

04; 09

© 1991 г.

**ПРИЭЛЕКТРОДНЫЕ СЛОИ  
В САМОСТОЯТЕЛЬНОМ ВЧ РАЗРЯДЕ  
СРЕДНЕГО И ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ**

A. С. Смирнов, Л. Д. Цендин

На основании усредненного уравнения движения ионов анализируются приэлектродные слои самостоятельного ВЧ разряда при средних и высоких давлениях, когда движение заряженных частиц определяется их подвижностями, а энергия — локальным мгновенным значением электрического поля. Получены приближенные выражения для концентрации ионов и толщины слоя в  $\alpha$ - и  $\gamma$ -режимах горения разряда. Рассчитана вольт-амперная характеристика приэлектродных слоев в широком диапазоне плотностей тока. Полученные характеристики слоев сравниваются с результатами численных расчетов и имеющимися экспериментальными данными.

В работе [1] на основе выведенных в [2] усредненных уравнений переноса ионов проанализированы свойства приэлектродных слоев несамостоятельного емкостного ВЧ разряда при средних и высоких давлениях. В данной работе рассматривается более интересный с практической точки зрения самоподдерожающийся ВЧ разряд.

Так же как в [1, 2], ограничимся рассмотрением разряда при средних и высоких давлениях, когда концентрация ионов  $n_i = n$  не меняется за период, функция распределения электронов определяется локальными мгновенными значениями электрического поля, движение заряженных частиц определяется их подвижностями, а ионным током в слое и током смещения в объеме плазмы можно пренебречь

$$\tau_p^{-1}, \tau_e^{-1} \ll \omega \ll v_e, v_i, xv_e, \tau_e^{-1}. \quad (1)$$

Здесь  $\omega$  — частота ВЧ поля;  $v_e, v_i$  — частота столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами;  $x$  — доля энергии, теряемая электроном за одно столкновение;  $\tau_{e,i} = (4\pi ne\mu_{e,i})^{-1}$  — максвелловские времена;  $\mu_{e,i}$  — подвижность электронов и ионов;  $\tau_p$  — время жизни заряженных частиц в плазме. При этом профиль электронной концентрации имеет резкую границу (ширина ее порядка дебаевского радиуса), которая движется, как показано на рис. 1, *a*, и в определенные моменты времени касается электрода. Ионный же профиль  $n(x)$  определяется уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D(n) \frac{\partial n}{\partial x} + Vn \right) = \langle I \rangle - \langle R \rangle, \quad (2)$$

где

$$D(n) = \mu_i \left( \frac{T_e}{e} + \frac{j_0^2}{8\pi e^3 \mu_e^2 n^3} \right) = D_a + D_h, \quad (3)$$

— эффективный коэффициент диффузии,

$$V = \mu_i \frac{4j_0}{\omega} (\sin z - z \cos z) = \mu_i \bar{E}(z) \quad (4)$$

— скорость движения ионов в усредненном поле пространственного заряда  $E(z)$ ;  $\langle I \rangle, \langle R \rangle$  — усредненные за период ионизация и рекомбинация в слое.

При этом предполагается, что внешняя цепь задает плотность разрядного тока  $j = -j_0 \sin \omega t$ . Положение границы электронного профиля  $x(z)$  определяется уравнением [1]

$$\sin z \frac{dz}{dx} = \frac{e\omega}{j_0} n. \quad (5)$$

В каждой точке слоя части времени имеет место квазинейтральность  $n_e = n_i = n$  (плазменная фаза заштрихована на рис. 1, б), когда ток переносится электронами. В остальное время электроны в слое отсутствуют (фаза объемного заряда) и доминирует ток смещения. Поэтому можно выделить два основных механизма ионизации в приэлектродных слоях: ионизация в плазменной фазе  $I_1$  и ионизация в фазе объемного заряда  $I_2$  электронами, которые выбиваются

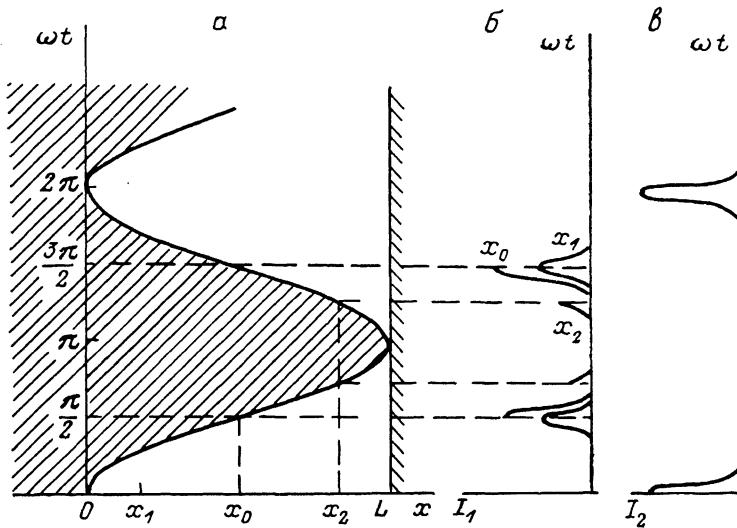


Рис. 1.

