

## КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РАЗВИТИЯ ИОНИЗАЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В РЕЛАКСИРУЮЩЕЙ ПЛАЗМЕ ИНЕРТНОГО ГАЗА ПРИ МГД ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Р. В. Васильева, А. В. Ерофеев

Исследуется зависимость критического параметра Холла при заданном времени развития ионизационной неустойчивости в ксеноновой плазме от степени равновесности, длины волны возмущения и параметров плазмы. Используются как экспериментальные исследования в дисковом МГД канале в стационарной стадии газодинамического течения, так и теоретические методы исследования. Показано, что при определенных значениях параметра Холла уменьшение начальной степени равновесности оказывает стабилизирующее влияние на развитие неустойчивости, в области же малых параметров Холла это уменьшение оказывает дестабилизирующее влияние. Выявлены различные механизмы развития неустойчивости при больших и малых длинах волн.

Вопросам развития ионизационной неустойчивости в двухтемпературной плазме при движении в магнитном поле посвящено много работ [1-5]. В них рассматривается как плазма с равновесной ионизацией, так и плазма при отсутствии ионизационного равновесия, когда зависимость между концентрацией и температурой электронов определяется уравнением кинетики. Однако до сих пор недостаточно полно выявлено, как отклонение от ионизационного равновесия влияет на связь между временем развития неустойчивости и параметром Холла, при котором она развивается.

Данная работа направлена на то, чтобы выяснить, как в релаксирующей плазме при заданном времени развития неустойчивости  $\tau_p$  ( $\tau_p = 1/\omega_i$ , где  $\omega_i$  — инкремент колебаний) значение критического параметра Холла  $\beta_{xp}$  зависит от степени равновесности  $\frac{1}{2}\alpha/\alpha_p$ , длины волны возмущения и параметров плазмы ( $\alpha$  — начальная степень ионизации;  $\alpha_p$  — степень ионизации, рассчитанная по формуле Саха для значения  $T_e$  в начальном состоянии;  $\beta_{xp} = \beta |\omega_i = 1/\tau_p$ ).

При решении задачи использовались как экспериментальные, так и теоретические методы исследования, результаты которых дополняли друг друга.

Эксперимент проводился в дисковом МГД канале, сопряженном с диафрагменной ударной трубой. В нем индуцируются кольцевой ток  $j = \sigma i B$  и радиальное холловское поле  $E_r = \beta i B$ . Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Поток пониженого газа создавался в обычной диафрагменной трубе. Выбор дискового канала для целей данного исследования был обусловлен тем, что в нем нет приэлектродных эффектов, искажающих объемную картину течения, поэтому в наиболее чистом виде можно изучить процесс развития ионизационной неустойчивости. В качестве рабочего газа использован ксенон. Газодинамические режимы задавались числом Маха фронта ударной волны в ударной трубе  $M_{np}$  и давлением ксенона в камере низкого давления  $p_{np}$ . Было изучено пять газодинамических режимов. Исследования в дисковом канале проводились в стационарной стадии газодинамического течения. Характеристики газодинамических режимов и параметры на входе в канал при  $r=r_1$  — число Маха потока  $M_1$ , температура —  $T_1$  и давление газа  $p_1$  даны в табл. 1.

Таблица 1

Режим	$R_{тр}$ , мм рт. ст.	$M_{тр}$	$r_1$ , м	$M_1$	$T_1$ , К	$p_1$ , атм
I	26	6.4	0.02	1.15	5500	4
II	26	6.9	0.02	1.21	5900	5
III	26	8.4	0.02	1.19	6700	8
IV	13	9.5	0.02	1.25	8000	6
V	6.6	8.3	0.03	1.3	6000	0.6

В эксперименте измерялись давление газа, скорость потока, интенсивность сплошного излучения, концентрация электронов, напряженность радиального поля, средняя и локальная плотности тока. Кроме этого, снимались  $x-t$  развертки собственного свечения, проводилась покадровая съемка. Более детально установка, методы измерений и способ определения условий на входе в канал описаны в [6, 7].

