}^{(1)}(\tau)-\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.-\frac{1}{2}\left(f_{+m}^{(2)*}(\tau)f_{-m}^{(0)}(\tau)+f_{+m}^{(0)*}(\tau)f_{-m}^{(2)}(\tau)\right)\right]\right\}\right\},\tag{6}$$

где

$$f_{\pm m}^{(l)}(\tau)=\Omega_0\int_0^T dt\,[v_x(t)]^l\exp\left\{i\Omega_0 m-\omega'\alpha_\pm(\tau)x(t)+\frac{\omega'\Delta(t)}{2\Omega_0}\right\}.\tag{7}$$

Формула (6) совпадает при $x(t)=0$, $u\ll 1$ с известным выражением для синхротронного излучения при движении УЗЧ по окружности [7, 12]. С другой стороны, при $R\to\infty$ формула (6) совпадает с соответствующей формулой для излучения в прямом кристалле [7]. В отличие от прямого кристалла [6, 7], где в силу законов сохранения продольного к плоскости импульса и энергии суммирование производится лишь по $m\geqslant 1$, в ИК суммирование в формуле (6) осуществляется по $m\leqslant 0$.

Заметим в заключение, что, проделав аналогичные выкладки, нетрудно убедиться, что при условии $\lambda_0\ll R$ (λ_0 — продольный период движения) формула (6) справедлива и для неканалированных частиц.

Дипольное и магнитотормозное излучение в изогнутом кристалле

Рассмотрим сначала дипольный случай $\rho\ll 1$, реализующийся при энергиях $\gamma\ll\gamma_c$.[1] Производя соответствующие разложения в экспонентах (7) и подставляя в (6), получим

$$dI(\mathbf{n},\ \omega)=dI_s+\sum_{m\neq 0}dI_m.\tag{8}$$

Здесь

$$dI_s(\mathbf{n},\ \omega)=e^2\frac{d^3k}{(2\pi)^2}4\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{(1-\mathbf{nV})^{1/2}}{W_c}[4(1-\mathbf{nV})-\gamma^{-2}]\times$$
$$\times K_{1/3}\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}(1-\mathbf{nV})^{3/2}\frac{\omega}{W_c}\right)\tag{9}$$

— интенсивность синхротронного излучения [7, 5], $W_c=1/R$ — центростремительное ускорение, $K_\nu(z)$ — функция Макдональда, dI_m — интенсивность m-й гармоники ондуляторного излучения

$$dI_m(n,\ \omega)=e^2\frac{d^3k}{\pi}\omega\gamma^{-4}\frac{|W_m|^2}{(\Omega_0\cdot m)^4}\varkappa_s^{-2/3}\left\{Ai'(z_m)+Ai(z_m)\times\right.$$
$$\left.\times\left[4z_m^2+z_m\varkappa_s^{-2/3}(2\gamma^2(\mathbf{n}\mathbf{e}_r)^2-1)+\varkappa_s^{-4/3}\left(\frac{\varkappa_m^{-2}}{4}-\gamma^2(\mathbf{n}\mathbf{e}_r)^2\right)\right]\right\},\tag{10}$$

где

$$W_m=\frac{1}{T}\int_0^T dt\exp(i\Omega_0\cdot m\cdot t)\left(-\frac{1}{E}\frac{\partial U_{\text{eff}}}{\partial x}\right)=\frac{w_m}{\gamma\gamma_c},$$

$$w_m=\frac{1}{\varkappa(y)}\int_{s_1}^{s_2}\frac{ds}{\sqrt{y-u_{\text{eff}}(s)}}\left(-\frac{\partial U_{\text{eff}}}{\partial s}\right)\exp\left[i\frac{2\pi m}{\varkappa(y)}\int_{s_1}^{s}\frac{dv}{\sqrt{y-u_{\text{eff}}(v)}}\right]$$

---

[1] Заметим, что в дипольном случае эффективные частицы излучения $\omega_{eff}\ll E$ и результаты (6) при $u\ll 1$ и (8)—(10) могут быть получены с помощью классической электродинамики, что расширяет их применимость и на частицы со спином, не равным 1/2.

