

02; 05

© 1991 г.

СИНХРОТРОННОЕ И ОНДУЛЯТОРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

В. А. Арутюнов, Н. А. Кудряшов, М. Н. Стриханов, В. М. Самсонов

Получены выражения для спектральной плотности излучения релятивистских заряженных частиц в изогнутом кристалле, переходящие при больших значениях радиуса изгиба в известные выражения для излучения в прямом кристалле. Проведены численные расчеты для пучков с различными параметрами.

При повороте пучков быстрых заряженных частиц (БЗЧ) с помощью изогнутого кристалла (ИК) [1, 2] возникает специфическое излучение [3], представляющее собой интерференцию синхротронного излучения (движения по криволинейной траектории, определяемой радиусом изгиба кристалла R) и ондуляторного излучения (радиальные колебания каналированных частиц [4]). Эффективные частоты синхротронного и ондуляторного излучений существенно зависят от релятивистского γ -фактора частицы (см. таблицу), что позволяет использовать указанное излучение для идентификации быстрых частиц.

Тип частиц	Характерные параметры излучения в изогнутом кристалле							
	E	γ	R_c	ϵ_c , эВ	γ_c	λ_0 , мкм	ω_g , кэВ	ω_{01} , МэВ
e^+ , $R = \infty$	1 ГэВ	$2 \cdot 10^3$	0,24 см	23	$2 \cdot 10^4$	2	0	3,6
e^+ , $R/R_c = 2$	1 ГэВ	$2 \cdot 10^3$	0,24 см	5,5	$8 \cdot 10^4$	4	320	1,7
π^+ , $R = \infty$	10 ТэВ	$7 \cdot 10^4$	24 м	23	$6 \cdot 10^6$	70	0	43
π^+ , $R/R_c = 2$	10 ТэВ	$7 \cdot 10^4$	24 м	5,5	$2,8 \cdot 10^7$	140	1400	20
p , $R = \infty$	20 ТэВ	$2 \cdot 10^4$	48 м	23	$4 \cdot 10^7$	90	0	2,5
p , $R/R_c = 2$	20 ТэВ	$2 \cdot 10^4$	48 м	5,5	$1,7 \cdot 10^8$	190	17	1,2

Интенсивность синхротронного и ондуляторного излучений также существенно зависит от γ . Для легких частиц (электронов и позитронов) излучение в кристалле во много раз превышает «тормозной фон» уже при энергиях $E \geq 1$ ГэВ. Для детектирования более тяжелых частиц (π -мезонов, протонов и т. д.) необходимо, во-первых, использовать более высокие энергии частиц и, во-вторых, пространственно разделить излучение повернутой (каналированной) фракции пучка и тормозной фон «прямого пучка». Указанные обстоятельства делают перспективным использование излучения в ИК для идентификации частиц высоких энергий и получения поляризованных пучков частиц высокой энергии [3].

В настоящем времени отсутствует последовательная теория излучения БЗЧ в ИК. В данной работе получены выражения для спектральной плотности излучения БЗЧ в ИК. Показано, что при $R \rightarrow \infty$ соответствующие выражения переходят в известные выражения для излучения в прямом кристалле [5, 6].

Спектрально-угловое распределение энергии, излучаемой быстрой заряженной частицей (со спином $1/2$), в рамках квазиклассического операторного формализма определяется следующей формулой [6]:

$$dE = e^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \int dt_1 \int dt_2 \frac{1}{2E'^2} [(E^2 + E'^2)(\mathbf{v}_2 \mathbf{v}_1 - 1) + \omega^2 \gamma^{-2}] \times \\ \times \exp [ik'^\mu (x_1^\mu - x_2^\mu)], \quad (1)$$

где $k'^\mu = k^\mu E/E'$; $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$ — 4-импульс фотона; ω — частота фотона; E — энергия частицы; $E' = E - \omega$, $x_{1,2}^\mu = (t_{1,2}, \mathbf{r}_{1,2})$, $\mathbf{r}_{1,2}$ — координаты частицы в моменты времени $t_{1,2}$; $\mathbf{v}_{1,2}$ — скорость частицы в соответствующий момент времени.

Рассмотрим движение частицы в ИК с постоянной кривизной (радиус изгиба $R = \text{const}$). Удобно рассматривать цилиндрические координаты (r, φ, z) с соответствующими ортами $\mathbf{e}_r(\varphi)$, $\mathbf{e}_\varphi(\varphi)$, \mathbf{e}_z . Рассмотрим для определенности излучение каналированной частицы, движущейся в канале радиуса R_m в плоскости $z=0$,

$$\mathbf{r}(t) = [R_m + x(t)] \mathbf{e}_r(\varphi(t)), \\ \mathbf{v}(t) \approx R_m \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi(\varphi(t)) + v_x \mathbf{e}_r(\varphi(t)), \quad (2)$$

где $x(t)$ и $v_x = \dot{x}$ — поперечная (радиальная) координата и скорость.

