01; 10
1991 г.

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ МУЛЬТИПОЛИ, ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ

В. В. Зашквара, Н. Н. Тындык

Предложен метод нахождения электростатических мультиполей с симметрией вращения и построен класс цилиндрических и сферических мультиполей, пригодных для исправления аберраций в электронно-оптических системах с осевой траекторией в форме окружности.

Введение

Двумерные электростатические мультиполи, в частности октуполь, применяются для коррегирования геометрических аберраций в электронно-оптических устройствах с прямолинейной осью. Поле двумерного мультиполя в приосевой области является функцией высоких степеней координат, характеризующих поперечное смещение с оси, оно не влияет на фокусировку системы в первом приближении, но зато вносит вклад в геометрические аберрации, позволяя управлять изменением потенциала на электродах мультиполя [1]. Аналогичные электронно-оптические системы с криволинейной осью не были известны.

Цель настоящей работы — предложить простой метод расчета электростатических мультиполей с симметрией вращения и показать возможность коррегирования угловых аберраций в электронно-оптических системах с осевой траекторией в форме окружности на примере электростатического секторного дефлектора, в котором осуществляется суперпозиция отклоняющего поля (цилиндрического или сферического) и осесимметричного мультиполя.

Класс электростатических мультиполей с симметрией вращения

Простой метод построения электростатических мультиполей в ортогональных системах координат состоит в следующем. Полагаем, что мультиполь имеет плоскость симметрии, перпендикулярную оси симметрии вращения. Одну из окружностей в пересечении системы эквипотенциальных поверхностей с плоскостью симметрии, имеющую радиус r_0 и лежащую на эквипотенциальной поверхности $u=0$, мы назовем центральной. Точку, в которой центральная окружность пересекается с некоторой азимутальной плоскостью, выберем за начало отсчета радиальной координаты $\rho=(r-r_0)/r_0$, вторая координата s ортогональной системы может быть линейной или угловой, начало ее отсчета можно выбрать по-разному. Полагаем, что осесимметричное поле удовлетворяет уравнению Лапласа, дифференциальный оператор которого есть сумма двух разделенных по координатам ρ и s операторов $\Delta=T+\tau$. Например, в случае цилиндрических координат

$$T=\frac{1}{1+\rho}\frac{d}{d\rho}\left[(1+\rho)\frac{d}{d\rho}\right],\quad \tau=\frac{d^2}{d\xi^2},\quad s=\xi, \tag{1}$$

в случае сферических

$$T = \frac{d}{d\rho}\left[(1+\rho)^2 \frac{d}{d\rho}\right], \quad \tau = \frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left[\sin\theta \frac{d}{d\theta}\right], \quad s = \theta. \tag{2}$$

Введем множество функций $f_n(\rho)$ и $\varphi_n(s)$, принимая следующие правила генерации их:

$$Tf_n = -f_{n-1}, \tag{3}$$

$$\tau\varphi_n = \varphi_{n-1}, \; n = 1, 2, 3 \ldots, \tag{4}$$

а в качестве базовых возьмем решения уравнений $Tf_0=0$, $\tau\varphi_0=0$.

Покажем, что функция двух переменных $u_n(\rho, s)$, построенная из элементов множеств (3) и (4) по схеме

$$u_n(\rho, s) = \varphi_n f_0 + \varphi_{n-1} f_1 + \varphi_{n-2} f_2 + \ldots + \varphi_1 f_{n-1} + \varphi_0 f_n = \sum_{m=0}^{n} \varphi_{n-m} f_m, \tag{5}$$

является гармонической. т. е. удовлетворяет условию $\Delta u_n=0$. В результате действия оператора $T+\tau$ на $u_n(\rho, s)$, используя (3) и (4), получаем

$$\Delta u_n(\rho, s) \sum_{m=0}^{n} \varphi_{n-m} T(f_m) + \sum_{m=0}^{n} \tau(\varphi_{n-m}) \cdot f_m = -\sum_{m=1}^{n} \varphi_{n-m} f_{m-1} + \sum_{m=0}^{n-1} \varphi_{n-m-1} \cdot f_m, \tag{6}$$

$\varphi_{-1}=f_{-1}=0$; сдвигая индекс суммирования m в первой сумме на единицу, убеждаемся в том, что суммы в (6) равны по величине и противоположны по знаку.

