02; 03

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА ИЗЛУЧЕНИЯ С ДЛИНОЙ ВОЛНЫ $\lambda=2.8-3.3$ мкм В СРЕДАХ, СОДЕРЖАЩИХ ПАРЫ ВОДЫ

В. А. Левин, А. А. Сорокин, А. М. Старик

Рассмотрена задача о распространении импульса монохроматического излучения, генерируемого HF лазером, в средах, близких по составу к влажной атмосфере. Показана возможность нестационарной самофокусировки при поглощении водяным паром излучения, частота которого удовлетворяет определенным условиям. Проанализировано влияние частоты излучения и диаметра пучка на динамику изменения интенсивности по трассе.

Водяной пар является основным атмосферным газом, поглощающим излучение ИК диапазона. Ранее в [1] было показано, что поглощение излучения с длиной волны $\lambda=2.8-3.3$ мкм, генерируемого HF лазером, приводит к возбуждению различных типов колебаний молекулы H_2O и, как следствие, к изменению показателя преломления. Возникновение нестационарной линзы в канале луча может приводить как к самофокусировке, так и к дефокусировке пучка. Изучению особенностей распространения монохроматического излучения с $\lambda=2.8-3.3$ мкм в этих условиях и посвящена данная работа.

Распространение электромагнитной волны в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью ε будем описывать в приближении квазиоптики [2, 3]. При анализе будем рассматривать случаи с осевой симметрией, когда $\delta\varepsilon \ll \varepsilon_0$ ($\delta\varepsilon=\varepsilon-\varepsilon_0$) (здесь и далее индекс нуль относится к невозмущенной среде), а изменением волнового вектора k_0 вдоль направления распространения OZ можно пренебрегать. В [4] было показано, что при поглощении излучения газовыми средами с тепловым механизмом нелинейности показателя преломления (этот механизм важен и в рассматриваемом случае) изменением диэлектрической проницаемости во времени можно пренебрегать, если интенсивность воздействующего излучения I меньше некоторого предельного значения $I_{\text{гр}}$ (для рассматриваемых в работе условий $I_{\text{гр}} \geqslant 10$ ГВт/см^2). При этом уравнение для комплексной амплитуды $A(z, r, t)$, которая связана с I ($I=(cn/8\pi)|A|^2$, c — скорость света, n — показатель преломления), имеет вид

$$2ik_0\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{n_0}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A+\Delta_\perp A+\frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon-n_0^2)=0,$$

$$\Delta_\perp=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right). \qquad (1)$$

Здесь $k_0=(\omega/c)n_0$, ω — круговая частота электромагнитной волны, а диэлектрическая проницаемость среды — комплексная величина $\varepsilon=(n+i\varkappa)^2$, $\varkappa=(k_\nu c)/(2\omega)$, k_ν — коэффициент поглощения.

Поглощение излучения HF лазера парами воды происходит на колебательно-вращательных переходах полос $0\to\nu_1$, $0\to 2\nu_2$, $0\to\nu_3$ (ν_1, ν_2, ν_3 — нормальные частоты симметричных, деформационных и асимметричных колебаний H_2O). При этом изменяются как действительная, так и мнимая части диэлектрической проницаемости. Поэтому для решения (1) необходимо задать определенную модель среды и определить основные механизмы изменения ε. Будем рассматривать среды, состоящие из газов H_2O, N_2, O_2. Комплексная диэлектрическая проницаемость газовой среды ε, как известно, связана с поляризуемостью молекул [5]

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi\rho N_A}{\mu}\alpha,$$

где ρ — плотность, μ — молекулярный вес смеси, N_A — число Авогадро, α — поляризуемость молекул среды.