— Фурье-компонента ускорения частицы, $u_{\text{eff}} = U_{\text{eff}}/\varepsilon_c = [U(x) - pvx/R]/\varepsilon_c$, $s = x/d$, d — межплоскостное расстояние, $s_{1,2}$ — точки поворота, $y = E_\perp/\varepsilon_c$, $\varkappa(y) = \int\limits_{s_1}^{s_2} ds/\sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}$ — «безразмерный» полупериод колебаний $\Big($для неканалированных частиц $\varkappa(y) = \int\limits_0^1 ds/\sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}$ — период движения$\Big)$.

В формуле (3.3) $Ai(z)$, $Ai'(z)$ — функция Эйри и ее производная; $z_m = \varkappa_s^{2/3}[2\gamma^2(1 - \mathbf{nV}) - \varkappa_m^{-1}]$; $\varkappa_s = \omega/\omega_s$; $\varkappa_m = \omega/\omega_m$; $\omega_s = \gamma^3/R$ — характерная частота синхротронного излучения; $\omega_m = 2\gamma^2 m\Omega_0 = m \cdot \omega_0$ — характерная частота излучения m-й гармоники ондуляторного излучения; $\omega_0 = 2^{5/2}\pi\gamma^{3/2}/[2\gamma_c^{1/2}\varkappa(y)\,d]$ (для неканалированных частиц $\omega_m = 2m\omega_0$).

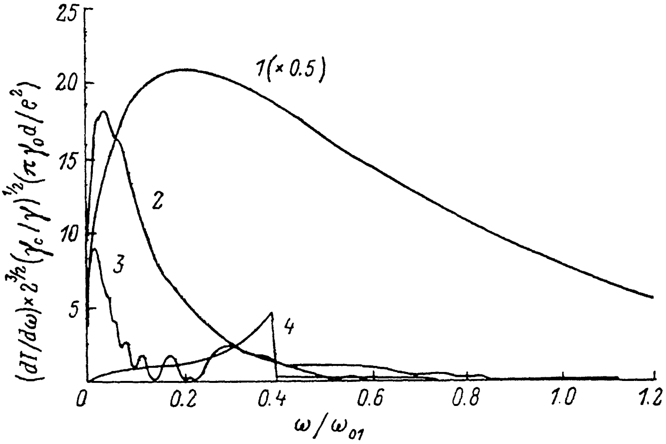

Рис. 1. Спектральное распределение дипольного излучения (формула (11)) в поле (111) плоскостей ИК кремния.

$\omega_{01} = 2^{5/2}\pi\gamma^{3/2}/\gamma_c^{1/2}\,d$, $\gamma/\gamma_c = 0.1$, $E_\perp/\varepsilon_c = 0.5$; $R/R_c = 2$ (*1*), 5 (*2*), 10 (*3*), $4 \cdot 10^3$ (*4*).

Интегрируя (8)—(10) по углам излучения, получим спектральное распределение излучения

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi d\gamma_0}\left\{\frac{B}{\sqrt{3}}\frac{R_c}{R}\varkappa_s\int\limits_{\frac{2}{3}\varkappa_s}^{\infty} K_{5/3}(\xi)\,d\xi + 2^{-3/2}\left(\frac{\gamma}{\gamma_c}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_c}{U_0}\sum_{m\neq 0}\varkappa(y)\,\varkappa_0\frac{|w_m|^2}{m^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\left(1 - 2\frac{\varkappa_0}{m} + 2\frac{\varkappa_0^2}{m^2}\right)Ai_1(\xi_m) + 4\varkappa_s^{-2/3}\frac{\varkappa_0}{m}\left(1 - \frac{\varkappa_0}{m}\right)Ai'(\xi_m) + 16\varkappa_s^{-4/3}\frac{\varkappa_0^2}{m^2}Ai(\xi_m)\right]\right\}, \quad (11)$$

где $\gamma_0 = M/U_0$, $B = |\nabla U_{\max}|\,d/U_0$, $\nabla U_{\max}$ — максимальный градиент межплоскостного потенциала в прямом кристалле, $R_c = \gamma M/|\nabla U_{\max}|$ — критический радиус Цыганова [1, 13], $\varkappa_0 = \omega/\omega_0$, $\zeta_m = \varkappa_s^{2/3}(1 - m/\varkappa_0)$, $Ai_1(z) = \int\limits_z^\infty Ai(\xi)\,d\xi$.

