

09; 10

© 1991 г.

## О ВЛИЯНИИ СИЛ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА ПУЧКА НА ДИНАМИКУ АВТОМОДУЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КАРСИНОТРОНЕ

*В. А. Балакирев, А. О. Островский, Ю. В. Ткач*

Рассмотрено влияние сил высокочастотного пространственного заряда релятивистского электронного пучка на возбуждение электромагнитных волн в карсинотроне. На основе общей теории возбуждения волноводов получена самосогласованная система уравнений, описывающая нелинейную динамику взаимодействия сильноточного электронного пучка с обратной волной гофрированного волновода. Решение этой системы уравнений получено путем численного моделирования. Определена зависимость электронного КПД от параметров пучка и волновода. Показано, что высокочастотный пространственный заряд пучка подавляет автомодуляционный режим генерации.

1. Впервые теоретическое рассмотрение автомодуляционных режимов генерации высокочастотных колебаний в релятивистском карсинотроне с позиции нестационарной теории проведено в работах [1, 2]. Приведенные в [1, 2] результаты позволяют сделать вывод, что автомодуляционные режимы генерации вызваны собственной сложной динамикой системы электронный пучок—обратная электромагнитная волна. В экспериментальных исследованиях такой системы широко используют сильноточные релятивистские электронные пучки (РЭП) [3–6]. Поэтому возникает необходимость в рассмотрении влияния сил ВЧ пространственного заряда пучка на динамику переходных и автомодуляционных процессов в релятивистском карсинотроне. Такое исследование проведено в [2], где в рамках модели бесконечно широкого пучка определена зависимость установления различных режимов генерации от величины параметра сильноточности пучка. В настоящей работе нелинейные режимы генерации рассмотрены в рамках более реалистической с точки зрения эксперимента модели тонкого трубчатого РЭП. При этом установлена область параметров пучка (ток, средний радиус, энергия), при которых происходит полное подавление автомодуляции силами ВЧ пространственного заряда. Определена зависимость эффективности преобразования кинетической энергии электронного потока в энергию высокочастотного поля от значения параметра пространственного заряда.

2. Рассмотрим отрезок гофрированного волновода длиной  $L$ , боковая поверхность которого задана выражением

$$R(z) = R_0(1 + \alpha \cos qz), \quad (1)$$

где  $q = 2\pi/D$ ,  $D$  — пространственный период волновода,  $R_0$  — средний радиус волновода,  $\alpha = \Delta R/R_0 < 1$ ,  $\Delta R$  — глубина гофра.

Вдоль оси волновода движется тонкий трубчатый пучок со средним радиусом  $R_b$  и толщиной  $\Delta$  ( $\Delta \ll R_b$ ). Электроны пучка инжектируются с начальной энергией  $W_0 = mc^2(\gamma_0 - 1)$ ,  $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$ ,  $v_0$  — начальная скорость пучка. Волновод находится во внешнем сильном продольном магнитном поле. Поэтому движение частиц пучка будем считать одномерным.

Для получения системы уравнений, описывающей возбуждение высоко-частотного поля электронным потоком, воспользуемся общей теорией возбуждения волноводов [7]. Согласно этой теории, поля в волноводе можно представить в виде

$$\mathbf{E}_\omega = \sum_{s=1}^{\infty} (C_{s\omega} \mathbf{E}_s + C_{-s\omega} \mathbf{E}_{-s}) + 4\pi j_{z\omega} \mathbf{e}_z / i\omega, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}_\omega = \sum_{s=1}^{\infty} (C_{s\omega} \mathbf{H}_s + C_{-s\omega} \mathbf{H}_{-s}), \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{E}_{\pm s}$ ,  $\mathbf{H}_{\pm s}$  — поля собственных волн электродинамической структуры ( $\mathbf{E}_{-s} = \mathbf{E}_s^*$ ,  $\mathbf{H}_{-s} = -\mathbf{H}_s^*$ ),  $C_{\pm s\omega}$  — их амплитуды,  $j_{z\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} j_z \exp(i\omega t) dt$  — комплексная Фурье-компонента электронной плотности тока.