При поглощении излучения на некотором переходе $m \to n$ можно выделить резонансную α_{mn} и нерезонансную α_N части поляризуемости [5]

$$\alpha = \alpha_{mn} + \alpha_N.$$

Для рассматриваемого диапазона длин волн

$$\alpha_N = \sum_{i=1}^{3}(\alpha_0^i + \alpha_V^i)\gamma_i,$$

где α_0 — нерезонансная молекулярная поляризуемость среды при невозбужденном внутреннем движении молекул, α_V характеризует вклад в нерезонансную часть поляризуемости колебаний молекул, γ_i — молярная доля i-го компонента смеси ($i=1$ — H_2O, 2 — N_2, 3 — O_2). В этом случае

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi\rho N_A}{\mu}\,\mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{3}(\alpha_0^i + \alpha_V^i)\gamma_i + \alpha_{mn}\right].$$

Изменение показателя преломления ($\delta n = n - n_0$) при этом будет определяться соотношением

$$\delta n = \frac{\delta\rho}{\rho_0}(n_0 - 1) + \frac{2\pi\rho_0 N_A}{\mu}\,\mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{3}\delta\alpha_V^i\gamma_i + \delta\alpha_{mn}\right].$$

В работе рассматриваются случаи, когда $\delta\alpha_{mn} \ll \sum_{i=1}^{3}\gamma_i\delta\alpha_V^i$, а изменение плотности определяется только тепловыми эффектами при поглощении.

Пусть длительность импульса воздействующего излучения удовлетворяет условию

$$\max(\tau_{RT},\ \tau_{VV}) < \tau_u \ll \min(\tau_T,\ \tau_K,\ \tau_A),$$

где τ_{RT} и τ_{VV} — характерные времена вращательно-поступательной R—T-релаксации и внутримодового колебательно-колебательного V—V-обмена в молекуле H_2O; τ_T, τ_K и τ_A — времена теплопроводности, конвекции и диффузии.

Пусть также время индуцированных переходов τ_I существенно больше τ_{RT} и τ_{VV}. В этом случае для определения изменения состояния среды во времени справедлива следующая система уравнений [6]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{n_0 - 1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{2\pi\rho_0 R}{\mu K}\sum_i\gamma_i\sum_j\frac{q_j}{h\nu_j a_j^2}(K_j + 3L_j + 2\varepsilon_j L_j)\frac{\partial\varepsilon_j}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2\Delta_\perp\right)\frac{\partial}{\partial t}\delta\rho = (x - 1)\,\Delta_\perp\left[k_\nu I - \frac{\rho_0 R}{\mu K}\sum_i\sum_j h\nu_j\frac{\partial\varepsilon_j}{\partial t}\gamma_i\right], \tag{3}$$

$$\rho_0 C_V\frac{\partial\delta T}{\partial t} - \frac{R}{\mu}T_0\frac{\partial\delta\rho}{\partial t}\left[k_\nu I - \frac{\rho_0 R}{\mu K}\sum_i\sum_j h\nu_j\frac{\partial\varepsilon_j}{\partial t}\gamma_i\right], \tag{4}$$

$$\frac{\partial\varepsilon_j}{\partial t} = \frac{l_j}{\tau_I} + f_j,$$

$$\tau_I = \frac{\rho_0 h\nu_I\gamma_1 R}{k_{\nu_j} I\mu K},\quad \varepsilon_j = y_j(1 - y_j)^{-1},\quad p = \frac{\rho RT}{\mu},$$

$$C_V=\frac{R}{\mu}\left(\frac{5}{2}+\frac{\gamma_1}{2}\right);\ \varkappa=\frac{C_V+R/\mu}{C_V},\ \ c_0=\sqrt{\varkappa\frac{p_0}{\rho_0}},$$

$$\delta\rho=\rho-\rho_0,\ \delta T=T-T_0;\ k_\nu=\sum_j k_{\nu_j},$$

$$K_j=\left(\frac{\partial\mu}{\partial Q_j}\right)_0^2+\frac{h\nu_j}{2}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial Q_j^2}\right)_0,\ \ L_j=\frac{1}{8a_j^2}\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial Q_j^2}\right)_0^2,$$

$$k_{\nu_j}=\frac{\lambda_{mn}^j}{8\pi^{3/2}}\sqrt{\frac{\mu_1}{2RT}}\ A_{mn}^j\frac{\rho}{\mu}\frac{g_m^j}{Z_m^j}\left[\exp\left(-\frac{E_{j'}}{kT}\right)-y_j\frac{Z_m^j}{Z_n^j}\exp\left(-\frac{E_{j''}}{kT}\right)\right]H_j(\nu_I),$$

$$Z_q=\prod_{i=1}^{3}(1-y_i)^{-1}2\sqrt{\frac{\pi T^3}{A_qB_qC_q}},\ \ q=m,\ n. \tag{5}$$