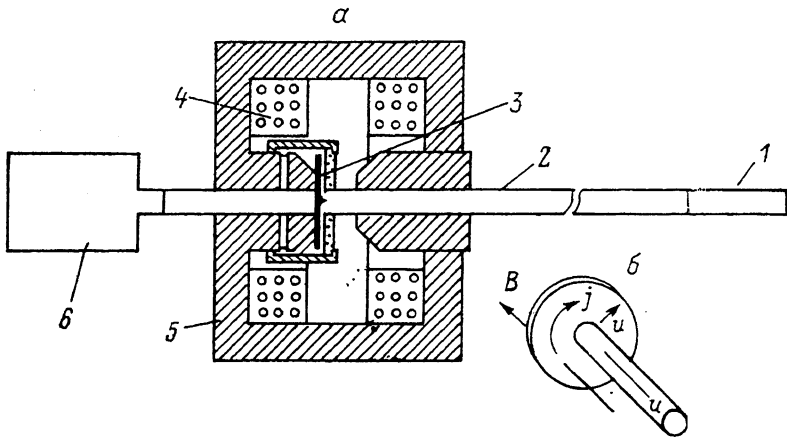


Рис. 1. Схемы экспериментальной установки (а) и дискового МГД канала (б).

1 — камера высокого давления, 2 — камера низкого давления, 3 — дисковый канал, 4 — катушки электромагнита, 5 — магнитопровод, 6 — демпферный бак.

Так как измерения дают значения параметров в отдельных точках по радиусу канала, а требуется знание непрерывного распределения параметров вдоль радиуса, то для восстановления всего поля течения в докритических режимах привлекается расчет газодинамических и плазменных параметров [8].

В качестве примера на рис. 2 показано распределение расчетных и экспериментальных параметров плазмы вдоль радиуса канала при критическом значении магнитного поля для II режима ( $B_{кр} = 0.57$  Тл). В результате конкурирующих процессов ускорения газа вследствие расширения канала и торможения газа пондеромоторной силой основные параметры потока в средней части канала меняются незначительно, параметр Холла практически остается постоянным. Следует обратить внимание, что ионизация газа вследствие селективного нагрева электронов в эксперименте развивается медленнее, чем при расчете. Пределы возможного отклонения экспериментальных значений от расчетных были определены путем численного эксперимента. Оказалось, что для того чтобы неточность в расчете  $\beta_{кр}$ , обусловленная неточностью определения параметров потока плазмы, не превышала 5 %, достаточно, чтобы значения скорости потока, давления и параметра Холла отличались от расчетных значений не более чем на 15—20 %. Значения концентрации электронов и проводимости в начале канала отличались от расчетных не более, чем на 20 и 40 % соответственно; по мере развития ионизации вдоль канала это расхождение может увеличиваться, так как эти параметры сильно зависят от значений  $T_e$ , точность определения которых составляет примерно 4 %. Вследствие этого степень равновесности в ка-

Таблица 2

Режим	M	$n_{Xe}, m^{-3}$	$T_{Xe}, K$	$T_e, K$	$\alpha/\alpha_p$
Ia	2.8	$0.13 \cdot 10^{25}$	2000	8800	0.002
II	2.9	$0.15 \cdot 10^{25}$	2200	8600	0.04
III	2.7	$0.2 \cdot 10^{25}$	2900	7700	0.25
IV	2.6	$0.12 \cdot 10^{25}$	4100	8300	0.8
V	2.5	$0.19 \cdot 10^{24}$	3500	9200	0.02

нале оценивается с точностью до множителя 1,5–2. Принимая во внимание, что в эксперименте интервал изменений значений  $\alpha/\alpha_p$  охватывает более двух порядков, можно полагать эту точность приемлемой.

Параметры потока плазмы для пяти газодинамических режимов в середине канала при  $B_{кр}$  приведены в табл. 2.