из электрода за счет  $\gamma$ -процессов [3]. Рассмотрим вначале случай, когда преобладает ионизация в плазменной фазе  $I_1$  ( $\alpha$ -разряд [4]).

Будем считать, что условия (1) выполняются и в плазме, и в слое и воспользуемся обычной аппроксимацией для коэффициента ионизации [3]  $\alpha = A \exp(-B/E)$ . Тогда

$$I_1(x, t) = \alpha \Gamma_e = A n_e \mu_e E(x, t) e^{-\frac{B}{E(x, t)}}, \quad (6)$$

где  $\Gamma_e$  — поток электронов.

Поскольку в плазменной фазе электрическое поле связано с концентрацией через закон Ома  $j = n_e e \mu_e E$ , то выражение (6) можно переписать в виде

$$I_1(x, t) = A \frac{j_0}{e} \sin \omega t \exp\left(-\frac{n}{n_0} \frac{1}{\sin \omega t}\right), \quad (7)$$

где  $n_0 = (e \mu_e B / j_0)^{-1}$ .

В  $\alpha$ -режиме ионная концентрация монотонно убывает от границы плазмы к электроду. Действительно, если концентрация в слое возрастает до  $n > n_p$ , то интенсивность ионизации в соответствии с (7) резко уменьшится и концентрация будет падать из-за рекомбинации и выноса ионов на электрод. Экспоненциальный рост  $I_1$  при  $n < n_p$  позволяет пренебречь рекомбинацией в слое. Очевидно, что ионизация  $I_1$  отлична от нуля лишь в плазменной фазе и экспоненциально возрастает с ростом мгновенного значения разрядного тока. Зависимость  $I_1(t)$  схематически показана на рис. 1, б для трех различных точек слоя. Для  $x < x_0$ , соответствующего  $z < \pi/2$ ,  $I_1$  максимальна, когда максимальен разрядный ток. При  $x > x_0$  ( $z > \pi/2$ ) в момент максимума тока электроны отсутствуют, поэтому максимум ионизации смешается до  $\omega t = z$ . Из-за сильной зави-

смости коэффициента ионизации от величины электрического поля величина  $I_1$  резко падает при  $x > x_0$ . Таким образом, в  $\alpha$ -режиме основная ионизация происходит вблизи границы плазма—слой  $0 < x < x_0$ . При  $n > n_0$  максимумы ионизации являются очень узкими, поэтому можно получить выражение для  $I_1$ , разложив показатель экспоненты вблизи максимума,

$$I_1 = \frac{A}{\pi} \frac{j_0}{e} \sqrt{\frac{2n_0}{n}} e^{-\frac{n}{n_0}} \operatorname{Erfc} \left[ \left( z(x) - \frac{\pi}{2} \right) \sqrt{\frac{n}{2n_0}} \right] - x < x_0, \quad (8)$$

$$I_1 = \frac{A}{\pi} \frac{j_0}{e} \sqrt{\frac{2n_0}{n}} \sqrt{\frac{\sin^3 z}{1 + \cos^2 z}} e^{-\frac{n}{n_0 \sin z (1 + \cos^2 z)}} \times \\ \times \operatorname{Erfc} \sqrt{\frac{n \cos^2 z}{2n_0 \sin z (1 + \cos^2 z)}} - x > x_0, \quad (9)$$

где  $\operatorname{Erfc}(x) = \int_x^\infty e^{-t^2} dt$ .

Выражение для средней скорости ионизации в плазме (при  $x < 0$ ) имеет вид

$$\langle I_1 \rangle = \frac{A}{\sqrt{\pi}} \frac{j_0}{e} \sqrt{\frac{2n_0}{n}} e^{-\frac{n}{n_0}} = \frac{n_p}{\tau_p} \frac{1}{\sqrt{1 - N}} e^{\frac{N}{N_0}}. \quad (10)$$

Здесь  $n_p$  — концентрация в однородном положительном столбе, где

$$\langle I(n_p) \rangle = \langle R(n_p) \rangle = \frac{n_p}{\tau_p}, \\ N = 1 - \frac{n}{n_p}, \quad N_0 = \frac{n_0}{n_p} \ll 1. \quad (11)$$

В плазме, где  $V=0$ , уравнение (1) можно проинтегрировать и получить выражения для диффузионного потока на границе слоя

$$\Gamma(n) = -D(n_b) \frac{dn}{dx} \Big|_{x=0} = \\ = \begin{cases} n_p \sqrt{\frac{D(n_p)}{\tau_p} \frac{N}{\sqrt{N_0}}} & \text{при } N_0 \gg N, \\ n_p \sqrt{\frac{2D_a}{\tau_p} N_0 \sqrt{1 - N + N_0}} e^{N/N_0} & \text{при } N > N_0, D = D_a, \\ n_p \sqrt{\frac{2D(n_p)}{\tau_p} N_0 (1 - N)^q} e^{N/N_0} & \text{при } N > N_0, D = D_h, \end{cases} \quad (12)$$

где  $q=5/2$  при  $(1-N) \gg N_0$  и  $q=3/2$  при  $(1-N) < N_0$ .