Здесь ρ, p, T — плотность, давление, температура смеси; $y_j=\exp(-h\nu_j/KT_j)$, где ν_j — нормальная частота, T_j — локальная колебательная температура j-го колебания, g_j — кратность его вырождения, h — постоянная Планка, K — постоянная Больцмана; $a_j=2\pi\sqrt{m_j\nu_j/h}$, где m_j — приведенная масса j-го осциллятора ($j=1$, 2, 3 соответствуют симметричному, деформационному и асимметричному типам колебаний H_2O, а $j=4$, 5 — колебаниям молекул N_2 и O_2); l_j — число колебательных квантов, приобретаемых модой j при индуцированных переходах; f_j — член, характеризующий изменение числа колебательных квантов в моде j вследствие процессов междумодового V—V'-обмена и колебательно-поступательной релаксации (конкретный вид f_j для смеси H_2O—N_2—O_2 приведен в [1]); k_{ν_j} — коэффициент поглощения излучения с частотой V_I на колебательно-вращательном переходе $m\to n$ j-й моды; λ_{mn} — длина волны излучения в центре линии этого перехода; A_{mn} — коэффициент Эйнштейна; g_m — кратность вырождения состояния m; $E_{j'}$ и $E_{j''}$ — вращательные энергии молекулы H_2O в состояниях m и n; A_q, B_q, C_q — вращательные постоянные молекулы H_2O; $H(\nu_I)$ — функция Фойхта; R — универсальная газовая постоянная. Коэффициенты $((\partial\mu)/(\partial Q_j))_0^2$, $((\partial^2\alpha)/(\partial Q_j^2))_0$ и $((\partial j\mu)/(\partial Q_j^2))_0^2$ определяют вклад молекулярных колебаний в поляризуемость и гиперполяризуемость молекул среды [7].

Система уравнений (1)—(5) является замкнутой относительно переменных A, T, ρ, n, ε_j. В общем случае решение этой системы уравнений возможно только численными методами. При этом основной трудностью является необходимость вычисления высокочастотных осцилляций фазы и амплитуды в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, при интегрировании уравнения (1). Преобразование комплексной амплитуды A, основанное на точном аналитическом решении для гауссовых пучков, распространяющихся в однородной среде с постоянным коэффициентом поглощения, позволяет ограничиться вычислением изменения амплитуды и фазы электромагнитной волны, обусловленных только нелинейными эффектами [8]. Этот метод и использовался в данной работе. При этом удобно ввести новые переменные

$$r'=r/a\sqrt{D},\ t'=\frac{t-\frac{zn_0}{c}}{\tau_u},$$

$$z'=\operatorname{arctg}\left[z\left(\frac{1}{k_0a^2}+\frac{k_0a^2}{f}\right)\right]+\operatorname{arctg}\frac{k_0a^2}{z},$$

$$D=\left(\frac{z}{k_0a^2}\right)^2+\left(1-\frac{z}{f}\right)^2,$$

где a — характерный начальный радиус пучка, f — радиус кривизны фазового фронта.

В новых переменных уравнения (1), (3)—(5) примут вид (штрихи далее опускаем)

$$2i\frac{\partial A_1}{\partial z}+\Delta_\perp A_1+A_1\left[Dk_0^2a^2\left(\frac{\varepsilon}{n_0^2}-1\right)+2-r^2\right]=0, \tag{6}$$

$$\square\Psi=\frac{\tau_u^2(\varkappa-1)}{a^2D}\Delta_\perp Q_V, \tag{7}$$

$$\rho_0C_V\frac{\partial\delta T}{\partial t}-\frac{R}{\mu}T_0\Psi=Q_V, \tag{8}$$

$$\frac{\partial\varepsilon_j}{\partial t}=\frac{\tau_u l_j}{\tau_I}+\tau_u f_j,$$

$$A_1=A\sqrt{D}\exp\left\{-i\left[\frac{zr^2}{2a^2Dk_0}-\operatorname{arctg}z\right]\right\},$$

$$\square=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{c_0^2\tau_u^2}{a^2D}\Delta_\perp,\quad \Psi=\frac{\partial\delta\rho}{\partial t},$$

$$Q_V=\tau_u k_\nu I-\frac{\rho_0 R}{\mu k}\sum_i\sum_j h\nu_i\frac{\partial\varepsilon_j}{\partial t}\gamma_j. \tag{9}$$