В основном эти режимы отличаются начальной степенью равновесности. При каждом заданном режиме время развития неустойчивости зависит от величины

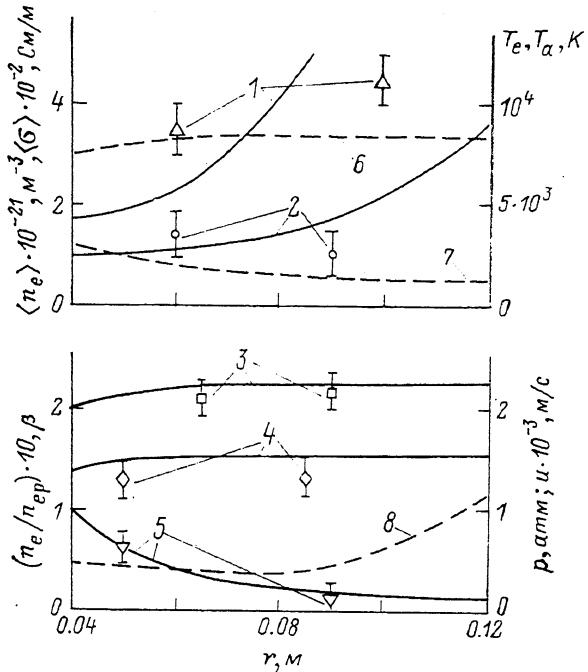


Рис. 2. Распределение расчетных (сплошные и штриховые линии) и экспериментальных параметров вдоль радиуса канала для докритического значения магнитного поля ( $B=0.57$  Тл) при II режиме.

1 — проводимость плазмы  $\sigma$ , 2 — концентрация электронов  $n_e$ , 3 — параметр Холла  $\beta$ , 4 — скорость потока  $u$ , 5 — давление газа  $p$ , 6 — температура электронов  $T_e$ , 7 — температура атомов  $T_a$ , 8 — степень равновесности  $n_e/n_{ep}$ .

магнитного поля. Как показал эксперимент с увеличением магнитного поля, наличие флуктуаций параметров плазмы фиксируется датчиками, расположенными на меньших радиусах канала, т. е. время развития неустойчивости в канале уменьшается. В основном эксперименты проводились при сравнительно больших временах развития неустойчивости, когда она возникала во второй половине канала и фиксировалась датчиками, расположенными на  $R_{нк} \approx \approx 0.09$  м. За начальный радиус, при котором создавались условия для развития неустойчивости, принимается значение  $R_{но}$ , при котором расчетные значения  $\beta$  меньше максимального значения не более чем на 10 %, т. е. полагается, что неоднородности начинают развиваться не от начала зоны МГД взаимодействия ( $R_{но} > r_1$ ). Неоднородности в области  $R_{но} - r_1$  практически не развиваются, потому что здесь вследствие больших плотностей значения  $\beta$  относительно низки, а результаты расчета и эксперимента показали, что время развития неустойчивости существенно увеличивается при уменьшения  $\beta$ . Для режима II, показанного на рис. 2,  $R_{но} = 0.05$  м. Время развития неустойчивости определяется как  $\tau_p = (R_{нк} - R_{но})/u_{ср}$ , точность определения  $\tau_p$  обусловлена в основном некоторой неопределенностью значения  $R_{но}$  и оценивается как 40 %. Соответственно за значения критического магнитного поля и параметр Холла принимаются их значения при радиусе  $R_{нк}$ .

За значение критического магнитного поля принимается магнитное поле, при котором начинается резкий рост флуктуаций на осциллограммах излучения

и радиального электрического поля. На рис. 3 показана зависимость флуктуаций излучения радиального электрического поля, а также отношение азимутального тока к радиальному в зависимости от величины магнитного поля. Флуктуации хорошо коррелируют друг с другом. Характерно, что при развитии неустойчивости не происходит существенного изменения значения  $j_r/j_\varphi$ . Эффективный параметр Холла определяется как  $\beta_{эфф} = \langle E_r \rangle / (uB)$ , где  $\langle E_r \rangle$  — среднее значение радиального поля, при  $B < B_{кр}$   $\beta_{эфф} = \beta$ .