Таким образом, действительно $\Delta u_n(\rho, s)=0$. Функции f_n и φ_m содержат по два произвольных параметра интегрирования. Построение мультиполей определенного типа связано с конкретным выбором базовых функций $f_0(\rho)$, $\varphi_0(s)$ и граничных условий, которым должны удовлетворять функции $f_n(\rho)$ и $\varphi_n(s)$. Возможных вариантов здесь много, они охватывают различные типы осесимметричных мультиполей в том числе и те, которые являются прямыми аналогами известных двумерных мультиполей. Класс же двумерных мультиполей элементарно воссоздается по предлагаемому методу, для чего составляющие лапласиан дифференциальные операторы следует взять в декартовых координатах $T=d^2/(dx^2)$, $\tau=d^2/(dy^2)$, а в качестве базовых функций выбрать решения $f_0(x)=\varphi_0(y)=1$. Действительно, согласно принятым нами правилам генерации (3) и (4), для нулевых граничных условий получим

$$f_n(x) = (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad \varphi_n(y) = \frac{y^{2n}}{(2n)!}. \tag{7), (8}$$

Схема (5) приводит к общей формуле плоского мультиполя любого порядка

$$u_n(x, y) = \sum_{m=0}^{n} (-1)^m \frac{x^{2m} y^{2(n-m)}}{(2m)!\,[2(n-m)]!}, \tag{9}$$

при $n=1$ $u_1(x, y)=(1/2)(y^2-x^2)$ — квадруполь; при $n=2$ $u_2(x, y)=(1/4!)\times$ $\times(y^4-6x^2y^2+x^4)$ — октуполь, и т. д.

Для решения поставленной нами задачи коррегирования осесимметричными мультиполями геометрических аберраций в электростатическом энергоанализаторе дефлекторного типа примем, во-первых, что $f_0(\rho)$ является фундаментальным решением уравнения Лапласа, удовлетворяющим граничному условию $f_0(0)=0$, а $\varphi_0(s)=1$. Во-вторых, сузим множество гармонических функций $u_n(\rho, s)$, потребовав, чтобы при $n \neq 0$ $f_n(0)=0$, $(\partial f_n/\partial\rho)|_{\rho=0}=0$, $\varphi_n(s_0)=0$ (s_0 — значение координаты s в плоскости симметрии), $(\partial\varphi_n/\partial s)|_{s=s_0}=0$, так как мультиполь имеет плоскость симметрии.

Каждое из уравнений системы (3) можно представить в следующей обобщенной форме:

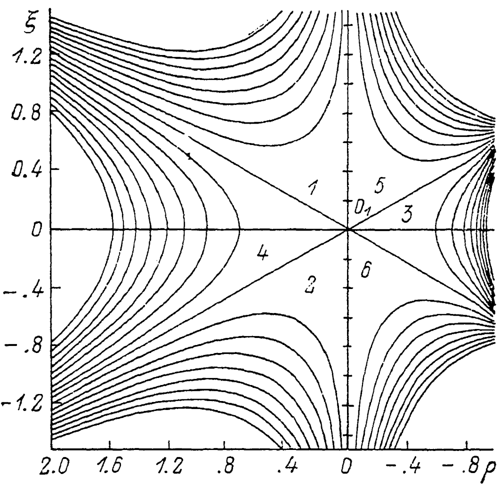
$$Tf_n = \psi_1(\rho)\frac{d^2 f_n}{d\rho^2} + \psi_2(\rho)\frac{df_n}{d\rho} = -f_{n-1}, \tag{10}$$

где $\psi_1(\rho)$ и $\psi_2(\rho)$ — функции, непрерывные в окрестности $\rho=0$.

Из (10) следует, что $(d^2f_n/d\rho^2)|_{\rho=0}=0$, так как, согласно требованию, $(df_n/d\rho)|_{\rho=0}=f_{n-1}(0)=0$. В соответствии с (5) в этом случае разложение поля $u_n(\rho, s_0)$ в ряд по ρ вблизи центральной окружности $\rho=0$ начинается со слагаемого степени не ниже третьей относительно ρ. Построим поля (5) в цилиндрических и сферических координатах.

Электростатический цилиндрический мультиполь

Координата $s=\xi=z/r_0$ является линейной и отсчитывается в направлении оси симметрии. Операторы T и τ определены формулами (1). Фундаментальным решением уравнения Лапласа в этом случае является функция $f_0=\ln(1+\rho)$. По правилам генерации (3) и (4) для граничных условий $f_n(0)=(\partial f_n/\partial\rho)|_{\rho=0}=0$, $\varphi_n(0)=(\partial\varphi_n/\partial\xi)|_{\xi=0}=0$ получим несколько функций f_n и φ_n



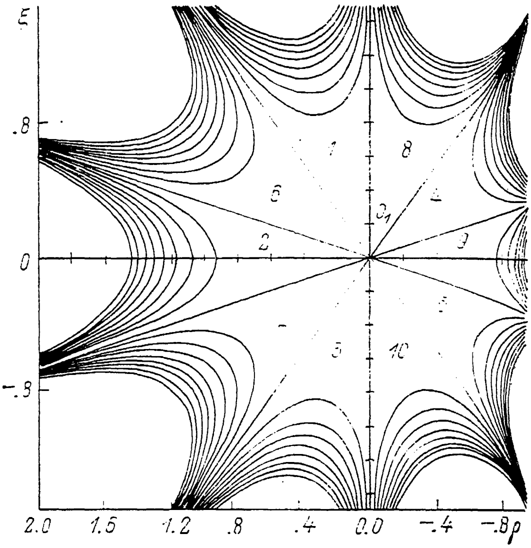


Рис. 1. Семейство эквипотенциалей цилиндрического секступоля $u_1(\rho, \xi)$.
1—3, 4—6 — области потенциалов противоположных знаков.