Уравнение (2) при этом свой вид не меняет. Будем рассматривать распространение только гауссовых пучков с плоским фазовым фронтом и прямоугольной формой импульса по времени (далее, где возможно, штрихи опускаем)

$$A_1(z=0,\ r,\ t)=A_0\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{2}\right).$$

Для таких пучков должны выполняться следующие начальные и граничные условия:

$$A_1(z,\ r,\ t=0)=0,\ T(z,\ r,\ t=0)=T_0,$$

$$\varepsilon_j(z,\ r,\ t=0)=\varepsilon_{j0},$$

$$\Psi(z,\ r,\ t=0)=0,\ \frac{\partial\Psi}{\partial t}(z,\ r,\ t=0)=0,\ \rho(z,\ r,\ t=0)=\rho_0,$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial r}(z,\ r=0,\ t)=0,\ \frac{\partial A_1}{\partial r}(z,\ r=0,\ t)=0,$$

$$\Psi(z,\ r=R_a,\ t)=0,\ T(z,\ r=R_a,\ t)=T_0,$$

$$\varepsilon_j(z,\ r=R_a,\ t)=\varepsilon_{j0},\ A_1(z,\ r=R_at)=0,$$

где $R_a=4$, $\varepsilon_{j0}=\varepsilon_j(T_0)$.

Совместное решение уравнений (6)—(9) с учетом (2) проводилось итерационным методом. При численном интегрировании уравнения (6), так же как и в [8], на каждом шаге по z (h_z) применялось преобразование

$$A_2=A_1\exp\left\{\frac{h_z i}{4}\left[r^2-2-Dk_0^2a^2\left(\frac{\varepsilon}{n_0^2}-1\right)\right]\right\}.$$

Использовались безусловно устойчивые симметричные неявные разностные схемы второго порядка точности [9]. Необходимые для расчетов константы скоростей $V—V'$- и $V—T$-процессов и молекулярные постоянные были взяты такими же, как и в [1].

Рассмотрим сначала некоторые общие закономерности распространения импульса излучения в поглощающей газовой среде. При нестационарном самовоздействии характер распространения излучения определяется не только соотношением между характерными линейными размерами — длиной поглощения L_ν $(L_\nu=k_\nu^{-1})$, дифракционной длиной L_D $(L_D=k_0a^2)$ и фокусным расстоянием формирующейся в канале луча линзы L_F (как при стационарной фокусировке), но и характерными временами, определяющими зависимость $\delta n(t)$. В данной задаче — это время индуцированных переходов τ_I, время релаксации поглощенной энергии τ_p и время распространения акустических возмущений поперек пучка $\tau_з$ ($\tau_з=a/c_0$). Наиболее интересный случай $\tau_I < \tau_р$. В зависимости от соотношения между этими временами можно выделить два характерных случая нестационарной самофокусировки $\tau_р \ll \tau_з$ и $\tau_р \gg \tau_з$. В первом случае формирование фокусирующей линзы в канале луча обусловлено изменением поляризуемости среды вследствие возбуждения колебаний молекул смеси со скоростью τ_I^{-1}, а во втором также и изменением плотности среды при распространении возмущений, обусловленных неоднородным изменением температуры по радиусу луча [6].