Перейдем в (1) к переменным $t = (t_1 + t_2)/2$, $\tau = t_2 - t_1$. Учитывая то, что когерентная длина синхротронного излучения ультрарелятивистских частиц $l_s = R/\gamma$, а также продольный период колебаний каналированной частицы $\lambda_0 \approx vT$ (T — период колебаний) значительно меньше R_m , проведем в формулах (2) разложение по степеням τ до членов $\sim \tau^3$ включительно (опускаем индекс, т. е. $R_m \rightarrow R$)

$$\mathbf{e}_r(\varphi(t \pm \frac{\tau}{2})) \approx \mathbf{e}_r \pm \frac{\tau}{2} \frac{V}{R} \mathbf{e}_\varphi - \frac{\Delta(t \pm \frac{\tau}{2})}{2\Omega_0 R} \mathbf{e}_\varphi - \frac{\tau^2}{8} \left(\frac{V}{R}\right)^2 \mathbf{e}_r \mp \frac{\tau^3}{48} \left(\frac{V}{R}\right)^3 \mathbf{e}_\varphi + \dots, \\ \mathbf{e}_\varphi(\varphi(t \pm \frac{\tau}{2})) \approx \mathbf{e}_\varphi \mp \frac{\tau}{2} \left(\frac{V}{R}\right) \mathbf{e}_r + \frac{\Delta(t \pm \frac{\tau}{2})}{2\Omega_0 R} \mathbf{e}_r - \frac{\tau^2}{8} \left(\frac{V}{R}\right)^2 \mathbf{e}_\varphi + \dots, \quad (3)$$

где $\mathbf{e}_{r,\varphi} = \mathbf{e}_{r,\varphi}(\frac{Vt}{R})$; $V = \langle \sqrt{v^2 - v_x^2} \rangle \approx v - \frac{1}{2} \langle v_x^2 \rangle$ — средняя по периоду колебаний продольная скорость частицы; $\Omega_0 = 2\pi/T$ — частота колебаний в канале;

$$\Delta(t) = (1/T) \int_0^T d\xi [v_x^2(\xi) - \langle v_x^2 \rangle] [\xi].$$

Используя периодичность функций $x(t)$, $v_x(t)$, получим следующую формулу для интенсивности излучения $dI = d\varepsilon/dt$:

$$dI(\mathbf{n}, \omega) = \frac{e^2}{(2\pi)^2} d^3k (1+u) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp \left\{ -i\omega' \left[\tau(1 - \mathbf{nV}) - \frac{\Omega_0 m}{\omega'} + \frac{\tau^3}{24R^2} \right] \right\} \times \\ \times \left\{ - \left[\gamma^{-2} + \frac{\tau^2}{2R^2} \left(1 + \frac{u^2}{2(1+u)} \right) \right] f_{+m}^{(0)*}(\tau) f_{-m}^{(1)}(\tau) + \left(1 + \frac{u^2}{2(1+u)} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[f_{+m}^{(1)*}(\tau) f_{-m}^{(1)}(\tau) - \frac{1}{2} (f_{+m}^{(2)*}(\tau) f_{-m}^{(0)}(\tau) + f_{+m}^{(0)*}(\tau) f_{-m}^{(2)}(\tau)) \right] \right\}, \quad (4)$$

$$f_{\pm m}^{(l)}(\tau) = \Omega_0 \int_0^\tau dt [v_x(t)]^l \exp \left\{ i \left[\Omega_0 m - \omega' \alpha_\pm(\tau) x(t) + \frac{\omega' \Delta(t)}{2\Omega_0} \right] \right\}, \quad (5)$$

где $\omega' = E\omega/(E - \omega)$, $u = \omega/(E - \omega)$, $\alpha = \mathbf{n} \mathbf{e}_r \pm (\mathbf{n} \mathbf{e}_\varphi) \frac{\tau}{2R}$.

Формула (4) совпадает при $x(t)=0$, $u \ll 1$ с известным выражением для синхротронного излучения при движении по окружности [7]. При $R \rightarrow \infty$ формула (4) совпадает с соответствующей формулой для излучения в прямом кристалле [6]. В отличие от прямого кристалла [5, 6] суммирование в (4) осуществляется не только по положительным m .