Наблюдаемый в эксперименте масштаб длины волны возмущения составляет примерно  $5 \cdot 10^{-2}$  м. Более длинноволновые возмущения не могли развиваться в связи с ограниченными размерами канала. Коротковолновые  $\lambda \leq 10^{-2}$  м, как было показано в [9], гасятся вследствие влияния электронной теплопроводности.

На рис. 4 показана экспериментальная зависимость параметра Холла для

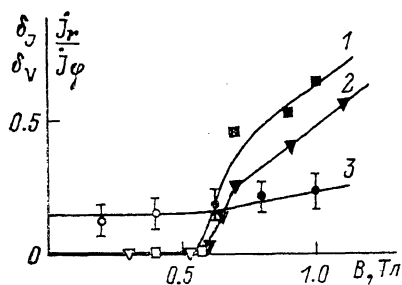


Рис. 3. Зависимость флуктуаций излучения (1), радиального электрического поля (2) и отношения азимутального тока к радиальному току (3) в зависимости от величины магнитного поля.

$R=0.09$  м; черные точки — значения в закритической области.

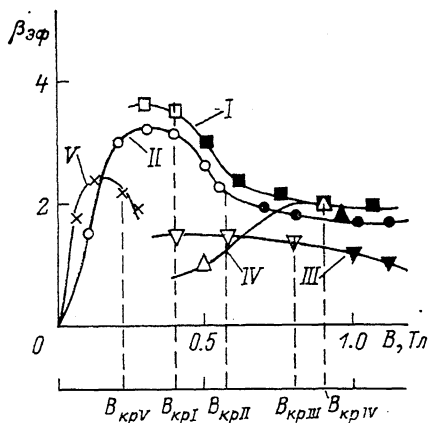


Рис. 4. Экспериментальная зависимость параметра Холла для пяти газодинамических режимов от величины магнитного поля.

Черные точки — значения в закритической области.

пяти газодинамических режимов от величины магнитного поля. Анализ экспериментальных и расчетных данных показывает, что немонотонное поведение зависимости параметра Холла от значения магнитного поля обусловлено тем, что при малых значениях магнитного поля рост параметра Холла происходит из-за роста магнитного поля, при больших значениях магнитного поля за счет увеличения роли кулоновских столкновений и возрастания средней частоты передачи импульса значения параметра Холла падают. Особенностью развития ионизационной неустойчивости при данных условиях является то, что значения

Таблица 3

Режим	$R_{ик}$ , м	$B_{кр}$ , Тл	$\beta_{кр}$	$\tau_p$ , с
I	0.09	0.4	3.5	$3.3 \cdot 10^{-5}$
II	0.09	0.57	2.2	$2.9 \cdot 10^{-5}$
III	0.09	0.8	1.5	$2.7 \cdot 10^{-5}$
IV	0.09	0.9	2.0	$2.4 \cdot 10^{-5}$
V	0.09	0.22	2.2	$2.7 \cdot 10^{-5}$
II*	0.05	0.9	1.95	$1.5 \cdot 10^{-5}$

Примечание. II\* — контрольные измерения по определению критических условий в начале зоны взаимодействия при  $R_{ик} = 0.05$  м при II режиме.

критического параметра Холла оказываются меньше максимальных. При  $B > B_{кр}$  насыщение параметра Холла происходит на уровне 1.5—2.

Таким образом, для пяти режимов были определены критические значения магнитного поля и параметра Холла  $\beta_{кр}$ , а также время развития неустойчивости  $\tau_p$ , которые приведены в табл. 3.