Охлаждение газа в канале луча для гауссовых пучков приводит к формированию фокусирующей линзы, а нагрев — дефокусирующей. Лишь при $t \ll \tau_з$ и нагреве возможно существование области с $\delta n > 0$, появление которой

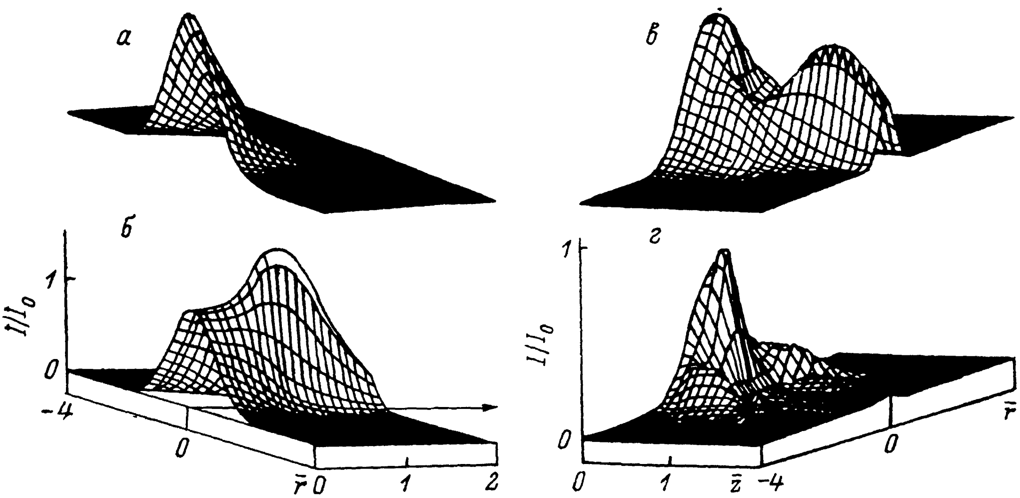

Рис. 1.

обусловлено изменением поляризуемости молекул среды вследствие возбуждения молекулярных колебаний H_2O.

Уменьшение поступательной температуры при поглощении излучения с $\lambda \simeq 2.8$ мкм в средах, содержащих пары воды, возможно только при выполнении условия $E_{j''}-E_{j'}+h\Delta\nu < 0$, где $E_{j''}$ и $E_{j'}$ — вращательные энергии верхнего и нижнего состояний поглощающего перехода, $\Delta\nu=\nu_I-\nu_{mn}$ [1]. Глубина охлаждения изменяется с течением времени, а при $t \gg \tau_р$ охлаждение сменяется нагревом.

Рассмотрим динамику распространения излучения HF лазера в однородной среде $H_2O—N_2—O_2$, близкой по составу к влажной атмосфере.

Динамику самофокусировки во времени и пространстве для случая $\tau_р \ll \tau_з$ иллюстрирует рис. 1, *а—г*, на котором для излучения с $\nu_I=3645.28$ см$^{-1}$ (линия $P7$ [1—0] HF лазера) и $I_0=100$ МВт/см^2 при $a=2$ см ($L_D=976.2$ м), распространяющего в смеси $H_2O—N_2—O_2=0.01 : 0.79 : 0.2$ с $T_0=300$ K, $p_0=10$ КПа, показаны распределения $I/I_0=f(\bar{r}, \bar{z})$, $\bar{r}=r/a$, $\bar{z}=z/L_D$, в различные моменты времени $\bar{t}=t/\tau_р$ (соответственно $\bar{t}=0$, 4.5, 5.7, 8.1). При указанных условиях $\tau_р=1$ мкс, $\tau_I=1.2$ мкс, $\tau_з=57.4$ мкс, $L_\nu=702$ м. Рассматриваемое монохроматическое излучение поглощается на переходе 000 (4_{32}) $\to$ 001 (4_{13}) молекулы H_2O ($\nu_{mn}=3645.37$ см$^{-1}$), для него $E_{j''}-E_{j'}+h\Delta\nu < 0$, т. е. поглощение излучения сопровождается временным охлаждением среды. Из представленных распределений видно, что при $\bar{t}=4.5$ максимальное значение I достигается при $\bar{z}=1$, хотя вследствие дифракционного расплывания и поглощения величина интенсивности с увеличением z должна уменьшаться. В результате самофокусировки величина I в сечении $\bar{z}=1$ при $\bar{r}=0$ увеличилась в 3 раза. При $\bar{t} > 4.5$ вследствие нагрева среды на оси пучка в сечениях с $\bar{z} < 1$ формируется область с $\delta n < 0$, в то же время при $\bar{z} \gg 1$ в канале луча еще существует фокусирующая линза, поэтому при $\bar{t}=5.7$ максимальное значение I на оси пучка достигается уже в сечении $\bar{z}=1.5$, а при $\bar{z}=1$ величина I уменьшается. При $\bar{t}=5.7$ область с $\delta n<0$ распространяется на большие $\bar{z}$, при $\bar{t}=8.1$ интенсивность на оси резко уменьшается по всей длине трассы ($\bar{z}=2$) вследствие теплового расплывания луча.