Рис. 2. Семейство эквипотенциалей цилиндрического декаполя $u_2(\rho, \xi)$.
1—5, 6—10 — области потенциалов противоположных знаков.

$$f_1(\rho)=-\frac{1}{4}(1+\rho)^2\ln(1+\rho)+\frac{1}{4}(1+\rho)^2-\frac{1}{4}\ln(1+\rho)-\frac{1}{4}, \tag{11}$$

$$4!\,f_2(\rho)=\frac{3}{8}(1+\rho)^4\ln(1+\rho)-\frac{9}{16}(1+\rho)^4+\frac{3}{2}(1+\rho)^2\ln(1+\rho)+ \\ +\frac{3}{8}\ln(1+\rho)+\frac{9}{16}, \tag{12}$$

$$256\cdot f_3(\rho)=-\frac{1}{9}(1+\rho)^6\ln(1+\rho)+\frac{11}{54}(1+\rho)^6-(1+\rho)^4\ln(1+\rho)+ \\ +\frac{1}{2}(1+\rho)^4-(1+\rho)^2\ln(1+\rho)-\frac{1}{2}(1+\rho)^2-\frac{1}{9}\ln(1+\rho)-\frac{11}{54}, \tag{13}$$

$$\varphi_0=1,\quad \varphi_1=\frac{1}{2}\xi^2,\quad \varphi_2=\frac{1}{4!}\xi^4,\ \ldots,\ \varphi_n=\frac{1}{(2n)!}\xi^{2n}. \tag{14}$$

По схеме (5) построим две первые гармонические функции $u_n(\rho, \xi)$

$$u_1(\rho, \xi)=\varphi_1 f_0+\varphi_0 f_1=\frac{1}{2}\left\{\ln(1+\rho)\left[\xi^2-\frac{1}{2}(1+\rho)^2-\frac{1}{2}\right]+\frac{1}{2}(1+\rho)^2-\frac{1}{2}\right\}, \tag{15}$$

$$u_2(\rho,\ \xi) = \varphi_2 f_0 + \varphi_1 f_1 + \varphi_0 f_2 = \frac{1}{4!}\Big\{\ln(1+\rho)\Big[\xi^4 - 3\xi^2(1+\rho)^2 - 3\xi^2 + \frac{3}{8}(1+\rho)^4 + \frac{3}{2}(1+\rho)^2 + \frac{3}{8}\Big] + 3\xi^2(1+\rho)^2 - 3\xi^2 - \frac{9}{16}(1+\rho)^4 + \frac{9}{16}\Big\}. \quad (16)$$

На рис. 1, 2 через интервал в 0, 1 относительной величины потенциала представлены семейства эквипотенциальных полей $u_1(\rho,\ \xi)$ и $u_2(\rho,\ \xi)$. В сечении плоскостью $\rho,\ \xi$ каждое из полей разбито на чередующиеся области, в которых потенциалы противоположны по знаку. Эти области разделены линиями нулевого потенциала, близкими к прямолинейным и сходящимся в узловой точке 0_1 ($\rho=\xi=0$). Например, для $u_1(\rho,\ \xi)$ уравнением линий нулевого потенциала, разделяющих поле на шесть областей. является

$$\rho=0, \quad \xi = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2+\rho(2+\rho)\Big[1-\frac{1}{\ln(1+\rho)}\Big]} \quad (17)$$

— это образующая цилиндра $\rho=0$ и пара линий, скрещивающихся в точке 0_1, в окрестности которой $\xi=\pm(1/\sqrt{3})\,\rho$. Из рис. 1 и 2 следует, что в сечении аксиальной плоскостью $\rho,\ \xi$ поля u_1 и u_2 образованы секступольными и декапольными наборами электродов, несущих знакопеременные потенциалы. В общем случае $u_n(\rho,\ \xi)$ содержит $2\,(2n+1)$ областей с противоположными по знаку потенциалами.

Отметим следующее свойство цилиндрического мультиполя: радиальная составляющая напряженности поля $u_n(\rho,\ \xi)$ на поверхности $\rho=0$ меняется с координатой ξ как ξ^{2n}. Это свойство вытекает из условия $(df_n/d\rho)/_{\rho=0}=0$, которое, как это следует из (5), и приводит к соотношению $du_n/d\rho|\rho=0=\xi^{2n}$.