Амплитуды собственных волн замедляющей системы удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\frac{dC_{\pm s\omega}}{dz} = \pm \frac{1}{N_s} \int_{s_\perp} j_{z\omega} E_{\mp s z} ds_\perp. \quad (3)$$

Здесь  $s_\perp$  — поперечное сечение волновода;  $N_s$  — норма поля, которая определена выражением

$$N_s = \frac{c}{4\pi} \int_{s_\perp} \{[\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_{-s}] - [\mathbf{E}_{-s} \times \mathbf{H}_s]\} \mathbf{e}_z ds_\perp. \quad (4)$$

В силу пространственной периодичности электродинамической структуры вдоль оси  $z$  поля собственных волн представим в виде рядов по пространственным гармоникам

$$E_{\pm s}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n f_{sn}(r) e^{i(qn \pm h_s)z}, \quad (5)$$

где  $h_s$  — продольное волновое число  $s$ -й радиальной моды;  $a$  — амплитуда  $n$ -й пространственной гармоники;  $f_{sn}$  — функция, описывающая радиальное распределение поля.

В дальнейшем будем считать, что пучок находится в синхронизме с первой пространственной гармоникой обратной волны основной радиальной моды ( $S=1$ )  $\omega_0/v_0=k_0$ ,  $k_0 \equiv (q-h_1)$ ;  $\omega_0$ ,  $k_0$  — резонансные значения частоты и продольного волнового числа. Тогда в правой части уравнения возбуждения (3) для резонансной амплитуды  $C_{-1\omega}$  достаточно удержать только слагаемое  $\sim e^{-i(q-h_1)z}$ . Что касается нерезонансных членов, то они дают вклад в поле высокочастотного пространственного заряда пучка. Для случая тонкого трубчатого пучка, плотность которого на входе в пространство взаимодействия имеет вид

$$j_z(z=0) = I_b \delta(r - R_b) / 2\pi R_b \quad (6)$$

( $I_b$  — ток пучка), получим следующее выражение для продольной компоненты электрического поля в области электронного потока:

$$E_z(R_b, z, t) = \text{Re} \{ [A_-(z, t) I_0(xR_b) q_1 e^{i(q-h)z} + i2e I_b e^{i(\omega_0/v_0)z} \Pi \rho] e^{-i\omega_0 t} \}. \quad (7)$$

Здесь

$$A_-(z, t) = \int_{-\Delta\omega}^{\Delta\omega} C_{-1\omega'} e^{i(\omega' z/v_0 - \omega' t)} d\omega', \quad x \equiv (q - h_1) \gamma_0^{-1};$$

$$\rho = \frac{\omega_0}{\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega_0} e^{i(\omega_0 t_1 - \omega_0 z/v_0)} dt_1;$$

$v_g$  — групповая скорость волны;  $t_x$  — время прилета пучка в точку  $z$ , влетевшего в волновод в момент времени  $t_0$ ;

$$\Pi \equiv [K_0(xR_b) I_0(xR_0) - K_0(xR_0) I_0(xR_b)] \frac{I_0(xR_b)}{I_0(xR_0)};$$

$I_0, K_0$  — модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда нулевого порядка.

Отметим, что при выводе (7) мы считали, что возбуждается пакет волн шириной  $\simeq 2\Delta\omega$  со средней частотой  $\omega_0$  ( $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ ). Второе слагаемое в (7) описывает поле высокочастотного пространственного заряда [6, 8]. Уравнение относительно амплитуды  $A_-(z, t)$ , входящей в выражение для поля, получим из (3) путем обратного преобразования Фурье [9, 10]

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial A_-}{\partial t} - \frac{\partial A_-}{\partial z} = \frac{I_b}{N_1} a_1 I_0(xR_b) \rho, \quad (9)$$

где  $N_1 = -v_g \omega_0^2 R_0^2 J_1^2(\lambda_1) / 2\lambda_1^2 c^2$ ,  $\lambda_1$  — первый корень функции Бесселя нулевого порядка ( $J_0(\lambda_1) = 0$ ).