При $\tau_з \leqslant \tau_p$ динамика распространения импульса существенно меняется. На рис. 2, *а*, *б* показано изменение величин I/I_0 и $\delta n/n_0$ соответственно по $\bar{r}$ и $\bar{z}$ в различные моменты времени: $\bar{t}=0.3$ (сплошные линии), 1 (штриховые), 1.5

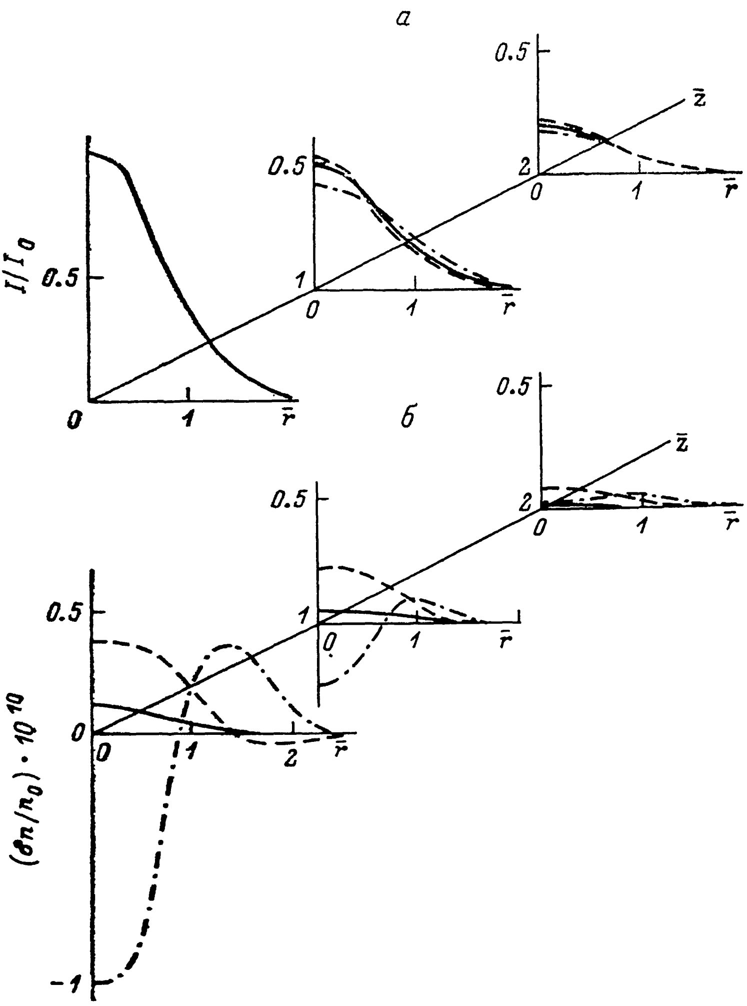

Рис. 2.

(штрихпунктир) для случая $\tau_p \simeq \tau_з$. При тех же значениях ν_I, I_0, a, что и прежде (изменение τ_p моделировалось изменением давления $p_0=0.25$ КПа, $\tau_p=40.7$ мкс, $\tau_I=50.1$ мкс, $L_\nu=1100$ км), основную роль в формировании фокусирующей линзы играет изменение плотности среды, обусловленное охлаждением паров воды при поглощении излучения. Вследствие небольшой величины охлаждения, а следовательно, и δn самофокусировка в этом случае проявляется слабее, чем при $\tau_з \gg \tau_p$. Нагрев среды (здесь он начинает сказываться на δn уже при $t \approx \tau_p$), как и при $\tau_p \ll \tau_з$, приводит к появлению области с $\delta n<0$, уменьшению интенсивности на оси и формированию кольцевой структуры пучка.

