

02

© 1991 г.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗОГНУТЫХ КАПИЛЛАРAX

M. H. Оруджалиев, B. A. Бушуев

Предложен метод расчета траектории рентгеновских лучей и коэффициента пропускания равномерно изогнутых цилиндрических рентгеноводов, основанных на явлении многократного полного внешнего отражения в тонких капиллярах. Проанализирована зависимость коэффициента пропускания рентгеновода от его длины, внутреннего диаметра, угла поворота пучка, угловой апертуры и среднеквадратичной высоты шероховатостей поверхности. Показано, что с использованием стеклянных капилляров с длиной порядка метра и диаметром ~ 0.2 мм возможен поворот пучков жесткого рентгеновского излучения на несколько градусов с коэффициентом пропускания на уровне десятков процентов.

Введение

В последнее время значительно возрос интерес к исследованиям по созданию оптических систем, позволяющих получать рентгеновское изображение изучаемого объекта, изменять пространственную ориентацию и угловую расходимость рентгеновского излучения, концентрировать энергию рентгеновских пучков [1, 2]. Актуальность появления новых рентгенооптических элементов обусловлена дальнейшим развитием рентгеновской микроскопии и астрономии, диагностики рентгеновского излучения плазмы, субмикронной рентгеновской литографии и необходимостью создания мощных источников рентгеновского излучения.

Управление рентгеновскими пучками возможно с помощью дифракционных и интерференционных элементов (изогнутые кристаллы, многослойные зеркала, зонные и фазовые пластинки и решетки) [1], а также элементов оптики скользящего падения, основанных на явлении полного внешнего отражения (ПВО) [1, 2].

В экспериментах [2–8] было обнаружено, что рентгеновские лучи могут проходить по прямым и изогнутым полым трубкам, испытывая многократные ПВО от внутренних стенок. Использовались стеклянные трубы длиной ~ 0.1 – 1.7 м с внутренним диаметром ~ 0.2 – 9 мм. Исследовалась зависимость выходной мощности от энергии квантов, длины волновода, положения источника и радиуса изгиба. Показано, что за счет применения волновода плотность излучения вдали от источника повышается в десятки раз [3, 8, 9].

Помимо изогнутых трубок поворот рентгеновского излучения может осуществляться также с помощью вогнутых цилиндрических зеркал с многократными отражениями в режиме скользящих (шепчущих) мод [10]. Теоретически [10–18] и экспериментально [14] исследована возможность поворота мягкого и жесткого рентгеновского излучения на 5 – 15° , что значительно превышает критический угол ПВО $\vartheta_c = \sqrt{|\chi_r|}$, где χ_r — действительная часть рентгеновской поляризуемости материала стенок зеркала.

В работе [15] показана принципиальная возможность транспортировки расходящегося рентгеновского пучка с помощью изогнутого волновода на основе двух цилиндрических зеркал, разделенных некоторым промежутком, с изменением направления распространения излучения на углы порядка 5 – 10° с эффективностью пропускания на уровне ~ 10 – 30% .

Рентгеновская линза на основе пучка из нескольких тысяч тонких стеклянных капилляров, позволяющая на три порядка увеличить плотность мощности в фокусном пятне, реализована в работах [2, 16]. Оценки показывают [2, 17], что капиллярные системы могут использоваться для сбора широкорасходящегося излучения обычных рентгеновских трубок и преобразования его в почти параллельный пучок с расходимостью $\sim \theta$, или фокусировки в пятно с диаметром $\sim 10^{-4}$ см. При этом интенсивность и плотность мощности на выходе системы могут быть сравнимы или значительно превышать интенсивность рентгеновского излучения синхротронных источников.

Одной из важнейших характеристик рентгенооптических элементов на основе явления ПВО является коэффициент пропускания, т. е. отношение мощности излучения на выходе волновода к мощности излучения в пределах входной апертуры волновода. К настоящему времени развиты методы расчета коэффициентов пропускания прямых трубок с источником на их оси [1, 9], вогнутых зеркал [10–12], а также волноводов, образованных двумя цилиндрически изогнутыми зеркалами [15]. В последнем случае учтены как скользящие отражения от вогнутого зеркала, так и многократные поочередные отражения от обоих зеркал.