Уравнение возбуждения (8) следует дополнить уравнениями движения частиц пучка в электрическом поле (7), записанных в лагранжевых переменных. В безразмерной форме полная система уравнений, описывающая нелинейную динамику возбуждения высокочастотного поля в рассматриваемой электродинамической структуре имеет вид

$$\frac{\partial \bar{A}_-}{\partial \tau} - \beta_g \frac{\partial \bar{A}_-}{\partial \xi} = v_b \rho, \quad (9.1)$$

$$\frac{d p_x}{d \xi} = - \frac{\sqrt{1 + p_x^2}}{p_x} \operatorname{Re} \{ [\bar{A}_- + i \sigma \bar{\xi}] e^{-i \theta_x} \}, \quad (9.2)$$

$$\frac{d \theta_x}{d \xi} = \frac{\sqrt{1 + p_x^2}}{p_x} \beta_0 - 1, \quad (9.3)$$

где  $p_x = p/mc$  — безразмерный импульс электрона пучка,  $\xi = \omega_0 z/v_0$ ,  $\theta_x = \omega t_x - \omega_0 z/v_0$ ,  $\tau = \omega_0 t$ ,  $\beta_g = v_g/v_0$ ,  $\sigma = 2I_b \Pi / \pi I_A \beta_0 \gamma_0^2$ ,  $I_A = (mc^3)/e$ ,  $v_b = 2I_b \lambda_1^2 [a_1 I_0(xR_b)]^2 /$

$\pi I_A \beta_0^3 \gamma_0^4 (xR_0)^4 J_1^2(\lambda_1)$ ,  $\bar{\xi} = \int_{\tau} e^{i \theta_x} d\theta_0$ ,  $\bar{A}_- = A_- e a_1 I_0(xR_b) v_0 / mc^2 \omega_0$ .

Уравнения (9.1)–(9.3) соответствуют нестационарным уравнениям релятивистского карсинотрона [1, 2, 10] с учетом высокочастотного пространственного заряда тонкого трубчатого пучка. В случае стационарной генерации колебаний для системы уравнений (9.1)–(9.3) можно записать первый интеграл, выражающий закон сохранения энергии,

$$v_b \cdot \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + p_x^2} d\theta_0 - \frac{\beta_g}{2} |\bar{A}_-|^2 = \text{const}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что силы ВЧ пространственного заряда пучка носят реактивный характер и не дают вклад в энергетический баланс системы.

Эффективность преобразования кинетической энергии пучка в энергию поля определим соотношением

$$\eta = \frac{P(z=0) - P(z=L)}{P(z=0)} \quad (11)$$

( $P(z)$  — поток энергии частиц пучка), которое представим в виде

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma_0 - \sqrt{1 + p_x^2}}{\gamma_0 - 1} d\theta_0. \quad (12)$$

Полученную систему уравнений необходимо дополнить начальными и граничными условиями для поля и электронов пучка

$$\begin{aligned} \bar{A}_-(\tau=0, \xi) &= \bar{A}_0, & \bar{A}_-(\tau=0, \xi=l) &= 0, & l &= \omega_0 L / v_0, \\ \bar{A}_-(\tau, \xi=l) &= 0, & p_1(\xi=0) &= p_0 = \beta_0 \gamma_0, & \theta(\xi=0) &= \theta_0. \end{aligned}$$

3. Исследование нелинейной стадии взаимодействия РЭП с медленными волнами гофрированного волновода проведено путем численного моделирования уравнений (9.1)–(9.3). При расчетах выбраны следующие параметры системы РЭП обратная волна:  $\text{Re } \bar{A}_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\text{Im } \bar{A}_0 = 0$ ,  $\gamma_0 = 3$ ,  $\alpha = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  $l = 44$ . Длина системы выбрана из требования получения максимального электронного КПД для заданной энергии электронного потока  $\gamma_0 = 3$  при стационарном режиме генерации [11]. Резонансные значения частоты и продольного волнового числа, вблизи которых происходит эффективный отбор энергии от элект-

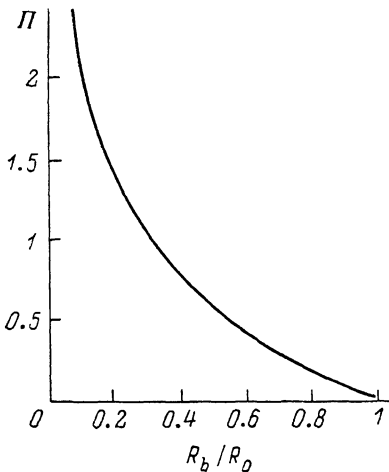


Рис. 1. Зависимость геометрического фактора  $\Pi$  от радиуса пучка.