Нетрудно убедиться, что формула (4) справедлива и для неканализованных частиц. Характер излучения в кристалле существенно зависит от величины

параметра $\rho = 2\gamma^2 \langle v_x^2 \rangle$ [6]. Излучение является дипольным при $\rho \ll 1$, что реализуется при энергиях $\gamma \ll \gamma_c$ (где $\gamma = E/M$, M — масса частицы; $\gamma_c = M/\epsilon_c$, ϵ_c — глубина потенциальной ямы изогнутых плоскостей; используется система единиц $\hbar = c = 1$). Производя соответствующие разложения в экспонентах (5) и подставляя в (4), получим после интегрирования по углам спектральное распределение излучения

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi\gamma_0 d} \left\{ \frac{B}{\sqrt{3}} \frac{R_c}{R} x_s \int_{\frac{2}{3}x_s}^{\infty} K_{3/2}(y) dy + 2^{-3/2} \left(\frac{\gamma}{\gamma_c}\right)^{1/2} \left(\frac{\epsilon_c}{U_0}\right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{m \neq 0} x(y) x_0 \frac{|w_m|^2}{m^2} \left[\left(1 - 2\frac{x_0}{m} + 2\frac{x_0^2}{m^2}\right) Ai_1(\xi_m) + 16x_s^{-3/2} \frac{x_1}{m} \left(1 - \frac{x_0}{m}\right) Ai'(\xi_m) + \right. \right. \\ \left. \left. + 4x_s^{-1/2} \frac{x_0^2}{m^2} Ai(\xi_m) \right] \right\}, \quad (6)$$

где $B = |\nabla U_{\max}| d/U_0$; $\gamma_0 = M/U_0$; U_0 — максимальное значение межплоскостного потенциала в прямом кристалле; ∇U_{\max} — максимальный градиент межплоскостного потенциала в прямом кристалле; d — межплоскостное расстояние, $R_c = \gamma M / |\nabla U_{\max}|$ — критический радиус ИК; $x_s = \omega/\omega_s$; $x_0 = \omega/\omega_0$; $\omega_s = \gamma^3/R$ — характерная частота синхротронного излучения; $\omega_0 = 2\gamma^2 \Omega_0 = = (2\gamma)^{3/2} \pi / \gamma_c^{1/2} x(y) d$ — характерная частота ондуляторного излучения; $K_s(z)$ — функция Макдональда; $Ai(z)$, $Ai'(z)$ — функция Эйри и ее производная; $Ai_1(z) = \int_z^{\infty} dy Ai(y)$; $\xi_m = x_s^{3/2} (1 - m/x_0)$; $x(y) = \int_{s_1}^{s_2} ds / \sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}$ — «безразмерный» полупериод колебаний; $y = E_1/\epsilon_c$; $u_{\text{eff}}(s) = [U(x) - pvx/R]/\epsilon_c$ — эффективный потенциал ИК; $s = x/d$; $s_{1,2}$ — точки поворота;

$$w_m = \frac{1}{x(y)} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{\sqrt{y - u_{\text{eff}}(s)}} \left(-\frac{\partial u_{\text{eff}}}{\partial s} \right) \exp \left[i \frac{2\pi m}{x(y)} \int_{s_1}^{s_2} \frac{dv}{\sqrt{y - u_{\text{eff}}}} \right]$$

— Фурье-компоненты ускорения частицы.

Первое слагаемое в фигурных скобках (6) описывает «чистое» синхротронное излучение [7, 6], в то время как второе слагаемое отвечает ондуляторному излучению. Следует подчеркнуть, что второе слагаемое в формуле (6), как и первое, существенно зависит от R/R_c . Заметим также, что эффективные частоты дипольного излучения (6) $\omega_{\text{eff}} \ll E$ и формулу (6) можно получить, исходя из классической электродинамики, что распространяет ее применимость и на частицы со спином, не равным $1/2$. В таблице приведены величины характерных частот излучения для лептонов, π -мезонов и протонов.

На рис. 1 представлены результаты численных расчетов спектрального распределения излучения по формуле (6) в поле изогнутых (111) плоскостей кремния, для позитрона с $\gamma/\gamma_c = 0.1$ и с фиксированной поперечной энергией $E_1 = \epsilon_c/2$ для различных радиусов изгиба: $R/R_c = 2$ (кривая 1, спектр уменьшен в 2 раза), 5 (кривая 2), 10 (кривая 3), $4 \cdot 10^3$ (кривая 4). Межплоскостной потенциал вычислялся методом «фурье-синтеза» компонент по обратным векторам решетки [8], атомные форм-факторы взяты из [9]. Спектр излучения в сильноизогнутом кристалле (кривая 1) почти совпадает со спектром синхротронного излучения, ондуляторная часть мала и вносит не очень существенные искажения. При больших радиусах изгиба (кривая 2) синхротронная и ондуляторная части излучения сравнимы по амплитуде, заметны характерные осцилляции в спектре [10]. В пределе $R \rightarrow \infty$ спектр излучения переходит в известный спектр дипольного излучения в прямом кристалле [4], в чем можно убедиться, проведя необходимые асимптотические разложения в формуле (6).