Следует отметить, что методы расчета коэффициента пропускания изогнутых цилиндрических рентгеноводов (трубок и капилляров) до сих пор отсутствуют. Рассмотрение осложняется тем, что в отличие от прямого волновода и цилиндрического зеркала в изогнутой трубке излучение распространяется в общем случае по винтообразным траекториям, навивающимся на ось волновода. При этом углы скольжения по отношению к внутренней поверхности меняются после каждого отражения, что затрудняет расчет коэффициента пропускания такого волновода.

В настоящей работе предложена процедура расчета траектории лучей и коэффициента пропускания равномерно изогнутых капиллярных рентгеноводов, а также проведен анализ зависимости коэффициента пропускания от длины и диаметра волновода, угла поворота рентгеновского пучка, расходимости излучения на входе в капилляр и высоты шероховатостей внутренней поверхности.

1. Траектория лучей и коэффициент пропускания

Рассмотрим распространение рентгеновского излучения по изогнутому капилляру с длиной L , диаметром $2r$ и радиусом изгиба R . Излучение падает на входной торец рентгеновода от точечного источника S_0 , в общем случае не лежащего на оси волновода (рис. 1).

Равномерно изогнутый цилиндрический волновод можно рассматривать как часть тора, образованного при вращении окружности радиуса r , описываемой уравнением $(z-R)^2+y^2=r^2$, вокруг оси Oy . Уравнение внутренней поверхности капилляра имеет следующий вид:

$$(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(x^2 + z^2) = 0. \quad (1)$$

Угол поворота пучка Ψ в плоскости $y=0$ связан с длиной волновода простым соотношением $\Psi=L/R$.

Уравнение какого-либо произвольного рентгеновского луча e_0 , выходящего из источника S_0 , есть уравнение прямой, проходящей через точку $S_0(x_0, y_0, z_0)$, лежащую на фокусе рентгеновской трубы, и точку $S_\alpha(0, y_\alpha, z_\alpha)$ пересечения этого луча с входным торцом капилляра,

$$\frac{x - x_0}{\gamma_x} = \frac{y - y_0}{\gamma_y} = \frac{z - z_0}{\gamma_z} = q, \quad (2)$$

где $\gamma_\alpha = (\alpha_\alpha - \alpha_0)/q_0$ — направляющие косинусы луча e_0 (здесь и далее $\alpha=x, y, z$), q_0 — расстояние от источника S_0 до точки пересечения S_α , равное

$$q_0 = [(x_\alpha - x_0)^2 + (y_\alpha - y_0)^2 + (z_\alpha - z_0)^2]^{1/2}.$$

Используемое нами приближение геометрической оптики справедливо при условии $\lambda/r \ll \theta_c$. Если $\lambda \sim 1 \text{ \AA}$ и $\theta_c \sim 10'$, то отсюда следует ограничение на возможные значения радиуса капилляра $r \geq 0.3 \text{ мкм}$.

Совместное решение уравнений тора (1) и луча (2) дает следующее уравнение четвертой степени относительно параметра q :

$$A_4 q^4 + A_3 q^3 + A_2 q^2 + A_1 q + A_0 = 0, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= 1, \quad A_3 = 4B, \quad A_2 = 2[C + 2B^2 - 2R^2(1 - \gamma_y^2)], \\ A_1 &= 4B(C - 2R^2) + 8R^2y_0\gamma_y, \quad A_0 = C^2 - 4R^2(x_0^2 + z_0^2), \\ B &= x_0\gamma_x + y_0\gamma_y + z_0\gamma_z, \quad C = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + R^2 - r^2. \end{aligned}$$

В общем случае уравнение (3) имеет четыре корня. Наиболее приемлемым путем их нахождения являются численные расчеты по стандартным программам на ЭВМ. Из физических соображений ясно, что в области $z > 0, x \geq 0$ имеется единственное решение, составление алгоритма отбора которого не представляет труда, поскольку величина q действительная, положительная и минимальная среди остальных решений. Определив из (3) ве-

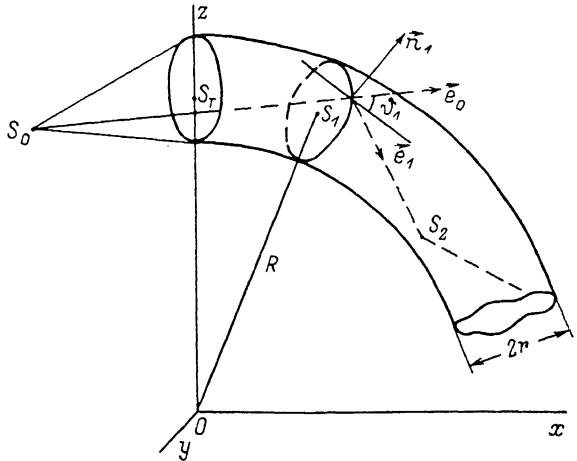


Рис. 1. Геометрия распространения рентгеновских лучей по равномерно изогнутому цилиндрическому волноводу.