Для определения граничной концентрации  $n_b$  и толщины переходного слоя  $\delta$ , в котором происходит трансформация диффузионного потока, можно воспользоваться следующими соображениями: так как концентрация в слое не может сильно меняться из-за резкой зависимости от нее ионизации, то членом  $V(dn/dx)$  в (2) можно пренебречь. Условие трансформации потока можно записать в виде

$$\Gamma(n_b) = -D(n_b) \frac{dn}{dx} \Big|_{x=0} = n(\delta) V(\delta), \quad (13)$$

и так как изменение  $n$  в  $\delta$ -слое должно быть невелико, то можно в (13) заменить  $n(\delta)$  на  $n_b$ . При  $n \approx n_b$ ,  $z < 1$  из (4), (5) следует

$$V(x) = \frac{4}{3} \mu_i \frac{j_0}{\omega} \left( 2 \frac{e\omega}{j_0} n_b \right)^{3/2} x^{3/2}. \quad (14)$$

С другой стороны, на правой границе  $\delta$ -области рост дрейфового потока должен обеспечиваться ионизацией

$$n(\delta) \frac{dV}{dx} \Big|_{x=\delta} \approx n_b \frac{dV}{dx}(\delta) = \langle I_1(\delta) \rangle - \langle R(\delta) \rangle. \quad (15)$$

Подставляя в выражение для  $\langle I_1 \rangle$  (10) значение  $n(\delta) = n_b + (dn/dx)|_{x=0}$ , а также (10), (12) в (13), (15), можно получить систему уравнений для определения  $\delta$  и  $N_b$ . При  $N_b < N_0$  можно разложить экспоненту в выражении для  $\langle I_1 \rangle$  и, считая, что  $(dN/dx)\delta \ll N_b$  и  $n_b \approx n_p$ , получить выражения для  $\delta$  и  $N_b$

$$\delta = \frac{3}{2} \sqrt{D_p \tau_p N_0}, \quad (16)$$

$$N_b = 4N_0 e \mu_i n_p \tau_p \sqrt{3 \frac{e\omega}{j_0} n_p (N_0 D_p \tau_p)^{1/4}} = K_1 N_0. \quad (17)$$

Если потери частиц в плазме определяются рекомбинацией  $\tau_p^{-1} \simeq \beta n_p$ , то условие  $N_b < N_0$  сводится к

$$K_1 = 4 \sqrt{3} \frac{\mu_i}{\beta} \left( \frac{e^3 \omega}{j_0} \right)^{1/2} \left( \frac{N_0 D_p n_p}{\beta} \right)^{1/4} \ll 1. \quad (18)$$

При этом получается, что  $(dN/dx)\delta \sim N_b$ , т. е. изменение концентрации в переходном слое порядка возмущения на границе плазмы и формулы (16), (17) пригодно только для грубых оценок.

Если выполняется условие, обратное (18), то возмущение концентрации в плазме велико ( $N_b \gg N_0$ ). В этом случае пренебрегаем рекомбинацией в слое и, считая  $N(\delta) = N_b$ , получаем из (13), (15) систему уравнений для определения  $N_b$  и  $\delta$

$$n_p \sqrt{\frac{2D_p}{\tau_p} N_0} (1 - N_b)^{-q/2} e^{2N_b} = n_b \frac{4}{3} \mu_i \frac{j_0}{\omega} \left( 2 \frac{e\omega}{j_0} n_b \right)^{3/2} \delta^{1/2}, \quad (19)$$

$$2n_b \mu_i \frac{j_0}{\omega} \left( 2 \frac{e\omega}{j_0} n_b \right)^{3/2} \delta^{1/2} = \frac{n_p}{\tau_p} \frac{1}{\sqrt{1 - N_b}} e^{N_b N_0}, \quad (20)$$

где  $q = -1/2$  при амбиполярной диффузии и  $q = 5/2$  при высокочастотной.

Предполагается также, что  $1 - N_b \gg N_0$ . Решение этой системы можно написать в виде

$$N_b = N_0 \ln \left[ 2\tau_p \left( \mu_i - \frac{j_0}{\omega} \right)^{1/5} (1 - N_b)^{\frac{13-q}{5}} \left( 2 \frac{e\omega}{j_0} n_p \right)^{6/5} \left( \frac{9}{4} D_p N_0 \right)^{1/5} \right], \quad (21)$$

$$\delta = \left[ \frac{4}{9} \frac{D_p N_0 \omega}{\mu_i j_0} \left( 2 \frac{e\omega}{j_0} n_p \right)^{-3/2} (1 - N_b)^{-2-q} \right]^{2/5}. \quad (22)$$

При этом изменение концентрации в  $\delta$ -слое, согласно (12), (19), (22),

$$\frac{dN}{dx} \delta \approx \frac{\Gamma(n_b)}{n_p D} \simeq 3N_0 (1 - N_b)^{1/2-q} \sim N_0, \quad (23)$$

т. е. концентрация в переходном слое меняется мало, так что изменение скорости ионизации порядка единицы. Таким образом, формулы (21), (22) должны давать верные порядки величины результаты. Если параметр  $K_1$  настолько велик, что определенное по (21) значение  $N_b$  оказывается близким к единице и  $1 - N_b < N_0$ , то экспоненциальная зависимость ионизации от концентрации становится несущественной. Эта ситуация сходна с разобранным ранее случаем несамостоятельной ионизации [1].