Электростатический сферический мультиполь

Координата $s=\theta$ — азимутальный угол в сферической системе координат, в плоскости симметрии поля $\theta=\pi/2$. Операторы T и τ определены формулами (2). Фундаментальным решением уравнения Лапласа в этом случае является функция $f_0=(1/1+\rho)-1$, удовлетворяющая условию $f_0(0)=0$ на сфере $\rho=0$. По правилам генерации (3) и (4) для граничных условий $f_n(0)=0$, $(\partial f_n/\partial\rho)|_{\rho=0}=0$, $\varphi_n(\pi/2)=0$, $(\partial\varphi_n/\partial\theta)|_{\theta=\pi/2}=0$ найдем $f_1(\rho)$, $f_2(\rho)$ и $\varphi_1(\theta)$, $\varphi_2(\theta)$.

$$f_1(\rho) = \ln(1+\rho)\Big(1+\frac{1}{1+\rho}\Big) - 2\Big(1-\frac{1}{1+\rho}\Big), \quad (18)$$

$$f_2(\rho) = -\frac{1}{2}\ln^2(1+\rho)\Big(1-\frac{1}{1+\rho}\Big) + 3\ln(1+\rho)\Big(1+\frac{1}{1+\rho}\Big) - 6\Big(1-\frac{1}{1+\rho}\Big), \quad (19)$$

$$\varphi_0 = 1, \quad \varphi_1(\theta) = -\ln(\sin\theta), \quad (20)$$

$$\varphi_2(\theta) = \frac{1}{2}(\ln\sin\theta)^2 - \ln(\sin\theta) - \frac{1}{2}\ln^2\Big(\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\Big). \quad (21)$$

По схеме (5) построим поля $u_1(\rho,\ \theta)$ и $u_2(\rho,\ \theta)$ в сферических координатах

$$u_1(\rho,\ \theta) = \varphi_1 f_0 + f_1 = [2-\ln(\sin\theta)]\Big[\frac{1}{1+\rho}-1\Big] + \ln(1+\rho)\Big[\frac{1}{1+\rho}+1\Big], \quad (22)$$

$$u_2(\rho,\ \theta) = \varphi_2 f_0 + \varphi_1 f_1 + f_2 = \Big[\frac{1}{2}\ln^2(\sin\theta) - 3\ln(\sin\theta) - \frac{1}{2}\ln^2\Big(\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\Big)\Big]\times \Big[\frac{1}{1+\rho}-1\Big] - \ln(\sin\theta)\ln(1+\rho)\Big[\frac{1}{1+\rho}+1\Big] + 3\ln(1+\rho)\Big[\frac{1}{1+\rho}+1\Big] + \Big[\frac{1}{2}\ln^2(1+\rho)+6\Big]\Big[\frac{1}{1+\rho}-1\Big]. \quad (23)$$

На рис. 3 представлено семейство эквипотенциалей поля $u_1(\rho_1\theta)$. Для удобства построения использованы декартовы координаты $x=(1+\rho)\sin\theta$, $y=$

$=(1+\rho)\cos\theta$. Здесь, как и в случае цилиндрического секступоля (рис. 1), в сечении азимутальной плоскостью три ветви нулевого потенциала ($a0_1b$, $c0_1d$, $e0_1f$), скрещивающиеся в узловой точке 0_1, разграничивают поле на шесть областей с потенциалами противоположных знаков. Эту полевую структуру мы назовем сферическим секступолем.

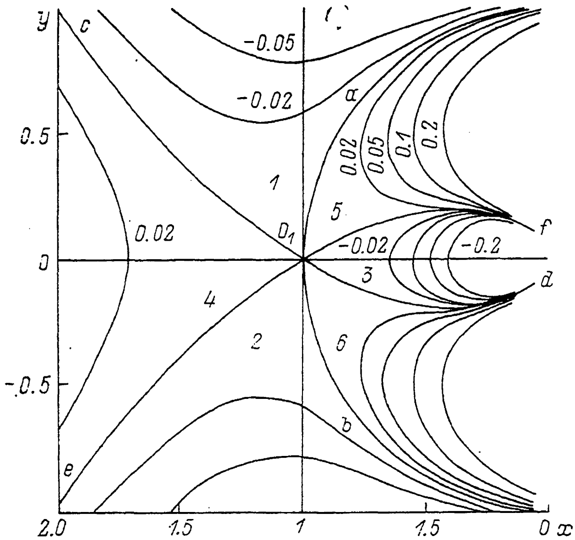


Рис. 3. Семейство эквипотенциалей сферического секступоля $u_1(x, y)$.
1—3 и *4—6* — области потенциалов противоположных знаков.

Секторный электростатический дефлектор на базе суперпозиции осесимметричного секступоля и отклоняющего поля цилиндрического или сферического типа

Оценим те потенциальные возможности, которыми обладают суперпозиция осесимметричного мультиполя и цилиндрического или сферического поля дефлектора для исправления аберраций последнего. Прежде всего коснемся вопроса о структуре совмещенных полей, полагая, что при их наложении центральная окружность мультиполя совмещается с осевой окружностью дефлектора. Суперпозиция цилиндрического секступоля (15) и цилиндрического поля