S_0 — источник; S_1 — точка пересечения произвольного луча e_0 с входным торцом; S_1, S_2 и т. д. — точки последовательных отражений рентгеновского луча от внутренней поверхности волновода.

личину q (расстояние S_0S_1), можно найти координаты первой точки пересечения S_1 луча e_0 с внутренней поверхностью капилляра

$$\alpha_1 = \alpha_0 + q\gamma_\alpha. \quad (4)$$

Теперь необходимо определить направление распространения луча e_1 после первого отражения луча e_0 . Для этого вначале найдем единичный вектор n_1 внешней нормали к поверхности рентгеновода в точке пересечения $S_1(x_1, y_1, z_1)$.

Представим координаты тора в малой окрестности точки S_1 (4) в виде

$$x = x_1 + \Delta x, \quad y = y_1 + \Delta y, \quad z = z_1 + \Delta z, \quad (5)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ — малые отклонения координат поверхности тора.

Подставляя (5) в уравнение тора (1) и пренебрегая членами третьего и т. д. порядков по малым отклонениям, получим следующее уравнение поверхности капилляра в окрестности точки S_1 :

$$\begin{aligned} F &= (x_1^2 - R^2 + Q)\Delta x^2 + (y_1^2 + Q)\Delta y^2 + (z_1^2 - R^2 + Q)\Delta z^2 + \\ &\quad + 2x_1y_1\Delta x\Delta y + 2x_1z_1\Delta x\Delta z + 2y_1z_1\Delta y\Delta z + \\ &\quad + 2(Q - R^2)x_1\Delta x + 2Qy_1\Delta y + 2(Q - R^2)z_1\Delta z = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $Q = R\sqrt{x_1^2 + z_1^2}$.

Уравнение касательной плоскости к поверхности второго порядка $F(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ (6) в точке S_1

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \Delta x}\right)_{S_1} \Delta x + \left(\frac{\partial F}{\partial \Delta y}\right)_{S_1} \Delta y + \left(\frac{\partial F}{\partial \Delta z}\right)_{S_1} \Delta z = 0$$

с учетом явного вида функции F примет следующий вид:

$$m_{1x}\Delta x + m_{1y}\Delta y + m_{1z}\Delta z = 0, \quad (7)$$

где

$$m_{1x} = \left(1 - \frac{R^2}{Q}\right)x_1, \quad m_{1y} = y_1, \quad m_{1z} = \left(1 - \frac{R^2}{Q}\right)z_1.$$

Отсюда для компонент $n_{1\alpha}$ единичного вектора внешней нормали \mathbf{n}_1 к касательной плоскости получим

$$n_{1\alpha} = m_{1\alpha}/(m_{1x}^2 + m_{1y}^2 + m_{1z}^2)^{1/2}. \quad (8)$$

Угол ϑ_1 между лучом \mathbf{e}_0 и касательной плоскостью, т. е. угол скольжения, определяется с помощью скалярного произведения

$$\sin \vartheta_1 = (\mathbf{n}_1 \mathbf{e}_0) = n_{1x}\gamma_x + n_{1y}\gamma_y + n_{1z}\gamma_z. \quad (9)$$

Поскольку при анализе ПВО имеет смысл рассматривать лишь малые углы $\vartheta_1 \ll 1$, то в (9) можно считать, что $\sin \vartheta_1 \approx \vartheta_1$.