Следует заметить, что для расчета интенсивности излучения для пучков заряженных частиц необходимо усреднить формулы (4), (6) по поперечным энергиям частиц в кристалле

$$\langle dI \rangle = \int dE_1 \varphi(E_1) dI(E_1), \quad (7)$$

где функция распределения частиц по поперечным энергиям $\varphi(E_{\perp})$ удовлетворяет системе кинетических уравнений, описывающих многократное рассеяние в кристалле (см., например, [11, 12]).

На рис. 2 представлены результаты расчетов спектров излучения согласно (7), (6) для пучка π^+ -мезонов с энергией 10 ТэВ и фиксированной угловой шири-

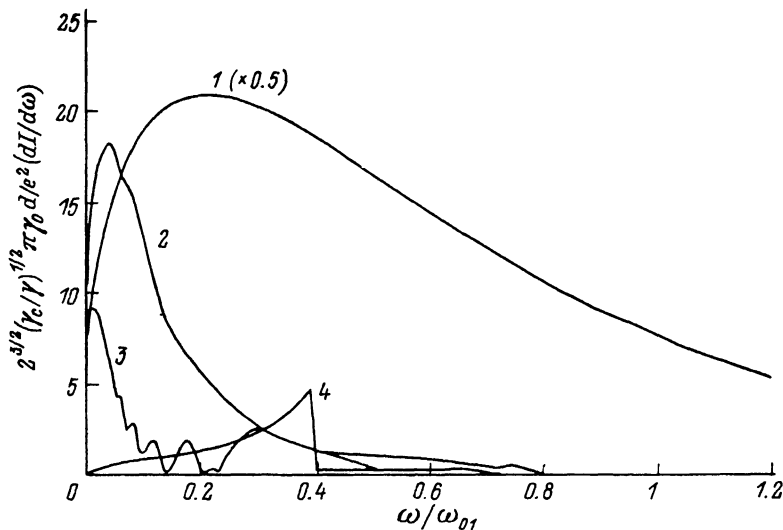


Рис. 1. Спектральное распределение дипольного излучения релятивистского позитрона с энергией $\gamma/\gamma_c=0.1$ в поле изогнутых (111) плоскостей кремния при различных значениях радиусов изгиба.

Поперечная энергия позитрона фиксирована $E_{\perp} = \epsilon_c/2$; $\omega_{01} = (2\gamma)^{3/2} \pi/\gamma_c^{1/2} d$.

ной в поле изогнутых (111) плоскостей кремния для различных радиусов изгиба: $R/R_c=2$ (кривая 1), 5 (кривая 2), 10 (кривая 3), $4 \cdot 10^3$ (кривая 4). Цифры сверху у кривых показывают их максимальные значения. В качестве $\varphi(E_{\perp})$

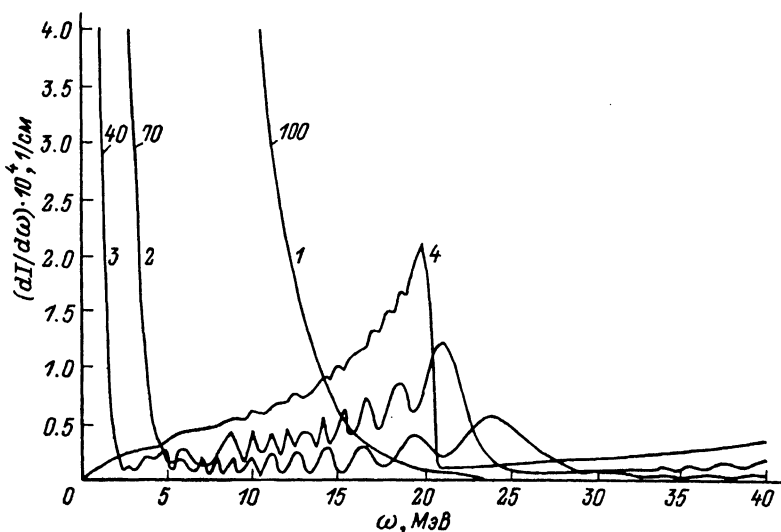


Рис. 2. Спектральное распределение излучения пучка π^+ -мезонов с энергией 10 ТэВ в поле изогнутых (111) плоскостей.