Для теоретического исследования задачи на устойчивость использовали уравнения, записанные в декартовой системе координат: 1) уравнение баланса энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ n_e \left( W_i + \frac{3}{2} kT_e \right) \right] + \text{div} \left[ n_e \mathbf{V}_e \left( W_i + \frac{3}{2} kT_e \right) \right] + p_e \text{div} \mathbf{V}_e = \\ = j^2 / \sigma + \frac{3m_e}{M} n_e \nu k (T_e - T_a),$$

2) обобщенный закон Ома

$$\sigma \left( \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{eh_e} \text{grad} p_e \right) = \mathbf{j} + \mathbf{j} \times \beta,$$

3) уравнение Максвелла

$$\text{div} \mathbf{j} = 0, \text{rot} \mathbf{E} = 0,$$

4) уравнение кинетики

$$\frac{dn_e}{dt} = K_n n_a n_e - K_p n_e^2.$$

Здесь обозначения общепринятые,  $\mathbf{V}_e = -\mathbf{j}/en_e$ ,  $\beta = (\mathbf{B}/B) \beta$ . При расчете предполагалось, что скорость ионизации определяется скоростью возбуждения нижних энергетических уровней. Значения пороговых сечений возбуждения для ксенона брались из [10]

$$K_n = q_B \left( \frac{8kT_e}{m_e h} \right)^{1/2} \left( \frac{T_b}{T_e} + 2 \right) e^{-T_b/T_e},$$

$K_p = K_n / \mathcal{K}$ , где  $\mathcal{K}$  — константа Саха;  $W_i$  — потенциал ионизации;  $T_b$  — потенциал возбуждения, выраженный в градусах Кельвина.

Колебания задаются в виде плоских монохроматических возмущений вида  $\exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\omega = \omega_R + i\omega_i$ . Когда  $\omega_i > 0$ , плазма неустойчива.

Задача решалась при условии однородности начального состояния, что справедливо, если в начальном состоянии существует ионизационное равновесие. В случае ионизируемой плазмы ( $\alpha/\alpha_n \ll 1$ ) решение справедливо для условий, когда пролетное время меньше характерного времени развития ионизации  $\tau_n = 1/(K_n n_a)$ . Возможность сравнения результатов расчета с данными эксперимента в дисковом канале обуславливается соотношением

$$(R_{нк} - R_{но}) < \frac{R_{нк} + R_{но}}{2}.$$

В результате анализа на устойчивость были получены зависимости инкремента колебаний  $\omega_i$  от параметра Холла для различных температур, степеней равновесности и различных длин волн.

Расчет  $B_{кр}$  для каждого газодинамического режима производился следующим образом. Для каждого режима при различных значениях  $B$  решалась стационарная задача об МГД взаимодействии двухтемпературной неравновесной плазмы [8]. Состояние плазмы, рассчитанное для каждого значения  $B$ , анализировалось на устойчивость. При этом в качестве начальных условий принимались значения параметров в середине канала. При решении задачи об устойчивости из дисперсионного соотношения определялось значение  $\beta_{кр}$ , при котором за заданное время успеет развиться неустойчивость. То значение  $B$ , при котором рассчитанное стационарное значение  $\beta$  совпадало с  $\beta_{кр}$ , определенным из решения дисперсионного соотношения, считалось критическим. Таким образом определялись значения  $\beta_{кр}$  для каждого режима. При расчете контрольного ре-

жима II\*, когда неустойчивость развивается в начале канала в области больших градиентов параметров, за начальные условия при анализе на устойчивость принимались значения параметров в середине той зоны, на которой развивалась неустойчивость.

На рис. 5 показано сравнение расчетных и экспериментальных значений параметров Холла для пяти газодинамических режимов. Видно, что наибольшее расхождение наблюдается для I режима. При этом режиме наименьшая степень равновесности, поэтому функция распределения может быть обеднена быстрыми электронами, что приводит к увеличению времени развития ионизации, это и объясняет данное расхождение. При других режимах значения параметра Холла  $\beta_{\text{эксп}}$  близки к параметру Холла  $\beta_{\text{расч}}$ . Удовлетворительное согласие между расчетом  $\beta_{\text{кр}}$  и экспериментом свидетельствует о достоверности закономерностей, которые могут быть выявлены в численном эксперименте.