Знание координат точки S_1 и угла скольжения ϑ_1 позволяет найти ориентацию отраженного луча \mathbf{e}_1 и, следовательно, координаты точки S_2 следующего пересечения луча \mathbf{e}_1 с внутренней поверхностью капилляра. Для этого используем обычные условия отражения: нормаль \mathbf{n}_1 и отраженный луч \mathbf{e}_1 лежат в одной плоскости, а угол скольжения луча \mathbf{e}_1 равен ϑ_1 , т. е.

$$[\mathbf{n}_1 \mathbf{e}_0] = [\mathbf{n}_1 \mathbf{e}_1], \quad (\mathbf{n}_1 \mathbf{e}_1) = -\sin \vartheta_1. \quad (10)$$

Из условий (10) легко определить направляющие косинусы однократно отраженного луча \mathbf{e}_1

$$\gamma_{1\alpha} = \gamma_\alpha - 2n_{1\alpha} \sin \vartheta_1. \quad (11)$$

Повторяя эту процедуру до тех пор, пока рентгеновский луч не покинет капилляр, можно определить координаты пересечения S_2, S_3 и т. д. и углы скольжения ϑ_2, ϑ_3 и т. д. для всех последующих отражений от внутренней поверхности рентгеновода. При этом, поскольку координаты точек S_1, S_2 и т. д. лежат на поверхности тора (1), коэффициент A_0 в (3) обращается в нуль и, следовательно, уравнение (3) становится кубическим.

Таким образом, найден алгоритм расчета винтообразной траектории распространения произвольного луча по равномерно изогнутому капилляру. Следует отметить, что эта процедура может быть использована также и для волновода с любой конфигурацией, если известно уравнение его внутренней поверхности.

Суммарный коэффициент пропускания рентгеновода для некоторого луча \mathbf{e}_0 можно представить в виде

$$P_N = \prod_{i=1}^N P_1(\vartheta_i), \quad (12)$$

где $P_1(\vartheta_i)$ — френелевский коэффициент однократного когерентного отражения интенсивности излучения с углом скольжения ϑ_i .

Число отражений N в (12) определяется числом точек пересечения луча с внутренней поверхностью волновода до его выхода через задний торец. С учетом шероховатостей внутренней поверхности для P_1 имеем [18]

$$P_1(\vartheta_i) = \left| \frac{1 - \eta_i}{1 + \eta_i} \right|^2 e^{-4k^2\sigma^2\vartheta_i^2}, \quad (13)$$

где $\eta_i = \sqrt{1 + \gamma_i^2}$, $\gamma_i = \chi_i + i\chi_i$ — рентгеновская поляризуемость материала стеклоканала, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны излучения, σ — среднеквадратичная высота шероховатостей внутренней поверхности капилляра.

Введем полярные координаты ρ и φ на входном торце рентгеновода. Тогда координаты точки S_t пересечения произвольного луча \mathbf{e}_0 с входным торцом имеют вид

$$x_t = 0, \quad y_t = \rho \sin \varphi, \quad z_t = R + \rho \cos \varphi,$$

где $0 \leq \rho \leq r$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Общий коэффициент пропускания равномерно изогнутого капилляра равен

$$P = \frac{1}{\pi r^2} \int_0^{2\pi} \int_0^r P_N \rho d\rho d\varphi, \quad (14)$$

где интегрирование проводится в пределах входной апертуры капилляра.

Легко убедиться в том, что для лучей, лежащих в плоскости $y=0$, приведенные выше соотношения сводятся к соответствующим результатам работы [15]. Если источник рентгеновского излучения имеет конечные размеры, то необходимо еще проинтегрировать (14) по всем точкам S_0 , лежащим на источнике.

2. Зависимость коэффициента пропускания от параметров капилляра

Рассмотрим случай, когда точечный источник сферически расходящегося рентгеновского излучения расположен на оси капилляра. При этом координаты источника равны (рис. 1)

$$x_0 = -r/\Delta\vartheta, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = R,$$

где $2\Delta\vartheta$ — угловая апертура входного торца рентгеновода.