в формуле (7) бралась нормированная функция начального заселения состояний с данной E_{\perp} [11]

$$\varphi(E_{\perp}) = \frac{N}{\theta_L} \int \frac{dx}{\sqrt{(2/E)(E_{\perp} - U_{\text{eff}}(x))}} = \frac{N}{\theta_L} T(E_{\perp}), \quad (8)$$

где $\theta_L = \sqrt{2U_0/pv}$ — критический угол Линдхарда в прямом кристалле.

Число частиц, захваченных в каналы кристалла, уменьшается с уменьшением ϵ_c , т. е. с уменьшением $(R/R_c - 1)$. Это приводит к уменьшению вклада этих частиц в излучение. Нормировочный коэффициент в формуле (8) выбирался согласно условию $\int_0^{v_0} \varphi(E_{\perp})|_{R \rightarrow \infty} dE_{\perp} = 1$, т. е. нормировка производилась «на прямой кристалл».

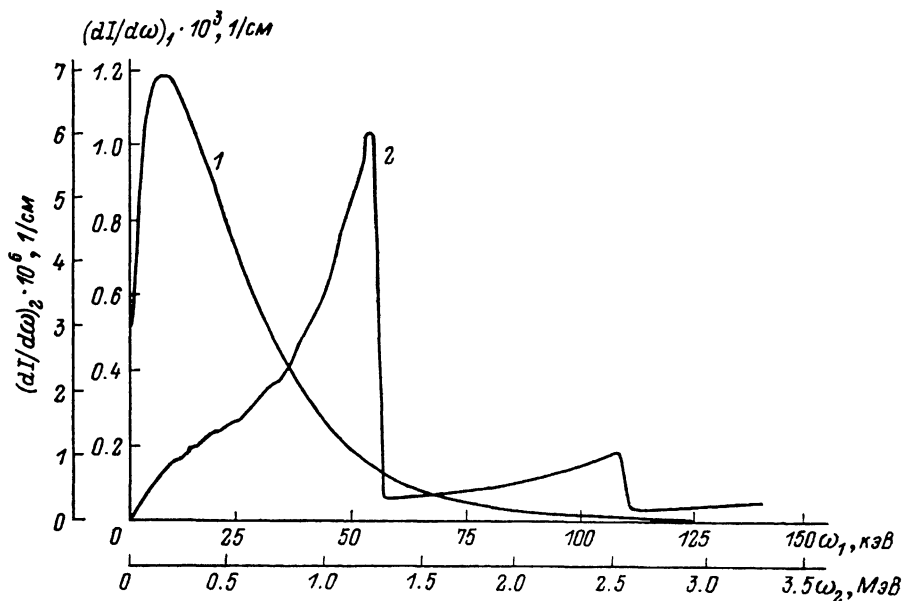


Рис. 3. Спектральное распределение излучения протонного пучка с энергией 20 ТэВ в поле изогнутых (111) плоскостей кремния.

На рис. 3 показаны рассчитанные по формулам (7), (6) спектры излучения для протонного пучка с энергией 20 ТэВ и фиксированной угловой шириной в поле (111) плоскостей кремния для $R/R_c = 2$ (кривая 1), 10^3 (кривая 2). Для удобства на рис. 3 нанесены две системы осей, соответствующих кривым 1 и 2. Видно, что эффективные частоты синхротронного и ондуляторного излучений отличаются в данном случае более чем на порядок, а интенсивности отличаются более чем на два порядка.

Список литературы

- [1] Водопьянов А. С., Головатюк В. М., Елишев А. Ф. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. Вып. 4. С. 474—477.
- [2] Сумбаев О. И. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2067—2077.
- [3] Bashmakov Yu. A. // Rad. Eff. 1981. Vol. 56. P. 55—58.
- [4] Kutakhov M. A. // Phys. Lett. 1976. Vol. A57. N 1. P. 17—19.
- [5] Кумахов М. А. Излучение релятивистских частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1985.
- [6] Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука, 1989.
- [7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967.
- [8] Каган Ю., Кононец Ю. В. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. Вып. 1. С. 226—244.
- [9] Doyle P. A., Turner P. S. // Acta Cryst. 1968. Vol. A24. N 1. P. 395—399.
- [10] Taratin A. M., Vorobiev S. A. // Nucl. Instr. Meth. 1988. Vol. B31. N 4. P. 551—555.
- [11] Кудряшов Н. А., Петровский С. В., Стриханов М. Н. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 8. С. 68—73.
- [12] Белошицкий В. В., Старостин В. А. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 8. С. 722—726.