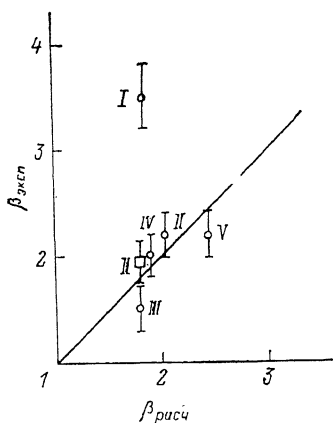


Рис. 5. Сравнение расчетных и экспериментальных значений параметров Холла для пяти газодинамических режимов.

Кружки —  $R=0.09$ , квадраты —  $0.05$  м.

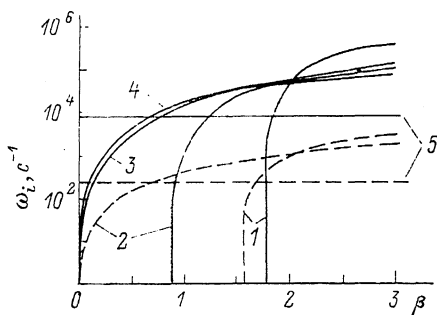


Рис. 6. Зависимость инкремента колебаний  $\omega_i$  от параметра Холла  $\beta$  для различных температур электронов и степеней равновесности.

$n_a=2 \cdot 10^{24}$  м<sup>-3</sup>,  $T_a=3000$  К;  $T_e$ , К: сплошные линии — 8000, штриховые — 6000; 1 —  $\alpha/\alpha_p=1$ , 2 —  $10^{-1}$ , 3 —  $10^{-2}$ , 4 —  $10^{-4}$ , 5 —  $\tau^{-1}$  — обратное время развития ионизации;  $\lambda=5 \cdot 10^{-2}$  м.

На рис. 6 показаны значения инкремента колебаний для различных значений степеней равновесности  $\alpha/\alpha_p$  и двух значений температуры электронов  $T_e$ .

Следует обратить внимание, что существует область параметров ( $\beta > \beta_{|\alpha/\alpha_p=1}$ ), где уменьшение начальной степени равновесности оказывает стабилизирующее влияние на развитие неустойчивости, так как увеличивается время развития. В области малых параметров Холла ( $\beta < \beta_{|\alpha/\alpha_p=1}$ ) уменьшение начальной степени равновесности, наоборот, оказывает дестабилизирующее влияние на развитие неустойчивости.

Анализ расчетных данных по критическим условиям развития неустойчивости при различных длинах волн возмущения выявил некоторые интересные особенности. На рис. 7 приведены зависимости  $\omega_i(\beta)$  для различных значений  $\lambda$  для условий, когда в начальном состоянии существует ионизационное равновесие  $\alpha/\alpha_p=1$ . Оказывается, что при каждом значении  $T_e$  существуют области больших значений  $\lambda$ ,  $\lambda > \lambda_T$  (при  $T_e=6000$  К  $\lambda_T=10^{-2}$  м, при  $T_e=8000$  К  $\lambda_T=5 \cdot 10^{-3}$  м), где критические условия практически не зависят от  $\lambda$ , при этом  $\beta_{\text{кр}} > 0$ , т. е. неустойчивость развивается по тем же законам, что и в случае существования в колебаниях ионизационного равновесия. Отсутствие равновесия в колебаниях оказывает влияние на зависимость  $\omega_i(\beta)$  при малых значениях  $\lambda$ . Так, для каждого значения  $T_e$  можно указать граничные значения  $\lambda_{II}$  [11], так что при  $\lambda < \lambda_{II}$  колебания будут усиливаться при сколь угодно малых зна-

чениях  $\beta$  (при  $T_e = 8000$  К  $\lambda_{II} = 10^{-3}$  м, при  $T_e = 6000$  К  $\lambda_{II} = 6 \cdot 10^{-3}$  м), при этом время развития неустойчивости увеличивается. Коротковолновые возмущения развиваются быстрее. При  $T_e = 6000$  К можно выделить диапазон значений  $\beta$ , при котором плазма оказывается неустойчивой по отношению к коротковолновым колебаниям и устойчивой по отношению к колебаниям с большими длинами волн. В условиях данного эксперимента значения реализуемых длин волн значительно больше расчетного граничного значения. Так что для обнаружения зависимости критических условий от длины волны требуется организация специального эксперимента.