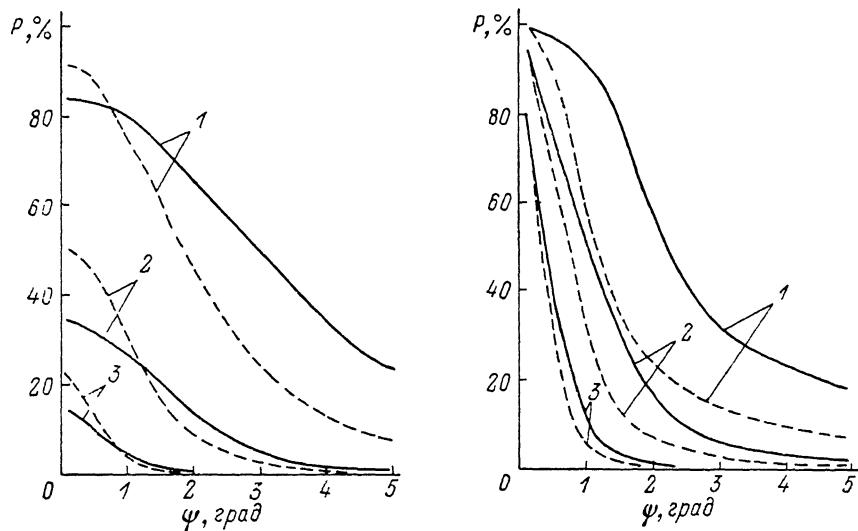


Рис. 2. Зависимость коэффициента пропускания от угла поворота пучка для капилляров с длинами $L=1$ (сплошные кривые) и 0.5 м (штриховые кривые).

$$r=0.1 \text{ мм}, \quad \Delta\vartheta=3 \cdot 10^{-3} \text{ рад}; \quad \sigma, \text{ \AA}: 1 - 0, 2 - 20, 3 - 40.$$

Рис. 3. Угловая зависимость коэффициента пропускания капилляров с радиусами $r=0.1$ (сплошные кривые) и 0.3 мм (штриховые кривые).

$$L=0.5 \text{ м}, \quad \Delta\vartheta=10^{-3} \text{ рад}; \quad \sigma, \text{ \AA}: 1 - 0, 2 - 20, 3 - 40.$$

Очевидно, что он должен находиться на таком расстоянии l от источника, чтобы апертура $\Delta\vartheta=r/l$ не превышала критический угол ПВО ϑ_c .

Расчеты коэффициента пропускания изогнутого цилиндрического волновода проводились по формулам (12)–(14) для капилляров из стекла марки С-52 и CuK_α -излучения ($\lambda=1.54 \text{ \AA}$, $\vartheta_c=4 \cdot 10^{-3}$ рад, $\chi_e=2 \cdot 10^{-7}$).

На рис. 2 приведены угловые зависимости коэффициента пропускания капилляров с двумя различными длинами $L=1$ и 0.5 м при апертуре $\Delta\vartheta=3 \times 10^{-3}$ рад, что составляет $0.75\vartheta_c$, для различных значений высоты шероховатостей поверхности волновода σ . Значение $\sigma=0$ соответствует идеально гладкой поверхности. Видно, что увеличение высоты σ приводит к резкому падению коэффициента пропускания. В экспериментальных работах [19, 20] показано, что типичные величины σ в зависимости от метода обработки поверхности и мо-

дели шероховатостей составляют 10—60 Å. Очевидно, что с увеличением σ возрастает доля некогерентного (диффузного) отражения. Заметим, однако, что часть некогерентно-рассеянного излучения также может транспортироваться по волноводу, испытывая многократные отражения, что должно приводить к некоторому увеличению коэффициента пропускания по сравнению с используемыми выше расчетами в рамках когерентной модели. Из рис. 2 следует также, что в области малых углов поворота $\Psi \leqslant 1^\circ$ предпочтительны относительно короткие капилляры (в данном случае с $L = 0.5$ м), а при $\Psi > 1^\circ$ — более длинные. Это объясняется тем, что с использованием длинных капилляров при больших углах Ψ углы скольжения ϑ , меньше, чем для коротких, поскольку

при этом коэффициенты отражения P_1 возрастают.

На рис. 3 показаны зависимости коэффициента пропускания от угла поворота Ψ для капилляров с одинаковыми длинами, но с различными значениями внутренних диаметров. Видно, что капилляры с меньшими r являются более эффективными для поворота и транспортировки рентгеновского излучения. Это связано с тем, что при $R < R_c$, где $R_c = 4r/\theta_c^2$ — критический радиус изгиба, увеличивается вклад в коэффициент прохождения слабозатухающих шеп-

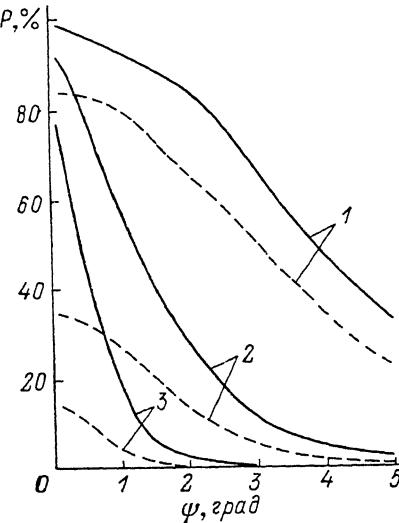


Рис. 4. Зависимость углового поведения коэффициента пропускания рентгеновода от величины апертуры. $\Delta\vartheta = 10^{-3}$ (сплошные кривые), $\Delta\vartheta = 3 \cdot 10^{-3}$ рад (штриховые кривые); $L = 1$ м, $r = 0.1$ мм; σ : 1 — 0, 2 — 20, 3 — 40.