В слое пространственного заряда можно пренебречь диффузией ионов по сравнению с их выносом на электрод в среднем электрическом поле. Кроме того, при  $z < \pi/2$  из-за экспоненциальной зависимости коэффициента ионизации от  $N$  концентрация меняется плавно, и, так же как и в переходном  $\delta$ -слое, здесь можно пренебречь членом  $V(dn/dx)$  в (2). Таким образом, уравнение (2) с учетом (4), (10) сводится к

$$\frac{4j_0}{\omega} n \mu_i z \sin z \frac{dz}{dx} = \frac{n_p}{\tau_p} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - N}} e^{\frac{N}{N_0}} - (1 - N)^2 \right] \quad (24)$$

и профиль концентрации определяется из решения системы (24), (5). При  $N < N_0 \ll 1$  выражение в правой части (24) можно разложить и, сохранив

только члены порядка  $N/N_0$  и положив  $n \approx n_p$ , получить выражение для профиля концентрации

$$z \approx \arccos \left[ 1 - \frac{e\omega}{j_{ci}} n_p x \right], \quad (25)$$

$$N = N_0 4e\mu_i n_p \tau_p z. \quad (26)$$

Если  $N_0 < N < 1 - N_0$ , то в правой части (24) можно пренебречь рекомбинацией. В этом случае профиль концентрации имеет вид

$$N = N_0 \ln [4e\mu_i n_p \tau_p (1 - N)^{1/2} z], \quad (27)$$

где  $z$  определяется из (25).

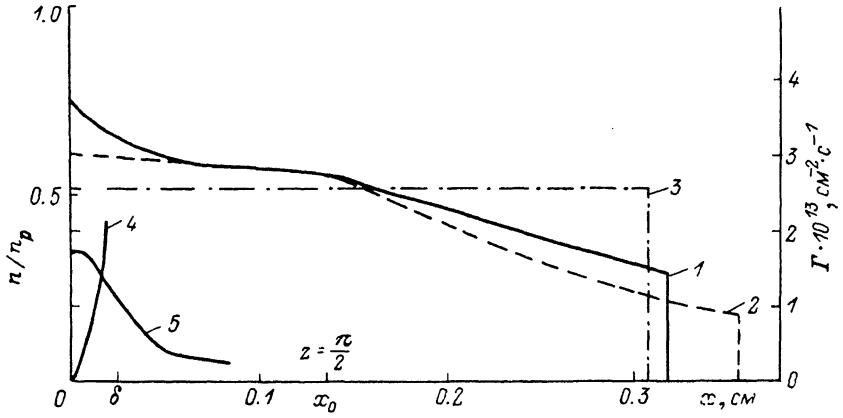


Рис. 2.

$N_2, p = 15$  Тор,  $\omega/2\pi = 13.56$  МГц,  $j_{ci} = 15$  мА/см<sup>2</sup>,  $K_1 = 2.2 \cdot 10^2$ ; 1 — численное решение (2); 2 — оценка по (27), (28); 3 — оценка по (30); 4 —  $\Gamma_V$ ; 5 —  $\Gamma_D$ .

При  $z > \pi/2$  интенсивность ионизации  $I_1$  резко спадает. Поэтому здесь можно воспользоваться решением, полученным для постоянного потока в слое [1],

$$n = \Gamma_1 \frac{\omega}{4j_{ci}\mu_0} \frac{1}{\sin z - z \cos z}, \quad (28)$$

$$\Phi(z) - \frac{\pi}{4} = \frac{e\omega^2 \Gamma_1}{4j_{ci}^2 \mu_0} (x - x_1), \quad (29)$$

где  $\Gamma_1$  — величина потока при  $z = \pi/2, x = x_1$ ,

$$\Phi(z) = \frac{z}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} \cos 2z \right) - \frac{3}{8} \sin 2z.$$

На рис. 2 приведен полученный таким образом профиль концентрации ионов в слое, а также профиль, полученный численным интегрированием уравнения (2). Там же приведены расчетные зависимости диффузационного и конвективного потоков от координаты. Как видно из рисунка, профили концентрации удовлетворительно совпадают. Отличие наблюдается в переходном  $\delta$ -слое, так как оценки основываются на грубом предположении о постоянстве концентрации в нем. Оценка толщины  $\delta$ -слоя, согласно (22) (рис. 2), дает значение, близкое к той точке, где конвективный поток становится равен диффузионному. При  $z > \pi/2$  численный расчет дает более высокую концентрацию. Это связано с наличием ионизации вблизи  $x_0$  при  $z > \pi/2$ , которая генерирует дополнительный поток ионов. Значения  $x_0$  ( $z = \pi/2$ ) из оценок (25) и численного расчета совпадают.