Первое слагаемое в фигурных скобках (11) описывает «чистое» синхротронное излучение, в то время как второе слагаемое отвечает ондуляторному излучению.

На рис. 1, 2 приведены результаты численных расчетов спектрального распределения излучения положительно заряженных частиц по формуле (11) в поле изогнутых (111) плоскостей Si ($B \approx 0.72$) в случае $\gamma = \gamma_c = 0.1$; $E_\perp = \varepsilon_c/2$ для различных радиусов изгиба кристалла $R/R_c = 2$ (рис. 1, кривая *1*); $R/R_c = 5$ (кривая *2*); $R/R_c = 10$ (кривая *3*), $R/R_c = 20$ (рис. 2, кривая *1*); $R/R_c = 4 \cdot 10^3$ (рис. 1, кривая *4*; рис. 2, кривая *2*). Межплоскостной потенциал вычислялся «методом Фурье-синтеза» компонент по обратным векторам решетки [14], атомные формфакторы были взяты из [17]. Спектр излучения в сильноизогнутом кристалле (рис. 1, кривая *1*) с хорошей точностью совпадает со спектром синхротронного излучения (ондуляторная часть излучения мала). При увеличении радиуса изгиба синхротронная часть излучения уменьшается, а ондуляторная часть становится более заметной (кривая *2*), при дальнейшем росте R/R_c синхротронная и ондуляторная части излучения становятся сравнимыми по амплитуде, заметны характерные осцилляции в спектре (кривая *3*). При больших значениях R/R_c преобладает ондуляторная часть излучения, период осцилляций уменьшается (рис. 2, кривая *1*), в пределе $R/R_c \to \infty$ спектр излучения переходит в известный спектр дипольного излучения в прямом кристалле (рис. 1, кривая *4*; рис. 2, кривая *2*).

Для отношения характерных частот синхротронного и ондуляторного излучения в ИК имеем следующую оценку:

$$\frac{\omega_s}{\omega_0} = \frac{2^{3/2}\pi}{\varkappa(y)} B \cdot \frac{R}{R_c} \cdot \left(\frac{\gamma_c}{\gamma}\right)^{1/2} \frac{U_0}{\varepsilon_c}. \tag{12}$$

Отсюда для рассматривавшегося ИК кремния имеем обычно $\omega_0 > \omega_s$, т. е. эффективные спектральные области синхротронного и ондуляторного излучений несколько «разнесены».

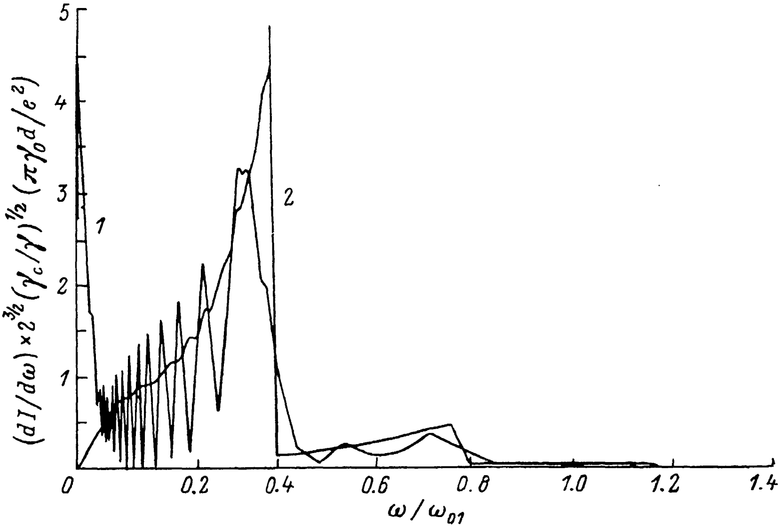

Рис. 2. То же, что на рис. 1.
$R/R_c=20$ (*1*), $4\cdot10^3$ (*2*).