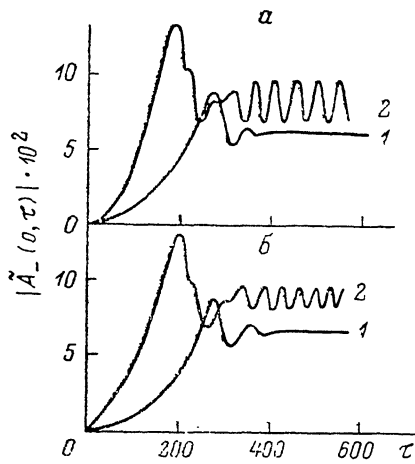


Рис. 2. Зависимость от времени амплитуды обратной волны  $|\bar{A}_-(0, \tau)|$ .

$R_b/R_0 = 0.7$ ; 1 —  $v_b = 6 \cdot 10^{-4}$ , 2 —  $9 \cdot 10^{-4}$ ; а — без учета сил ВЧ пространственного заряда пучка, б — с учетом.

тронов пучка, находим из условия черенковского синхронизма РЭП с первой пространственной гармоникой основной радиальной моды [12]  $\omega_0 = k_0 v_0$ ,

$$k_0 \equiv (q - h_1) = \frac{\pi}{D} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_1 D}{2\pi R_0} \right)^2 \right].$$

Отсюда при условии  $R_0/D \approx 1$  получим, что  $\kappa R_0 \approx 1$ ,  $\beta_g \approx 0.5$ . Соотношения между амплитудами пространственных гармоник даны в [13], откуда следует, что вдали от границы полосы прозрачности для данного значения параметра  $\alpha$  амплитуда первой пространственной гармоники равна  $a_1 = 0.1$ . Радиус электронного пучка изменялся от  $R_b/R_0 = 0.7$  до 0.3. При этом соответствующим образом изменялся геометрический фактор ВЧ пространственного заряда пучка (рис. 1).

Численное моделирование уравнений (9.1)–(9.3) показало следующее. Для случая, когда  $R_b/R_0 = 0.7$  ( $\Pi = 0.32$ ), в интервале значений параметра  $4 \cdot 10^{-4} \leq v_b \leq 7 \cdot 10^{-4}$  ( $2.5 \leq I_b \leq 4.4$  кА) в структуре устанавливается стационарный режим генерации. Учет ВЧ пространственного заряда пучка в приведенном интервале значений параметра  $v_b$  не изменяет динамику взаимодействия РЭП с медленной волной структуры (рис. 2). Начиная с  $v_b > 7 \cdot 10^{-4}$  ( $I_b > 4.4$  кА) стационарный одночастотный режим генерации перестает быть устойчивым. В результате устанавливается режим автомодуляции. При этом высокочастотный пространственный заряд пучка подавляет автомодуляционные колебания амплитуды обратной волны. Так, при  $v_b = 9 \cdot 10^{-4}$  ( $I_b = 5.6$  кА) размах осцилля-

дий амплитуды  $|\bar{A}_-(0, \tau)|$  уменьшается почти в два раза (рис. 2) по сравнению со случаем, когда ВЧ пространственный заряд пучка не учитывался. Начиная с  $v_b \geq 1.5 \cdot 10^{-3}$  ( $I_b \geq 10$  кА) происходит полное подавление автомодуляционного режима генерации, что обусловлено кулоновским расталкиванием сгустков, мешающим нелинейной перегруппировке электронов пучка [2].