Для излучения, поглощаемого на переходах с $E_{j''}-E_{j'}+h\nu>0$, при $\tau_p \geqslant \tau_з$ в канале луча очень быстро формируется дефокусирующая линза и кольцевая структура пучка образуется уже при $t \geqslant 0.3\tau_з$. Это иллюстрирует рис. 3, *а*, *б*, на котором показано изменение I/I_0 и $\delta n/n_0$ по $\bar{r}$ и $\bar{z}$ при $\bar{t}=0.3$ (сплошные линии), 1 (штриховые), 1.5 (штрихпунктир) при распространении излучения с $\nu_l = 3264.98$ см$^{-1}$, $I_0 = 1.1$ ГВт/см^2 ($a = 2$ см), поглощаемого на переходе 000 (4_{23}) $\rightarrow$ 020 (5_{14}), ($\nu_{mn} = 3265.09$ см$^{-1}$ и $E_{j''} - E_{j'} + h\Delta\nu > 0$) H_2O, в среде H_2O—N_2—O_2 = 0.01 : 0.79 : 0.2 с $T_0 = 300$ К и $p_0 = 0.25$ КПа (значение I_0 выбрано из условия равенства τ_I в этом и предыдущем случаях). Здесь $L_D = 976.2$ м, $L_\nu = 1.3 \cdot 10^4$ км и $\tau_p = 40.4$ мкс. Поскольку $L_\nu \gg L_D$, то ясно, что уменьшение интенсивности на оси пучка при $t > 0.3\ \tau_p$ обусловлено только дефокусировкой воздействующего излучения.

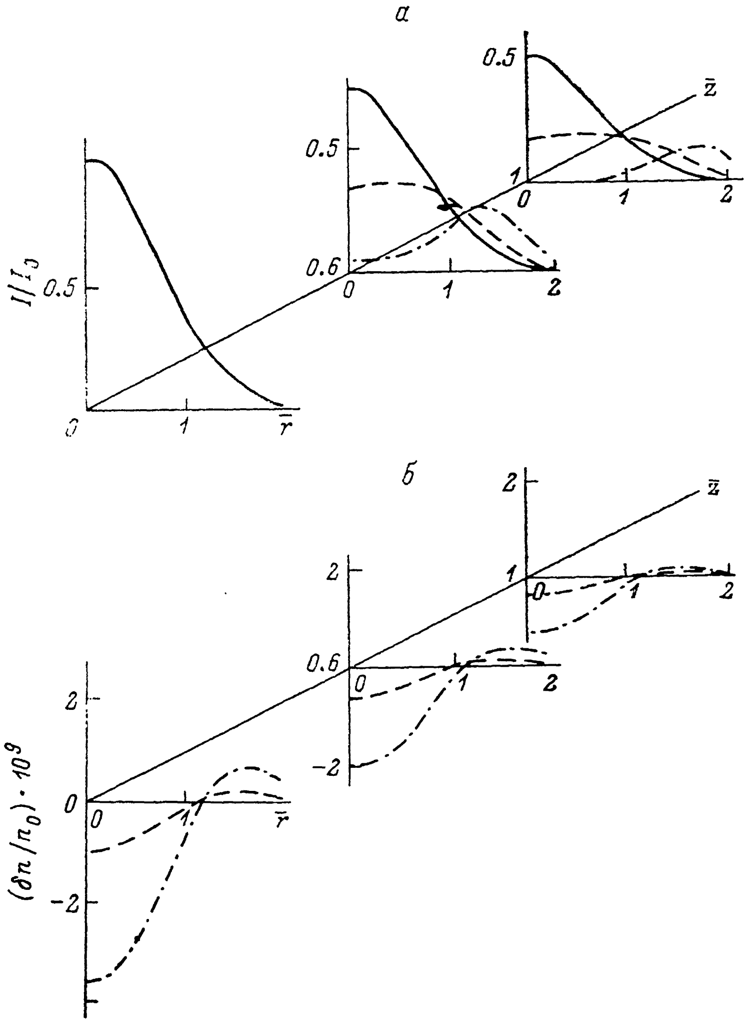

Рис. 3.