Приведем асимптотические выражения для спектра ондуляторного излучения при условии $\omega_s \ll \omega_0$. В этом случае в формуле (11) можно считать $|\xi_m| \gg 1$. Поведение m-й гармоники ($m > 0$) ондуляторного излучения $dI_m/d\omega$ существенно зависит от соотношения между ω и $\omega_m = m\omega_0$. При $\omega < \omega_m$ ($m/\varkappa_0 > 1$, $\xi_m < 0$), подставляя асимптотические разложения функций $Ai_1(\xi_m)$, $Ai(\xi_m)$, $Ai'(\xi_m)$ [16] в формулу (11), получим

$$\frac{dI_{m>0}}{d\omega} \approx \frac{e^2}{\pi d} \frac{\gamma^{1/2}}{(2\gamma_0)^{3/2}} \varkappa(y)\, \varkappa_m^{3/2} \frac{|w_m|^2}{m^2} \Bigg\{(1 - 2\varkappa_m + 2\varkappa_m^2) - $$
$$- \left(\frac{\omega_s}{\pi m\omega_0}\right)^{1/2} \frac{[5(1-\varkappa_m)^2 + \varkappa_m^2]}{(1-\varkappa_m)^{3/4}} \cos\left[\frac{2}{3}\left(\frac{m\omega_0}{\omega_s}\right)\frac{(1-\varkappa_m)^{3/2}}{\varkappa_m^{1/2}} + \frac{\pi}{4}\right]\Bigg\}, \tag{13}$$

где первое слагаемое в фигурных скобках соответствует m-й гармоники дипольного излучения в прямом кристалле ($R/R_c \to \infty$) [6], а второе слагаемое является осциллирующей добавкой.

При $\omega > \omega_m$ ($m/\varkappa_0 < 1$, $\xi_m > 0$) спектр m-й гармоники экспоненциально затухает

$$\frac{dI_m}{d\omega} \approx \frac{e^2}{2^{5/2} d} \frac{\gamma^{1/2}\varkappa(y)\, \varkappa_m^{5/4}}{(\pi\gamma_c)^{3/2} m^2} \frac{[5(\varkappa_m - 1)^2 + \varkappa_m^2]}{(\varkappa_m - 1)^{3/4}} \exp\left[-\frac{2}{3}\left(\frac{m\omega_0}{\omega_s}\right)\frac{(\varkappa_m-1)^{3/2}}{\varkappa_m^{1/2}}\right], \tag{14}$$

т. е. при $R/R_c \to \infty$ спектр излучений m-й гармоники дипольного излучения «обрывается» при $\omega = \omega_m$ [6]. Спектр излучения «отрицательных гармоник» ($m < 0$) при $\omega_s \ll |m| \omega_0$ дается формулой (14), т. е. экспоненциально затухает во всей области частот.

Для вычисления полной интенсивности излучения проще всего поступить следующим образом. Из классической теории излучения [5-7] следует, что локальная интенсивность излучения (проинтегрированная по частотам) в поле $U(x)$ равна $I(x) = 2e^2\gamma^2 [\nabla U(x)]^2/3M^2$. Усредняя по периоду колебаний, получим полную интенсивность излучения каналированной частицы с поперечной энергией $E_\perp = y\varepsilon_c$

$$I(E_\perp) = \frac{1}{\varkappa(y)} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{\sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}} \frac{2}{3} \frac{e^2\gamma^2\varepsilon_c^2}{d^2M^2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial s}\right)^2 = I_s + I_u, \tag{15}$$

где $I_s = (2/3)(e^2\gamma^4/R^2)$ — полная интенсивность синхротронного излучения, $u_1(s) \equiv U(x)/U_0$,

$$I_u = \frac{2}{3} \frac{e^2\varepsilon_c^2}{M^2d^2} \frac{1}{\varkappa(y)} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{\sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}} \left(\frac{\partial u_{\text{eff}}}{\partial s}\right)^2 \tag{16}$$

— интенсивность ондуляторного излучения в эффективном потенциале ИК.