Более грубую оценку для параметров слоя можно получить, если предположить, как и в [5], что концентрация ионов в слое  $n$ , постоянна, хотя и не равна  $n_p$ , а  $I_1 = 0$  при  $z > \pi/2$  и определяется формулой (10) при  $z < \pi/2$ . Приравнивая усредненный поток ионов на стенку  $\int_0^L I_1 dx$ , получаем

$$n_s = n_0 \ln \left[ \frac{AB}{4\pi e} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{u_e}{\mu_i} \frac{1}{n_0} \left( \frac{n_0}{n} \right)^{1/2} \right] \equiv n_0 \ln \lambda. \quad (30)$$

Определенная таким образом концентрация и толщина слоя показаны на рис. 2 штрихпунктиром. Как видно, такая оценка дает значение толщины слоя, отличающееся от численного расчета на  $\sim 3\%$ , хотя и завышает на  $\sim 60\%$  концентрацию ионов у электрода и соответственно их поток на электрод.

Концентрация плазмы, а значит, и концентрация ионов в слое растут в  $\alpha$ -режиме примерно пропорционально току. Так как ток у электрода есть ток смещения, то толщина слоя, на которой поле у электрода экранируется объемным зарядом ионов, должна слабо зависеть от тока. Поле же в фазе объемного заряда пропорционально  $j_0$ , так что ионизация вторичными электронами  $I_2$  в этой фазе резко растет с током. При большом токе разряд переходит в  $\gamma$ -режим, когда доминирует  $I_2$ . В этом режиме максимум ионизации соответствует моменту максимального удаления электронов от электрода (рис. 1, б), когда максимально электрическое поле в слое. На плоскости  $x$ ,  $\omega t$  траектории электронов, родившихся в плазменной фазе (за счет ионизации  $I_1$ ) и в фазе объемного заряда (обусловленных  $I_2$ ), существенно различаются. Первые из них движутся по периодическим траекториям, не пересекающим электрод, а вторые сперва движутся в сильном поле от электрода [2]. Основная их часть рождается и достигает плазмы в моменты  $\omega t \approx 2\pi n$  и выносится на стенку в моменты времени  $\omega t \approx \pi(2n+1)$  в течение анодной фазы длительностью  $\Delta t = \sqrt{4\pi \omega \tau_i}$ , где  $\tau_i$  соответствует концентрации ионов у электрода (рис. 1, а). В  $\gamma$ -режиме объемный заряд на этих траекториях может оказаться существен [6]. При этом граница плазмы, отстоящая на  $\sim \omega \tau_i L$  от плоскости  $E(x, t) = 0$ , будет несколько отличаться от граничной периодической электронной траектории. Если  $(\omega \tau_i)^2 \omega \tau_i < 4\pi$ , то расстояние от граничной периодической траектории до границы плазмы превышает  $\omega \tau_i L$  в течение анодной фазы. При  $\omega \tau_i < 4\pi$  расстояние это больше  $\omega \tau_i L$  в течение всего четного полупериода.

Электронный поток определяется потоком ионов на электрод  $\Gamma_i(L, t) = -\Gamma_1(1 + \cos \omega t)$  и размножением вторичных электронов в слое. Таким образом, получаем из (6) выражение для  $I_2$

$$I_2(x, t) = \alpha \gamma \Gamma_1 (1 + \cos \omega t) \exp \left[ \int_x^L \alpha(x', t) dx' \right], \quad (31)$$

где  $\gamma \ll 1$  — коэффициент ион-электронной эмиссии.

Проинтегрировав (31) по времени и  $x$ , получаем выражение для среднего за период потока ионов в слое

$$\Gamma(x) = \frac{\gamma \Gamma_1}{\pi} \int_0^{x(x)} d(\omega t) (1 + \cos \omega t) \left[ \exp \int_{x_1(t)}^L \alpha(x') dx' - \exp \int_x^L \alpha(x') dx' \right], \quad (32)$$

где  $x_1(t)$  — положение границы электронного профиля (5).

У электрода ( $x=L$ ) поток должен быть равен  $\Gamma_1$ . Тогда из (32) следует

$$\int_0^\pi d(\omega t) (1 + \cos \omega t) e^{\int_{x_1}^L \alpha(x', t) dx'} = \frac{\pi}{\gamma} + 2. \quad (33)$$

Интеграл по времени в (33) может быть взят методом перевала

$$\frac{\exp \left[ \int_0^L \alpha_0 dx \right]}{\sqrt{\int_0^L \alpha_1 dx}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} + 2\sqrt{\pi}, \quad (34)$$

где

$$\alpha_0 = \alpha(x, 0) = A e^{-\frac{B}{\frac{4\pi j_e}{\omega} (1 - \cos z)}},$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial \cos \omega t} \Big|_{t=0} = \alpha_0 \frac{2\pi j_0}{\omega} \frac{B}{\left(\frac{4\pi j_0}{\omega}\right)^2 (1 - \cos z)^2}. \quad (35)$$

Простейшую оценку для параметров слоя можно получить из (34), предположив, что концентрация ионов в слое постоянна. Такое решение приведено в [5]. Для получения более точного решения уравнения (34) воспользуемся тем обстоятельством, что коэффициент ионизации  $\alpha$  экспоненциально зависит от электрического поля. Величина  $I_2$  в соответствии с (31) нарастает от электрода к плазме из-за экспоненциального размножения электронов, пока  $E(x, 0) \geq B$ . При  $E(x, 0) \leq B$  величина  $\alpha$  и соответственно  $I_2$  резко падают. Таким образом, ионизация вторичными электронами  $I_2$  сосредоточена в узкой области вблизи  $x=\Delta$ . При  $x > \Delta$  можно считать, что  $I_2=0$ , поток ионов на электрод постоянен и равен  $\Gamma_1$ , а профиль концентрации описывается выражениями (28), (29), полученными в [2].