$$u(\rho, \xi)=u_1(\rho, \xi)+\mu\ln(1+\rho), \tag{24}$$

где μ — коэффициент, задающий весовой вклад цилиндрического поля, была детально рассмотрена в работе [2], в которой для различных значений μ из интервала $\pm(0.001-10)$ сериями рисунков представлены семейства эквипотенциалей суммарного поля (24). По рисункам можно проследить, как постепенно с ростом μ суммарное поле трансформируется от секступоля ($\mu=0$) (рис. 1) к полю, близкому к цилиндрическому. Уже при малых значениях μ устраняется узловая точка и скрещенные при $\mu=0$ нулевые эквипотенциали разделяются на две симметричные ветви, вершины которых с ростом μ удаляются от центра 0_1 (рис. 1). Для $\mu>0$ удаление вершин происходит вдоль оси ρ, что затем приводит к слиянию областей поля *1*, *2* и *5*, *6*, вытеснению областей *3* и *4*. В случае $\mu<0$ вершины нулевых эквипотенциалей смещаются по вертикали и это приводит с ростом $|\mu|$ к объединению областей *3*, *4* и вытеснению областей *1*, *2* и *5*, *6*.

Аналогичным образом видоизменяется структура поля, являющегося суперпозицией сферического секступоля (22) и сферического поля

$$u(x, y)=u_1(x, y)+\mu\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}-1\right], \tag{25}$$

если изменять значения весового коэффициента μ [2].

Электронно-оптические параметры секторного дефлектора во многом зависят от структуры анализирующего поля в окрестности осевой траектории — окружности радиуса r_0. Компоненты напряженности поля в этой области представимы рядами

$$E_r = E_0\left[1 + \varepsilon_1\rho + \varepsilon_2\rho^2 + \frac{1}{2}(1 - \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)\xi^2 + \varepsilon_3\rho^3 + \ldots\right],$$

$$E_z = E_0[-(1 + \varepsilon_1)\xi + (1 - \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)\xi\rho]. \qquad (26)$$

Используя терминологию метода теории возмущений, можно сказать, что коэффициент ε_1 связан с электронно-оптическими характеристиками секторного дефлектора, вытекающими из решения задачи о движении заряженных частиц в первом приближении, в частности фокусировкой первого порядка, линейной дисперсией, коэффициентом линейного увеличения, коэффициент ε_2 определяет аберрационные коэффициенты второго порядка, и т. д. Найдем несколько коэффициентов разложения ε_n поля цилиндрического дефлектора с аддитивной добавкой линейной комбинации двух цилиндрических мультиполей: секступоля $u_1(\rho, \xi)$ (15), а также декаполя $u_2(\rho, \xi)$ (16)

$$\frac{u}{u_0} = -g(r, \xi) = \ln\frac{r}{r_0} + \beta u_1\left(\frac{r}{r_0}, \xi\right) + \gamma u_2\left(\frac{r}{r_0}, \xi\right), \qquad (27)$$

β и γ — постоянные коэффициенты.

Коэффициенты разложения определяются производными от g по r, взятыми на осевой траектории $r = r_0$, $\xi = 0$,

$$\varepsilon_n = -\frac{1}{n!}\, r_0^{n+1} \frac{\partial g^{n+1}}{\partial r^{n+1}}\bigg|_{r=r_0} = -\frac{1}{n!}\frac{\partial g^{n+1}}{\partial \rho^{n+1}}\bigg|_{\rho=0}.$$

Многократное дифференцирование (27) дает

$$\frac{\partial g}{\partial \rho}\bigg|_{\rho=0} = -1, \quad \frac{\partial^2 g}{\partial \rho^2}\bigg|_{\rho=0} = 1, \quad \frac{\partial^3 g}{\partial \rho^3}\bigg|_{\rho=0} = -2\left(1 - \frac{\beta}{2}\right),$$

$$\frac{\partial^4 g}{\partial \rho^4}\bigg|_{\rho=0} = 6\left(1 - \frac{1}{3}\beta\right), \quad \frac{\partial^5 g}{\partial \rho^5}\bigg|_{\rho=0} = -24\left(1 - \frac{7}{24}\beta + \gamma\right), \qquad (28)$$

$$\varepsilon_1 = -1, \quad \varepsilon_2 = 1 - \frac{\beta}{2}, \quad \varepsilon_3 = -\left(1 - \frac{1}{3}\beta\right), \quad \varepsilon_4 = 1 - \frac{7}{24}\beta + \frac{1}{24}\gamma. \qquad (29)$$

Таким же путем находятся коэффициенты разложения в ряды (26) суперпозиции поля электростатического сферического дефлектора и линейной комбинации двух сферических мультиполей $u_1(\rho, \theta)$ (22) и $u_2(\rho, \theta)$ (23)

$$\frac{u}{u_0} = g(r, \theta) = \frac{1}{r/r_0} - 1 + \beta u_1\left(\frac{r}{r_0}, \theta\right) + \gamma u_2\left(\frac{r}{r_0}, \theta\right). \qquad (30)$$

В этом случае

$$\varepsilon_1 = -2, \quad \varepsilon_2 = 3 - \frac{1}{2}\beta, \quad \varepsilon_3 = -4 + \frac{4}{3}\beta, \quad \varepsilon_4 = 5 - \frac{29}{12}\beta + \frac{1}{24}\gamma. \qquad (31)$$

На основании (29) и (31), обобщая, можно заключить, что добавление к основному полю дефлектора — цилиндрическому или сферическому — мультиполя u_1 изменяет коэффициенты разложения (26), начиная с квадратичных слагаемых, а подключение мультиполя u_2 — со слагаемых четвертого и более высоких порядков. Это означает, что выбором значений коэффициентов β, γ и других, задающих весовой вклад мультиполей, можно управлять величинами аберрационных коэффициентов дефлектора четного порядка.