чущих мод. Кроме того, такие капилляры более предпочтительны еще и потому, что при малых r уменьшаются возможные расстояния l от источника до входного торца. Однако с увеличением высоты шероховатостей коэффициенты пропускания начинают слабо зависеть от диаметра капилляра.

Очевидно, что с увеличением входной апертуры, т. е. углов скольжения по отношению к стенкам капилляра, коэффициент пропускания должен уменьшаться. Это подтверждается кривыми, приведенными на рис. 4, где приведены зависимости коэффициента пропускания капилляра с длиной $L = 1$ м и с радиусом $r = 0.1$ мм от угла поворота Ψ рентгеновского пучка при двух значениях апертуры $\Delta\vartheta$. Видно, что с увеличением апертуры коэффициент пропускания уменьшается, причем тем значительнее, чем больше высота шероховатостей σ и меньше угол Ψ .

Таким образом, в настоящей работе предложена процедура расчета траектории лучей и коэффициента пропускания равномерно изогнутых цилиндрических рентгеноводов, которая может использоваться также и в случае волноводов более сложной формы. Показана возможность поворота пучков жесткого рентгеновского излучения на несколько градусов с эффективностью в несколько десятков процентов. Результаты работы могут представлять интерес для анализа эффективности рентгеновских линз и фокусирующих систем на основе связок из большого количества тонких стеклянных капилляров.

Список литературы

- [1] Андерруд Дж. Х., Амтейд Д. Т. // УФН. 1987. Т. 151. № 1. С. 105—117.
- [2] Аркадьев В. А., Коломийцев А. И., Кумахов М. А. и др. // УФН. 1989. Т. 157. № 3. С. 529—537.
- [3] Mallozzi P. J., Epstein H. M., Jung R. G. et al. // J. Appl. Phys. 1974. Vol. 45. N 4. P. 1891—1895.
- [4] Mosher D., Stephanakis S. J. // Appl. Phys. Lett. 1976, Vol. 29. N 2. P. 105—107.
- [5] Vetterling W. T., Pound R. V. // J. Opt. Soc. Amer. 1976. Vol. 66. N 10. P. 1048—1049.

- [6] Watanabe M., Hidaka T., Tanino H. et al. // Appl. Phys. Lett. 1984. Vol. 45. N 7. P. 725—727.
- [7] Александров Ю. М., Валиев К. А., Великов Л. В. и др. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 5. С. 257—260.
- [8] Аркадьев В. А., Коломийцев А. И., Кумагов М. А. и др. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1987. № 2. С. 44—47.
- [9] Виноградов А. В., Кожевников И. В. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 9. С. 1755—1762.
- [10] Виноградов А. В., Коноплев Н. А., Попов А. В. // ДАН СССР. 1982. Т. 266. № 3. С. 610—612.
- [11] Виноградов А. В., Ковалев В. Ф., Кожевников И. В., Пустовалов В. В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 2. С. 244—250.
- [12] Виноградов А. В., Ковалев В. Ф., Кожевников И. В., Пустовалов В. В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 3. С. 567—574.
- [13] Аркадьев В. А., Кумагов М. А., Фаязов Р. Ф. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 3. С. 226—230.
- [14] Комаров Ф. Ф., Наумович А. И., Самусевич Г. Г. и др. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1986. № 6. С. 31—35.
- [15] Бушуев В. А., Оруджалиев М. Н., Кузьмин Р. Н. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 11. С. 153—155.
- [16] Аркадьев В. А., Коломийцев А. И., Кумагов М. А. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 2. С. 97—98.
- [17] Бушуев В. А., Кузьмин Р. Н. // Препринт МГУ. № 26. М., 1988. 4 с.
- [18] Bass Ф. Г., Фукс Н. М. // Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
- [19] Бондаренко Н. В., Елисеенко Л. Г., Романова Л. С. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1989. № 6. С. 55—60.
- [20] Губарев М. В., Ковалев В. Е., Коломийцев А. И. и др. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1989. № 12. С. 164—165.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

Поступило в Редакцию
28 марта 1990 г.