Считая  $\Delta$  малым и подставляя (28), (29) и (35) в (34), получаем уравнение для определения  $\Gamma_1$

$$\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} F(\chi) = \ln \left[ \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} + \sqrt{\pi} \right) \frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} \chi F_1(\chi) \right], \quad (36)$$

где

$$\Gamma_0 = \frac{4j_0^2 \mu_i A}{e\omega^2}, \quad \chi = \frac{B\omega}{4\pi j_0},$$

$$F(\chi) = \int_0^\pi e^{-\frac{\chi}{1-\cos z}} \sin z (\sin z - z \cos z) dz =$$

$$= \begin{cases} \frac{3\pi}{4} & \text{при } \chi \rightarrow 0, \\ \pi \sqrt{\frac{2\pi}{\chi}} e^{-\frac{\chi}{2}} & \text{при } \chi \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (37)$$

$$F_1(\chi) = \int_0^\pi e^{-\frac{\chi}{1-\cos z}} \frac{\sin z (\sin z - z \cos z)}{(1 - \cos z)^2} dz = \begin{cases} \pi \left( \ln 4 - \frac{1}{2} \right) & \text{при } \chi \rightarrow 0, \\ \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{\chi}} e^{-\frac{\chi}{2}} & \text{при } \chi \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (38)$$

Графики функций приведены на рис. 3. Для определения места  $x=\Delta$ , где сосредоточена ионизация, найдем максимум  $I_2$ . Полагая в нулевом приближении  $\alpha=\alpha_0$  и дифференцируя (31), получаем

$$\alpha_0^2(\Delta) = \frac{d\alpha_0}{dE} \frac{dE}{dx}. \quad (39)$$

Подставляя (28), (29), (36) в (39), получаем уравнение для  $z_0=z(\Delta)$

$$e^{-\frac{\chi}{1-\cos z_0}} \frac{(1 - \cos z_0)^2 (\cos z_0 - z_0 \sin z_0)}{\chi \Gamma_1 / \Gamma_0} = 1. \quad (40)$$

Положение максимума ионизации  $\Delta$  по известному  $z_0$  определяется из (28), (29).

На рис. 4 приведены распределения концентрации ионов в слое и ионизации вторичными электронами  $I_2$ , полученные из численного решения уравнения (2). Параметры для расчета были выбраны такие же, как в [5]. Полученный профиль концентрации близок к приведенному в [6]. Небольшие различия могут быть связаны, по-видимому, с тем обстоятельством, что из-за вычислительных труд-

ностей расчетный профиль, полученный в [6] методом установления, отличается от стационарного. На этом же рисунке штриховой линией показано распределение концентрации ионов, которое следует из (28) с  $\Gamma_1$  (36), а также отмечено положение максимума концентрации  $\Delta$ , определенное из (40), (28), (29). Как видно из рисунка, различие значений концентрации у электрода и соответственно потока ионов на электрод  $\Gamma_1$ , полученных из оценок и точного решения, составляет  $\sim 20\%$ . Профиль концентрации правее максимума удовлетворительно описывается (28), (29), что соответствует постоянству потока в этой части слоя. Расстояние от электрода до максимума концентрации ( $x = \Delta$ ), а также значения  $z_0$ , полученные из оценок и численного расчета, близки, однако оценки

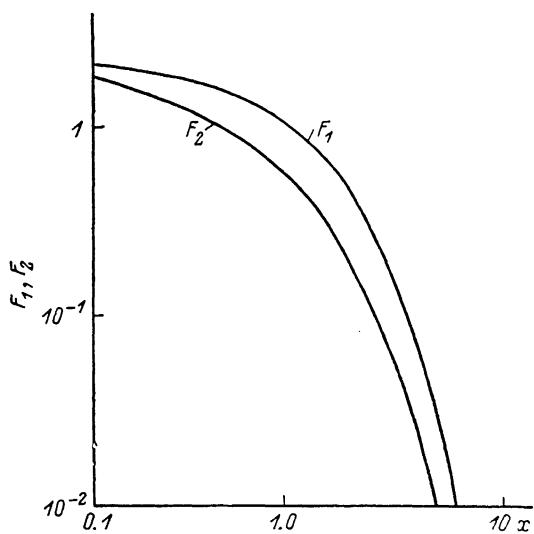


Рис. 3.

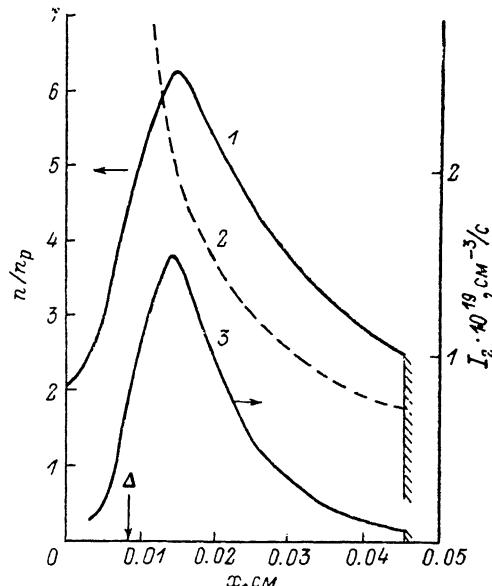


Рис. 4.