Траектории заряженных частиц в электростатическом секторном дефлекторе с отклоняющим полем (26) рассчитаны ранее методом возмущения, что позволяет нам выяснить, как влияет на фокусировку дефлектора аддитивная добавка секступоля к основному отклоняющему полю — цилиндрическому или сферическому. В качестве вспомогательных данных мы взяли результаты работы [3], в которой в первом и втором приближениях по малым возмущающим траектории параметрам получены общие формулы, описывающие электронно-оптические характеристики секторного дефлектора, радиальная составляющая напряженности отклоняющего поля которого представлена рядом (26). Для основного цилиндрического или сферического поля коэффициенты ε_i определены формулами (29), (31) соответственно, в которых $\beta=\gamma=0$. С целью упростить задачу мы сохранили только один возмущающий параметр α — угол наклона побочной траектории в плоскости симметрии поля, пренебрегли размерами источника, приняв его точечным, и угловой расходимостью пучка в аксиальной плоскости, проходящей через ось симметрии поля. Так же как и в [3], пренебрегли возмущающим действием краевых полей на границах сектора, но при входе в дефлектор учли изменение энергии заряженной частицы, траектория которой наклонена к осевой.

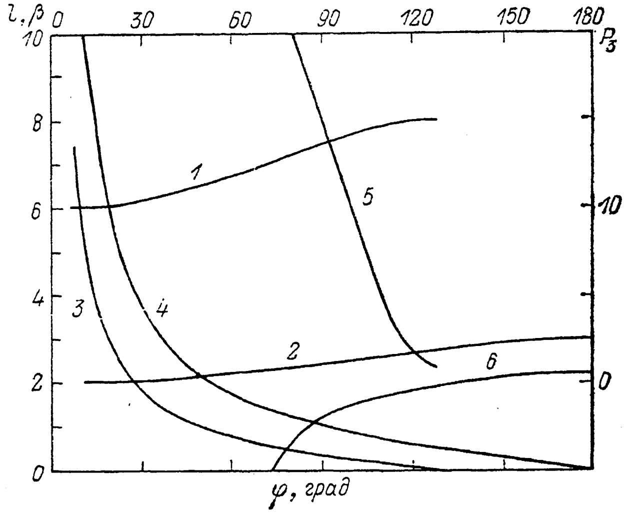


Рис. 4. Функции $\beta(\varphi)$ (*1*, *2*), $l(\varphi)$ (*3*, *4*), P_3 (*5*, *6*) для ДЦТ и ДСТ соответственно.

В первом приближении по α и другим возмущающим параметрам электронно-оптические характеристики дефлектора, зависящие от коэффициента ε_i, не испытывают влияния добавки βu_1 и соответствуют таковым для дефлектора с основным полем, для которого условие угловой фокусировки первого порядка по α и линейная дисперсия по энергии имеют следующий вид:

$$l_2=\frac{l_1\operatorname{ctg}\sqrt{\eta}\varphi+\frac{1}{\sqrt{\eta}}}{l_1\sqrt{\eta}-\operatorname{ctg}\sqrt{\eta}\varphi}, \quad D=\frac{1}{\eta}\left(1-\cos\sqrt{\eta}\,\varphi+l_2\sqrt{\eta}\sin\sqrt{\eta}\,\varphi\right), \qquad (32), (33)$$

где $\eta=3+\varepsilon_1$ равно 2 для цилиндрического поля и 1 для сферического; l_1 и l_2 — плечи дефлектора, т. е. относительные расстояния (в единицах r_0) от источника и изображения до границ сектора; φ — секторный угол.