Рассмотрим теперь влияние радиуса пучка на характер изменения интенсивности на оси. Увеличение a приводит, во-первых, к росту $\tau_з$, а следовательно, к меньшему влиянию изменения плотности среды на динамику фокусировки и, во-вторых, к увеличению L_D, т. е. при этом же значении длины фокусировки L_F (она от радиуса пучка не зависит) влияние дифракции скажется на бо́льших расстояниях по длине трассы. На рис. 4 показано изменение величины I/I_0 ($\bar{t}$) в сечениях горизонтальной трассы $\bar{z} = 0.5$ (штриховые линии), 1 (сплошные) при распространении излучения с $\nu_l = 3264.98$ см$^{-1}$, $I_0 = 100$ МВт/см^2 в среде с $p_0 = 10$ КПа, $T_0 = 300$ К, $\gamma_1 = 0.01$, $\gamma_3 = 0.02$ для трех значений $a = 1$, 2, 4 см соответственно $L_D = 0.205$ (*1*), 0.82 (*2*), 3.3 км (*3*). Здесь $\tau_p \simeq 1$ мкс и для всех $\tau_з \gg \tau_p$.

Видно, что, изменяя апертуру пучка, можно смещать вдоль направления распространения сечение, в котором достигается максимальная плотность мощности на оси пучка. Так, если при $a=1$ и 2 см наибольшее значение I/I_0 при $\bar{t}=2$—2.5 достигается в сечении $\bar{z}=0.5$, то при $a=4$ см в сечении $\bar{z}=1$.

Расчеты показали, что этого эффекта можно также достигнуть, изменяя интенсивность воздействующего излучения. Это позволяет осуществлять управление динамикой самовоздействия с целью уменьшения потерь энергии на рассеяние и получения максимальной плотности мощности в заданном сечении трассы.

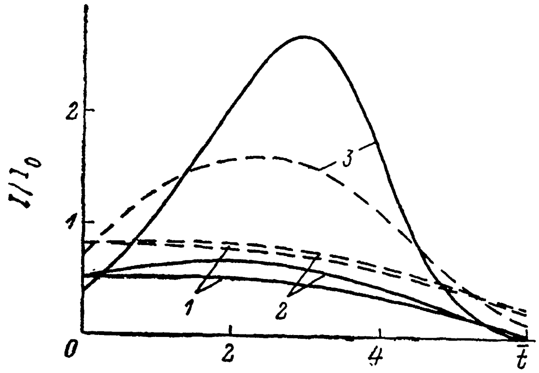

Рис. 4.

Список литературы

[1] *Левин В. А., Сорокин А. А., Старик А. М.* // Квантовая электрон. 1988. Т. 15. № 7. С. 1348—1356.
[2] *Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В.* // УФН. 1967. Т. 93. № 1. С. 19—70.
[3] *Луговой В. П., Прохоров А. М.* // УФН. 1973. Т. 111. С. 203—247.
[4] *Левин В. А., Сорокин А. А., Старик А. М.* // ДАН СССР. 1987. Т. 293. № 6. С. 1364—1368.
[5] *Бутылкин В. С., Каплан А. Е. Хроногуло Ю. Г., Якубович Е. И.* Резонансные взаимодействия света с веществом. М.: Наука, 1977.
[6] *Левин В. А., Сорокин А. А., Старик А. М.* // ДАН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1070—1077.
[7] *Pandley P. K. K., Santry D. D.* // J. Chem. Phys. 1980. Vol. 13. N 6. P. 2899—2901.
[8] *Стробен Д.* Распространение лазерного пучка в атмосфере. М.: Мир, 1981. 414 с.
[9] *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
Институт механики

Поступило в Редакцию
8 января 1990 г.
В окончательной редакции
14 августа 1990 г.