С уменьшением среднего радиуса пучка до значения  $R_b/R_0=0.3$  ( $\Pi=1.04$ ) влияние сил ВЧ пространственного заряда пучка на нелинейную динамику взаимодействия РЭП с обратной волной гофрированного волновода возрастает. Так, начиная со стартового тока генерации  $v_b=6 \cdot 10^{-4}$  ( $I_b=4.6$  кА) и до значения  $v_b=10^{-3}$  ( $I_b=7.7$  кА), соответствующего предельному вакуумному для данного

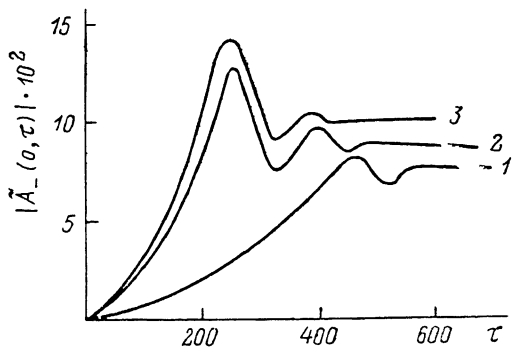


Рис. 3. Зависимость от времени амплитуды обратной волны при  $R_b/R_0=0.3$ .

1 —  $v_b=6 \cdot 10^{-4}$ , 2 —  $8 \cdot 10^{-4}$ , 3 —  $10^{-3}$ .

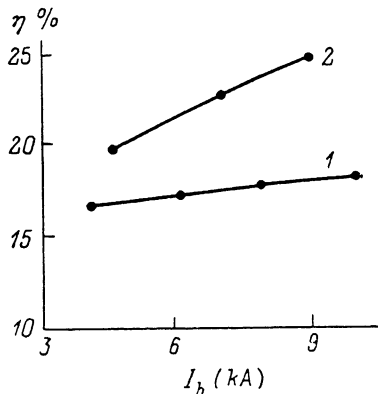


Рис. 4. Зависимость  $\eta$  от тока пучка.

1 —  $R_b/R_1=0.7$ , 2 — 0.3.

радиуса пучка [14], система оказывается устойчивой по отношению к стационарному режиму генерации (рис. 3). При этом происходит рост амплитуды возбуждаемой волны на входном торце электродинамической структуры. Таким образом, в случае малых значений радиуса пучка ( $R_b/R_0 \leq 0.3$ ) силы ВЧ пространственного заряда не позволяют развиваться режиму периодической автомодуляции.

На рис. 4 приведены зависимости эффективности возбуждения колебаний в системе  $\eta$  от величины тока пучка. Видно, что с ростом  $I_b$  общие потери кинетической энергии РЭП растут. Этот эффект наиболее заметен при  $R_b/R_0=0.3$ , когда влияние сил ВЧ пространственного заряда пучка существенно. Хотя эта сила носит реактивный характер и не дает вклад в энергетический баланс системы (10), тем не менее она может повысить результирующую напряженность электрического поля в его тормозящей фазе, что и приводит к росту отбора энергии от пучка.

#### Список литературы

- [1] Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. // Изв. вузов. Радиотехника. 1978. Т. 21. № 7. С. 1037—1052.
- [2] Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. // Релятивистская высокочастотная электроника ИПФ АН СССР. Горький, 1981. С. 101—144.
- [3] Nation I. // Appl. Phys. Lett. 1970. Vol. 17. N 11. P. 491—494.
- [4] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 18. Вып. 4. С. 232—235.
- [5] Ткач Ю. В., Файнберг Я. Б., Гадецкий Н. П. и др. // УФЖ. 1978. Т. 23. № 11. С. 1902—1906.
- [6] Бяков Н. М., Губанов В. П., Гукин А. В. и др. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 5. С. 32—38.
- [7] Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
- [8] Vrejstap V. N., Ryutov D. D. // Nucl. Fusion. 1974. Vol. 14. N 6. P. 873—907.
- [9] Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. // Электроника ламп с обратной волной. Саратов. 1975. С. 195.

- [10] *Бондаренко В. А., Островский А. О., Ткач Ю. В.* // Препринт ХФТИ АН УССР. № 89-1. Харьков, 1989. 10 с.
- [11] *Ковалев Н. Ф., Петрушина В. И., Сморгонский А. В.* // РиЭ. 1975. Т. 20. № 7. С. 1547—1550.
- [12] *Курялко В. И., Кучеров В. И., Островский А. О., Ткач Ю. В.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 12. С. 2569—2575.
- [13] *Островский А. О.* // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Техника физического эксперимента. 1980. Вып. 2 (6). С. 25—28.
- [14] *Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 168 с.

Харьковский физико-технический  
институт АН УССР

Поступило в Редакцию  
16 января 1990 г.