Аберрационные коэффициенты, определяющие качество угловой фокусировки, характеризуют размытие изображения второго и более высокого порядков относительно α. Поскольку аберрационные коэффициенты дефлектора зависят от ε_2 и других коэффициентов разложения (26), которые в свою очередь зависят от коэффициента β, задающего весовой вклад осесимметричного секступоля u_1, то, таким образом, мы располагаем дополнительным полевым параметром, который мы выбрали исходя из требования равенства нулю коэффициента угловой квадратичной аберрации по α. Графически зависимости $\beta(\varphi)$, рассчитанные в этих условиях для случая равных плеч $l_1=l_2=l=(1/\sqrt{\eta})\operatorname{ctg}(\sqrt{\eta}/2)\varphi$, представлены на рис. 4: кривая *1* — дефлектор цилиндрического типа (ДЦТ), кривая *2* — дефлектор сферического типа (ДСТ), кривые *3* и *4* — зависимости $l(\varphi)$ для ДЦТ и ДСТ соответственно. Для оценки выигрыша в светосиле дефлектора с добавкой к основному полю осесимметричного секступоля βu_1, компенсирующего квадратичную угловую аберрацию, необходимо было также учесть вклад угловой кубической аберрации. С этой целью нами была решена задача о нахождении поправки к траектории в поле (26) в третьем приближении по углу расходимости пучка α. Графики зависимости коэффициента угловой кубической аберрации P_3 от φ в условиях угловой фокусировки второго порядка дефлектора представлены кривыми *5* (ДЦТ) и *6* (ДСТ). Из рис. 4 следует, что если значения весового множителя β находятся в диапазоне 6—8 для ДЦТ и 2—3 для ДСТ, то аддитивная добавка осесимметричного секступоля βu_1 к основному цилиндрическому и соответственно сферическому полю позволяет в широком диапазоне секторного угла φ сводить к нулю угловую квадратичную аберрацию дефлектора. В случае ДЦТ $P_3(\varphi)$ — кривая с максимумом при $\varphi=12.6°$, которая с ростом φ, оставаясь в области положительных значений, снижается до величины $P_3=0.9$ при $\varphi=127.3°$. В случае же ДСТ аберрационный коэффициент P_3 в диапазоне $\varphi=0-125°$ отрицателен, причем сильно возрастает по абсолютной величине в области малых φ; при $\varphi=125°$ P_3 обращается в нуль и с ростом φ переходит в область положительных значений, достигая $P_3=0.59$ при $\varphi=180°$.

Улучшение качества угловой фокусировки в ДЦТ и ДСТ по сравнению с классическими цилиндрическим и сферическим дефлекторами позволит в несколько раз повысить светосилу за счет увеличения угла расходимости пучка в плоскости осевой орбиты α и симметризовать аппаратную функцию дефлектора в условиях угловой фокусировки более высокого порядка, чем первый.

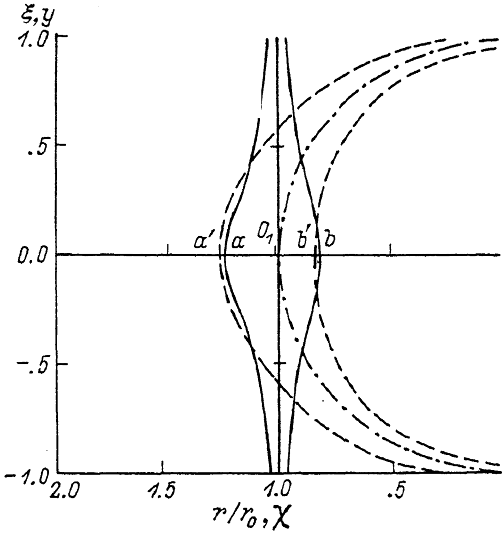


Рис. 5. Профиль электродов дефлекторов. Сплошные линии — ДЦТ, штриховые — ДСТ.

При рассмотрении ДЦТ и ДСТ мы не учли действие на пучок заряженных частиц краевого поля на границах сектора — фактора, который может влиять на качество угловой фокусировки, поэтому полученные результаты нуждаются в уточнении.

Найдем профиль отклоняющих электродов ДЦТ и ДСТ, призванных обеспечить при подаче на них потенциалов компенсацию квадратичной угловой аберрации дефлектора.

Уравнение эквипотенциалей для ДЦТ следует из (15) и (27)

$$\xi=\pm\sqrt{\frac{2}{\beta}}\left\{\frac{\beta}{4}\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+1\right]+\frac{\frac{\beta}{4}-\frac{u}{u_0}-\frac{\beta}{4}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2}{\ln r/r_0}\right\}^{1/2}. \tag{34}$$

На рис. 5 сплошной линией показан профиль отклоняющих электродов ДЦТ, рассчитанный по формуле (34) для случая $u/u_0=\pm 0.2$, $\beta=8$, $\varphi=127.3°$. Видно, что в области прохождения осевой траектории пучка между двумя противоположно заряженными электродами как результат суперпозиции полей сформировалась секторная полость, радиальная ширина которой уменьшается с ростом ξ. Радиальные координаты крайних точек полости a и b составляют $r_a/r_0=1.24235$, $r_b/r_0=0.810535$. Эти значения координат хорошо удовлетворяют известному для цилиндрического дефлектора соотношению между радиусами цилиндрических отклоняющих электродов при симметричном питании и радиусом нулевой эквипотенциали [4]

$$r_0=\sqrt{r_a r_b}. \tag{35}$$

В случае ДСТ, согласно (22) и (27), уравнение эквипотенциалей суть

$$\frac{u}{u_0}=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}-1+\beta\left\{\left(2-\ln\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}-1\right)+\right.$$

$$\left.+\ln\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}+1\right)\right\}. \tag{36}$$