$N_2, p = 15$  Тор,  $\omega/2\pi = 13.5$  МГц,  $j_{in} = 240$  мА/см<sup>2</sup>; 1 — численное решение (2); 2 — оценки по (36); (28); 3 —  $I_2$ .

(40), (28), (29) дают более чем вдвое завышенное значение концентрации в максимуме ( $n(\Delta)/n_p \approx 14$ ). Такое расхождение связано с тем, что вблизи  $x = \Delta$  нарушаются предположение о постоянстве потока в слое, которое положено в основу оценок. Как видно из рис. 4, ширина профиля  $I_2$  составляет  $\sim 20\%$  от ширины слоя.

Рассмотрим формирование потока слева от  $x = \Delta$ . Проинтегрировав (32) по времени, получаем

$$\Gamma(x) = \frac{\gamma \Gamma_1}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{\exp \left( \int_0^L \alpha_0 dx' \right)}{\left( \int_0^L \alpha_0 dx' \right)^{1/2}} - \frac{\exp \left( \int_x^L \alpha_0 dx' \right)}{\left( \int_x^L \alpha_0 dx' \right)^{1/2}} \right], \quad (41)$$

где  $\alpha_0, \alpha_1$  определяются (35).

Это соотношение можно упростить, считая  $\Delta \ll L$ ,  $\int_0^\Delta \alpha_0 dx' \ll 1$ , разложив выражение в скобках и подставив (34)

$$\Gamma(x) = \frac{\gamma \Gamma_1}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp \left( \int_0^L \alpha_0 dx' \right)}{\left( \int_0^L \alpha_0 dx' \right)^{1/2}} \left[ \int_0^x \alpha_0 dx' - \frac{1}{2} \frac{\int_0^x \alpha_1 dx'}{\int_0^L \alpha_1 dx'} \right] \simeq \Gamma_1 \int_0^x \alpha_0 dx'. \quad (42)$$

При  $x=\Delta$  поток уже должен стать равным  $\Gamma_1$ , таким образом, из (42) следует

$$\int_0^\Delta \alpha_0 dx = 1. \quad (43)$$

Так как величина  $\alpha_0$  резко падает при приближении к границе плазма—слой, то интеграл (43) определяется в основном концентрацией ионов в точке  $x=\Delta$ . Таким образом, соотношение (43) можно использовать для оценки концентрации ионов в максимуме. Подставим (35) в (43) и получим

$$A \exp \left[ -\frac{B\omega}{4\pi j_0(1-\cos z_0)} \right] \frac{(1-\cos z_0)^2 \cdot 4\pi j_0^2}{B\omega^2 en} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{B\omega^2 en \Delta}{4\pi j_0^2 (1-\cos z_0)^2} \right) \right] \approx \frac{A}{2.7} j_0 \frac{(1-\cos z_0)}{\omega n} = 1. \quad (44)$$

При этом учтено, что показатель экспоненты в (44) при  $x \approx \Delta$  близок к 1. Значение  $z_0$  определяется (40). Оценка (44) дает для отношения концентраций

в максимуме к концентрации в плазме 4.0, что ближе к численному расчету, чем оценки по (40), (28), (29).

На рис. 5 приведена расчетная вольт-амперная характеристика высокочастотного разряда. При этом напряжение  $U$  считалось равным

$$U_s = \int_0^L E(x, 0) dx, \quad (45)$$

что при постоянной концентрации в слое соответствует амплитуде суммарного напряжения на двух симметричных слоях. Диапазон токов, в котором проведены расчеты, ограничен со стороны малых токов условием  $\omega t_e \sim 1$ . При этом становятся существенны токи смещения в положительном столбе плазмы. Со сто-

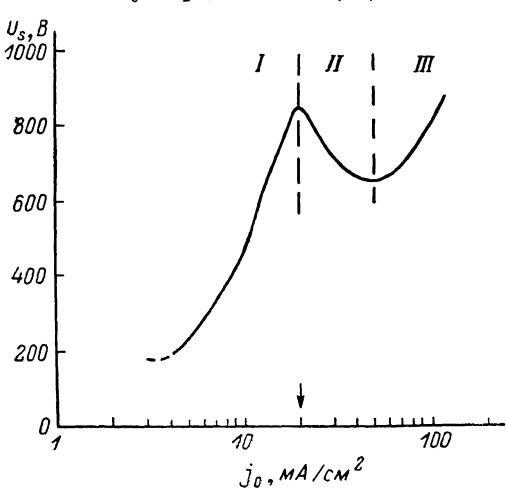


Рис. 5.