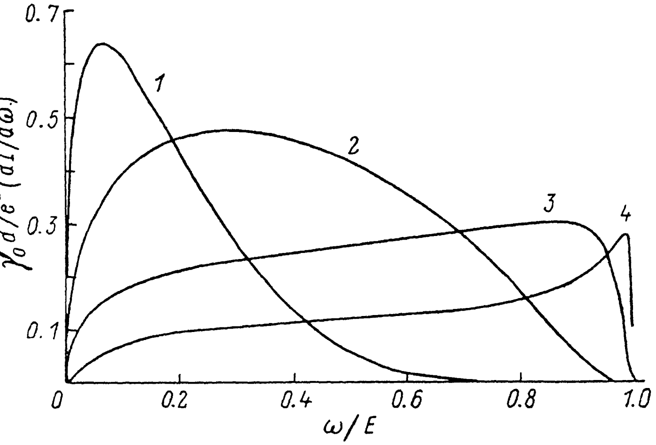

Рис. 3. Спектральное распределение магнитотормозного излучения (формула (17)) в поле (111) плоскостей ИК кремния.

$R/R_c = 10$, $E_\perp/\varepsilon_c = 0.5$.

Разумеется, результат (15), (16) может быть получен из формулы (10) интегрированием по частотам. Таким образом, имеем по порядку величины $I_s/I_u \sim B^2 (R_c/R)^2 (U_0/\varepsilon_c)^2$.

Рассмотрим теперь противоположный недипольный случай $\rho \gg 1$, реализующийся в основном ($E_\perp \gtrsim \varepsilon_c$) при энергиях $\gamma \gg \gamma_c$. При этом фаза в интегралах (7) велика и можно использовать методы асимптотического интегрирования. Основной вклад в излучение дают при этом гармоники с большими $m_{\text{eff}} \sim \rho^{3/2} \gg 1$, излучение носит магнитотормозной характер и определяется локальными характеристиками кристалла (напряженностью поля) [7]. Проще, однако, исходить из общей формулы (1), с помощью которой после необходимых разложений получаем для усредненной по периоду движения интенсивности излучения следующую формулу [7]:

$$dI = \frac{e^2M^2}{\pi\sqrt{3}} \frac{u\,du}{(1+u)^3} \frac{1}{\varkappa(y)} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{\sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}} \left[\int_{\frac{2}{3}\frac{u}{\chi}}^{\infty} K_{5/3}(\xi)\,d\xi + \frac{u^2}{(1+u)} K_{2/3}\left(\frac{2}{3}\frac{u}{\chi}\right) \right], \tag{17}$$

где $\chi = \gamma\, |\partial U/\partial x|\, /M^2 = \chi_0\, |\partial u_1/\partial s|$; $\chi_0 = \gamma U_0/M^2 d$.

На рис. 3 представлены результаты численных расчетов спектральных распределений излучения ультрарелятивистских позитронов в поле изогнутых к (111) плоскостей Si при $R/R_c=10$; $E_\perp=\varepsilon_c/2$ для различных значений параметра χ_0: $\chi_0=0.06$ (чему соответствует значение $\gamma=10^6$) (кривая *1*), $\chi_0=0.6$ (кривая *2*), 6 (кривая *3*), 60 (кривая *4*). Видно, как уже отмечалось, что при малых χ_0 максимум спектра приходится на малые частоты $\omega_{\text{eff}} \ll E$, при росте χ_0 эффективные значения $\omega_{\text{eff}} \sim E$, а при больших $\chi_0 \gg 1$ имеется характерный максимум на конце спектра (см., например, [18]).