Различие в зависимостях  $\omega_i(\beta)$  при больших и малых  $\lambda$  свидетельствуют о том, что при разных  $\lambda$  доминируют различные процессы развития неустойчивости. При  $\lambda < \lambda_{II}$  условиями для развития неустойчивости являются наличие электрического поля и процесс неравновесной ионизации. При больших  $\lambda$  развивается ионизационная неустойчивость в традиционном понимании — перегревная неустойчивость в присутствии эффекта Холла.

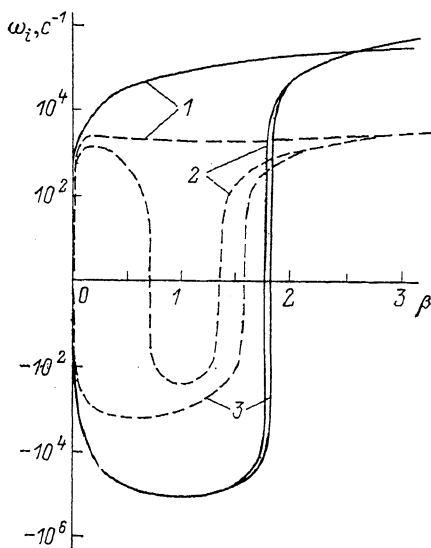


Рис. 7. Зависимость инкремента колебаний  $\omega_i$  от параметра Холла  $\beta$  при различных значениях длины волны возмущения.

1 —  $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ , 2 —  $5 \cdot 10^{-3}$ , 3 —  $\lambda \geq 5 \cdot 10^{-2}$  м;  $n_0 = 2 \times 10^{24}$  м $^{-3}$ ,  $\alpha / \alpha_p = 1$ ;  $T_e$ , К: сплошные линии — 8000, штриховые — 6000.

Таким образом, в работе установлена зависимость критического параметра Холла от начальной степени равновесности газа при заданном времени развития неустойчивости и выявлен ряд эффектов, обусловленных характером зависимости инкремента колебаний от параметра Холла, степени равновесности, длины волны возмущения и параметров плазмы.

Авторы выражают благодарность С. В. Бобашеву за полезное обсуждение работы.

#### Список литературы

- [1] Kerrebrock J. L. // AIAA J. 1964. Vol. 2. N 6. P. 1072—1080.
- [2] Недоспасов А. В., Хаит В. Д. Колебания и неустойчивости низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1979. 168 с.
- [3] Генкин А. Л., Горячев В. Л., Ремонный А. С. и др. // VIII Междунар. конф. по МГД преобразованию энергии. М., 1983. Т. 4. С. 115—121.
- [4] Inui Y., Hara T., Umoto J. // Proc. 23<sup>d</sup> Symp. on Eng. Aspects of MHD. Somerset, 1985. P. 461—475.
- [5] Kabashima S., Yoshikawa Y., Okuno Y. et al. // Proc. 23<sup>d</sup> Symp. on Eng. Aspects of MHD. Somerset, 1985. P. 624—635.
- [6] Васильева Р. В., Ерофеев А. В., Зуев А. Д. и др. // Теплофизические проблемы прямого преобразования теплоты в электроэнергию. Киев: Наукова думка, 1984. С. 36—41.
- [7] Васильева Р. В., Ерофеев А. В., Зуев А. Д. и др. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 2. С. 251—263.
- [8] Тхорик Л. Г., Данилов Е. Б., Васильева Р. В. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 2. С. 274—280.
- [9] Васильева Р. В., Ерофеев А. В., Миршанов Д. Н., Тхорик Л. Г. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 8. С. 1696—1704.
- [10] Dixon A. J., von Engel A. // Int. J. Electronics. 1968. Vol. 25. N 3. P. 233—237.
- [11] Ерофеев А. В., Алексеева Т. А., Васильева Р. В. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 9. С. 809—813.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
27 июля 1989 г.  
В окончательной редакции  
13 июля 1990 г.