$N_2, p=15 \text{ Torr}, \omega/2\pi=13.56 \text{ МГц}.$

стороны больших токов ограничения связаны с тем, что концентрация в слое сильно возрастает с  $j_0$ , когда в слое становится  $\omega t_e \sim 1$  и необходимо учитывать ионную проводимость. Как видно из рисунка, вольт-амперную характеристику можно разбить на три области. Область I, где напряжение возрастает с током, соответствует  $\alpha$ -режиму горения разряда. В этом режиме толщина слоя практически не зависит от плотности тока разряда и концентрация ионов монотонно спадает от плазмы к электроду. Область II с падающей характеристикой соответствует  $\gamma$ -разряду. В этом режиме основная ионизация в слое происходит за счет электронов, выбитых из электрода в фазе объемного заряда. При этом концентрация ионов в слое имеет максимум, превышающий концентрацию в положительном столбе. Концентрация ионов в слое возрастает с ростом плотности тока, а толщина слоя уменьшается. Поэтому ВАХ является падающей. ВАХ в области III формируется так же, как аномальный разряд постоянного тока. Поле в фазе объемного заряда настолько велико, что  $\alpha$  перестает зависеть от  $E$ . Так как с ростом поля возрастает длина, на которой формируется распределение электронов, то в этой области становится существенна нелокальность, вторичные электроны создают значительную ионизацию в плазменной фазе и максимум концентрации смещается из слоя в плазму. При этом может формироваться парадеево темное пространство. Простая модель такого режима предложена в [7]. Нормальная плотность тока  $\gamma$ -разряда соответствует минимуму на вольт-амперной характеристике. Величина ее по порядку величины согласуется с наблюдавшейся экспериментально [8].

Рассмотрим переход от  $\alpha$ -к  $\gamma$ -режиму горения разряда. При малых плотностях тока электрическое поле в слое невелико, поэтому размножением электронов, выбитых из электрода, можно пренебречь. По мере роста тока увеличивается размножение вторичных электронов. Вначале оно существенно только вблизи электрода, где максимальное электрическое поле. При этом максимум  $I_2$  находится при  $x \gg \delta$  в области где поток ионов определяется дрейфом в электрическом поле пространственного заряда, а диффузия несущественна. В результате могут образоваться профили концентрации с минимумом. Очевидно, что разряд можно считать горящим в  $\gamma$ -режиме, когда генерация потока ионов за счет вторичных электронов превышает генерацию в плазменной фазе. Критерий перехода можно получить следующим образом. Считая, что  $I_1 \gg I_2$ , определим, используя (30), поток ионов на электрод  $\Gamma_1$ , затем определим, при каком токе размножение  $\gamma$ -электронов будет достаточным для формирования этого потока  $\Gamma_1$ . Для этого можно воспользоваться уравнением (36). Подставив (30) в (36), получаем уравнение для граничной плотности тока

$$\frac{A_2 \mu_e B_1}{\pi \omega \lambda} F(x) = \ln \left[ \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} + \sqrt{\pi} \right) \frac{A_2 \mu_e B_1}{\pi \omega \lambda} \chi F_1(\chi) \right]. \quad (46)$$

Здесь  $A_1, B_1$  — значения коэффициентов  $A$  и  $B$  при малых полях, соответствующих плазменной фазе;  $A_2, B_2$  — при больших полях, соответствующих фазе пространственного заряда. Значение граничной плотности тока, полученное из (41), показано на рис. 5 стрелкой. Как видно, оно соответствует максимуму на вольт-амперной характеристике, полученной из численного расчета, и граничной плотности тока для перехода из  $\alpha$ - и в  $\beta$ -разряд, полученной в [9]. Это значение граничного тока в свою очередь совпадает по порядку величины с экспериментальной границей существования  $\alpha$ -разряда [8].

Таким образом, анализ движения ионов в усредненных полях позволяет определить основные характеристики приэлектродных слоев емкостного ВЧ разряда при средних и высоких давлениях. Решение усредненных уравнений не требует больших затрат машинного времени и дает результаты, близкие к результатам полного численного моделирования [6]. Этот метод позволяет просто получить вольт-амперную характеристику разряда в широком диапазоне плотностей тока. Приведенные простые формулы позволяют получить оценки для параметров слоя, которые совпадают по порядку величины с результатами численных расчетов и имеющимися экспериментальными данными.

### Список литературы

- [1] Смирнов А. С., Цендин Л. Д. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 7. С. 56—61.
- [2] Цендин Л. Д. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 8. С. 53—58.
- [3] Райзвер Ю. П. Основы физики газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
- [4] Левитский С. М. // ЖТФ. 1957. Т. 27. Вып. 5. С. 970—975.
- [5] Смирнов А. С. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 1. С. 61—65.
- [6] Райзвер Ю. П., Шнейдер М. Н. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 4. С. 471—479.
- [7] Godyak V. A., Khanlou A. S. // IEEE Trans. 1986. Vol. PS-14. N 2. P. 112—123.
- [8] Яценко Н. А. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 5. С. 1195—1202.
- [9] Райзвер Ю. П., Шнейдер М. Н. // ТВТ. 1987. Т. 25. № 5. С. 1008—1009.

Ленинградский политехнический  
институт им. М. И. Калинина

Поступило в Редакцию  
1 июня 1990 г.