Заметим, что интенсивность излучения частиц повернутой части пучка (11), (17) существенно зависит от поперечной энергии частиц. Многократное рассеяние заряженных частиц в кристалле, как известно, приводит к эволюции с глубиной функции распределения по поперечным энергиям [9–10]. Ограничиваясь случаем не очень высоких энергий $\chi \ll 1$, когда потери энергии реализуются «малыми порциями», можно получить для функции распределения каналированных частиц $\varphi(t, E_\perp, \Delta)$ кинетическое уравнение, аналогичное уравнению, описывающему ионизационные потери в кристалле [19],

$$\frac{\partial\varphi(t,\ E_\perp,\ \Delta)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial E_\perp}\left[TD\frac{\partial}{\partial E_\perp}\left(\frac{\varphi}{T}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial E_\perp}(A\varphi)+\int d\omega w(E_\perp,\ \omega)\left[\varphi|_{\Delta-\omega}-\varphi|_\Delta\right], \tag{18}$$

где $\Delta=E-E'$ — потери энергии;

$$D=\frac{p^2v}{4}\left\langle v_x^2\frac{\Delta\theta^2(x)}{\Delta s}\right\rangle$$

— коэффициент диффузии в пространстве поперечной энергии вследствие МР; $\Delta\theta^2(x)/\Delta s$ — средний квадрат угла МР, равный сумме вкладов от рассеяния на колеблющихся ядрах и электронах кристалла; $A=(2/pv)<I(x)\times$ $\times[E_\perp-U_{\text{eff}}(x)]>$ — коэффициент, описывающий дрейф $E_\perp\to 0$; $\langle\ldots\rangle=$ $=(1/T)\int dx/v_x(\ldots)$ означает усреднение по периоду осцилляций; $w(E_\perp,\ \omega)=$ $=(1/\omega)(dI/d\omega)$ — соответствующая вероятность излучения.

Аналогичное уравнение можно получить для функции распределения неканалированных частиц [9, 19].

Список литературы

[1] *Водопьянов А. С., Головатюк В. М., Елишев А. Ф.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. Вып. 8. С. 474—477.
[2] *Андреев В. А., Баублис В. В., Дамаскинский Е. А.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. Вып. 9. С. 340—343.
[3] *Сумбаев О. И.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2067—2077.
[4] *Bashtakov Yu. A.* // Rad. Eff. 1981. Vol. 56. P. 55—58.
[5] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.
[6] *Kumakhov M. A.* // Phys. Lett. 1976. Vol. A57. P. 17—19.
[7] *Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.* Электромагнитные процессы при высоких энергиях в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука, 1989.
[8] *Тер-Микаелян М. Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, 1969.
[9] *Кудряшов Н. А., Петровский С. В., Стриханов М. Н.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 4. С. 68—73.
[10] *Белошицкий В. В., Старостин В. А.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 8. С. 722—726.
[11] *Taratin A. M., Vorobiev S. A.* // Nucl. Instr. Meth. 1988. Vol. B31. P. 551—554. 1989. Vol. B42. P. 41—44.
[12] *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
[13] *Каплин В. В., Воробьев С. А.* // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4. Вып. 4. С. 196—199.
[14] *Каган Ю., Кононец Ю. В.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. Вып. 1. С. 226—244.
[15] *Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф.* // УФН. 1982. Т. 137. № 5. С. 561—602.
[16] *Рыжик И. М., Градштейн И. С.* Таблицы сумм, интегралов и рядов. М.: Наука, 1974.
[17] *Doyle P. A., Turner P. S.* // Acta Crystallogr. 1968. Vol. A34. P. 394—397.
[18] *Belcacem A., Bologna G., Chevallier M.* et al. // Phys. Lett. 1988. Vol. B 206. P. 561—566.
[19] *Арутюнов В. А., Кудряшов Н. А., Стриханов М. Н.* // Ядерная физика. 1989. Т. 50. № 8. С. 330—334.

Московский
инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию
12 октября 1989 г.
В окончательной редакции
20 марта 1990 г.