Потенциал сферического поля в (36) равен нулю на окружности $(1+\rho)^2+\xi^2=1$. Уравнение (36) не разрешается относительно ξ^2. На рис. 5 штриховыми линиями представлен профиль ДСТ, рассчитанный для $u/u_0=\pm 0.2$, $\beta=2.715$, $\varphi=180°$. Штрихпунктиром обозначена нулевая эквипотенциаль в форме окружности единичного радиуса, на которой лежит осевая траектория пучка, пересекающая плоскость рисунка в точке 0_1. Радиальные координаты крайних точек a' и b' на поверхности отклоняющих электродов составляют

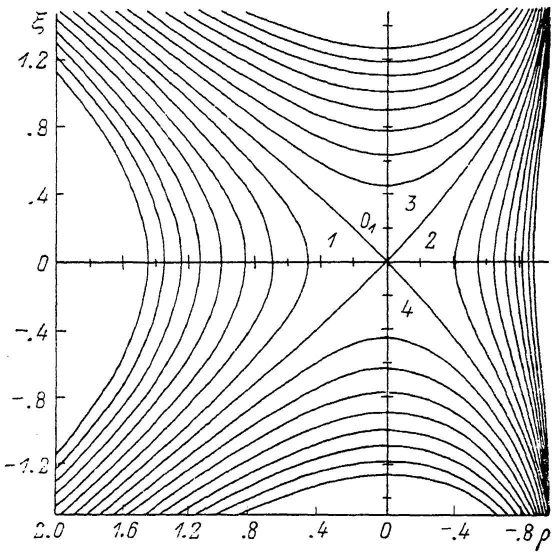


Рис. 6. Семейство эквипотенциалей цилиндрического квадруполя.
1, 2 и 3, 4 — области потенциалов противоположных знаков

$r_a/r_0=1.2650$, $r_b/r_0=0.8300$ и хорошо удовлетворяют известному для сферического дефлектора соотношению между радиусом нулевой эквипотенциали и радиусами сферических отклоняющих электродов при симметричном питании [4]

$$r_0=\frac{2r_ar_b}{r_a+r_b}. \tag{37}$$

Отметим еще один класс осесимметричных мультиполей, который можно построить предложенным нами методом в цилиндрических и сферических координатах, если взять базовые функции $f_0(\rho)=1$, $\varphi_0=1$, а граничные условия сохранить нулевыми. Следуя правилам (3), (4), (5), в цилиндрических координатах получим

$$u_1(\rho,\ \xi)=\frac{1}{2}\xi^2+\frac{1}{4}\left[1-(1+\rho)^2\right]+\frac{1}{2}\ln(1+\rho), \tag{38}$$

$$u_2(\rho,\ \xi)=\frac{1}{4!}\xi^4+\frac{1}{2}\xi^2\left\{\frac{1}{4}\left[1-(1+\rho)^2\right]+\frac{1}{2}\ln(1+\rho)\right\}+\frac{1}{64}(1+\rho)^4+$$

$$+\frac{1}{16}(1+\rho)^2-\frac{1}{8}\ln(1+\rho)\left[\frac{1}{2}+(1+\rho)^2\right]-\frac{5}{64}. \tag{39}$$

Эти поля являются аналогами двумерных квадруполя и октуполя, в чем можно убедиться, разложив (38) и (39) в ряды по ρ и ξ вблизи центральной окружности $r=r_0$ и сохранив слагаемые низшего порядка

$$u_1(\rho, \xi) \sim \frac{1}{2}(\xi^2-\rho^2), \quad u_2(\rho, \xi) \sim \frac{1}{24}(\xi^4-6\xi^2\rho^2+\rho^4). \qquad (40), (41)$$

На рис. 6 представлено семейство эквипотенциалей поля $u_1(\rho, \xi)$ (38).

Заключение

1. Предложен метод построения осесимметричных электростатических мультиполей в системах координат, в которых лапласиан является суммой разделенных по координатам дифференциальных операторов второго порядка. Найдены осесимметричные мультиполи в цилиндрических и сферических координатах.

2. Рассмотрена структура поля, являющегося суперпозицией осесимметричного секступоля и цилиндрического или сферического поля.

3. Показано, что в электростатическом секторном дефлекторе, построенном на основе суперпозиции отклоняющего поля (цилиндрического или сферического) и осесимметричных мультиполей, выбором коэффициентов, определяющих весовой вклад мультиполей, можно управлять аберрациями четного порядка. Найдены условия компенсации угловой квадратичной аберрации с помощью секступоля и рассчитан требуемый для этого профиль отклоняющих электродов дефлектора.

Список литературы

[1] *Баранов Л. А., Явор С. Я.* // Электростатические электронные линзы. М.: Наука, 1986. С. 177—183.
[2] *Зашквара В. В., Тындык Н. Н.* Деп. в ВИНИТИ. № 7180-В89. М., 1989.
[3] *Зашквара В. В.* // Тр. Харьковского политехнического института. Сер. инженерно-физ. 1959. Т. 25. № 3. С. 43—60.
[4] *Афанасьев В. П., Явор С. Я.* // Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. С. 80, 125.

Институт ядерной физики АН КазССР
Алма-Ата

Поступило в Редакцию
1 марта 1990 г.