

$$\ln h(t) = \text{const} + \frac{\nu + 3}{2} \ln t. \quad (4)$$

Видно, что тангенс угла наклона прямой  $\ln h$  к оси  $\ln t$  определяется только параметром  $\nu$ , характеризующим показатель в спектре фликкер-шума. Простая зависимость (4), связывающая ширину солитона с показателем спектра фликкер-шума, может быть использована для экспериментального измерения величины

Отметим, что приведенные выше результаты характеризуют эволюцию солитона уравнения КДФ в поле гауссовского фликкер-шума. Многочисленные эксперименты показывают [3], что гауссова статистика шума достаточно типична. Вид статистики шума зависит от природы материала, в котором генерируется шум. Например, проведенные в работе [7] эксперименты с пятью различными источниками шума показали, что с достоверностью три из них генерируют фликкер-шум гауссовой статистики. В этой связи представляется, что результат (4) будет полезен и для оценки степени отклонения распределения шума от гауссова. В заключение отметим, что динамика солитонов, описываемая уравнением КДФ, допускает [8] моделирование с помощью нелинейной линии передачи с дисперсией. Как правило, эта линия представляет собой цепочку нелинейных звеньев, элементами которых являются диоды с переменной емкостью или индуктивности с насыщающимися ферромагнитными сердечниками. Случайная сила, действующая на солитон уравнения КДФ, при этом может быть задана как случайная эдс на входе цепочки.

### Список литературы

- [1] Букингейм М. Шумы в электронных системах. М.: Мир, 1986.
- [2] Колачевский Н. Н. Флуктуационные процессы в ферромагнитных материалах. М.: Наука, 1985. 181 с.
- [3] Коган Ш. М. // УФН. 1985. Т. 145. № 2. С. 285—328.
- [4] Тез. докл. V Всесоюз. конф. «Флуктуационные явления в физических системах». Вильнюс, 1988. 240 с.
- [5] Wadati M. J. // Phys. Soc. Jap. 1983. Vol. 52. N 8. P. 2642—2648.
- [6] Алманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1981. 640 с.
- [7] Voss R. F. // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40. N 4. P. 913—916.
- [8] Лонгрен К. // Солитоны в действии / Под ред. К. Лонгрена, Э. Скотта. М.: Мир, 1981. С. 138—162.

Тувицкий комплексный отдел  
СО АН СССР  
Кызыл

Поступило в Редакцию  
13 марта 1990 г.

09

Журнал технической физики, т. 61, в. 4, 1991

© 1991 г.

## КОГЕРЕНТНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ НАД СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ СФЕРОЙ

А. С. Брюзовецкий, Л. А. Пазынин

Задача о дифракции электромагнитных волн на сфере занимает центральное место в теории распространения радиоволн вдоль земной поверхности. Для гладкой сферы в однородной окружающей среде основные ее аспекты были рассмотрены к началу 50-х годов (Дж. Н. Ватсон, Х. Бреммер, Ван-дер-Поль, В. А. Фок, В. Франц, П. Бекманн, Дж. Уэйт и др.). Влияние шероховатостей реальной сферической поверхности до последнего времени не анализировалось, хотя для шероховатой плоскости начало его теоретического изучения было положено работами Е. Л. Фейнберга в середине 40-х годов. Лишь в 1980 г. появились работы этого плана для источника скалярных волн [1-3] над статистически неровной сферой.

Для электромагнитных волн подобный анализ отсутствует. Сложность его обусловлена некомутируемостью группы вращения сферы, теория представлений которой должна составлять основу математического аппарата для этого случая. Кроме того, необходимо, чтобы вся

задача, в том числе и нулевое приближение (т. е. рассеяние на гладкой сфере), была сформулирована в инвариантной форме относительно вращений сферы.

Данная работа посвящена приближению Бурре для когерентного электромагнитного поля, рассеянного статистически неровной импедансной сферой. В эквивалентных граничных условиях импедансного типа аналогичных [4, § 9] все функции сферических координат  $r, \theta, \varphi$  представляются разложениями в обобщенный ряд Фурье по сферическим функциям. Подстановка их в эквивалентные граничные условия и переход к форме разложения инвариантной относительно группы вращений дают бесконечную систему уравнений для определения коэффициентов разложения.

Инвариантность разложений, входящих сомножителями в произведения скалярных величин на векторные в эквивалентных граничных условиях, необходима для неразложимости этих произведений, т. е. для разложения кронекеровского произведения неразложимых представлений на неприводимые. Математические приемы, во многом аналогичные скалярному случаю [1, 2], позволяют получить эффективные коэффициенты отражения  $R_n^e$  и  $R_n^m$  сферических волн электрического и магнитного мультиполей

$$R_n^e = - \frac{\ln' \xi_n^{(2)}(x) + i\eta_0 + xU_{+B}^{(2)}/\xi_n^{(2)}(x)}{\ln' \xi_n^{(1)}(x) + i\eta_0 + xU_{+B}^{(1)}/\xi_n^{(1)}(x)}, \quad (1)$$

$$R_n^m = - \frac{1 - i\eta_0 \ln' \xi_n^{(2)}(x) - xU_{-A}^{(2)}/\xi_n^{(2)}(x)}{1 - i\eta_0 \ln' \xi_n^{(1)}(x) - xU_{-A}^{(1)}/\xi_n^{(1)}(x)} \quad (|\eta_0| \ll 1), \quad (2)$$

где  $x = ka$ ;  $\xi(\varphi, \theta)$  — случайные неровности сферы  $r = a + \xi(\varphi, \theta)$ ,  $a$  — «средний» радиус;  $\sigma = \sqrt{\langle \xi^2 \rangle}$  — дисперсия;  $\xi_n^{(i)}(x) = x \zeta_n^{(i)}(x) = \sqrt{\pi x/2} \mathcal{N}_{n+1/2}^{(i)}(x)$  — сферические функции Ханкеля ( $i = 1, 2$ );  $\eta_0$  — поверхностный импеданс.

При этом величины  $U_{-A}^{(i)}$  и  $U_{+B}^{(i)} \sim (ka)^2$  и определяют добавки к числителю и знаменателю за счет влияния шероховатостей в выражениях (1), (2), являющиеся двойными

суммами типа  $\sum_{n_4=0}^{\infty} (2n_4 + 1) \tilde{W}(n_4/a) \sum_{l=|n-n_4|}^{n+n_4} (\dots)$ , где  $(\dots)$  содержит коэффициенты

Клебша—Гордана  $C(n_4, l, n; 0, 1, 1)$ ,  $C(n_4, l, n; 1, 0, 1)$  с четной и нечетной суммами  $n_4 + n + l$  и функции Бесселя—Риккати  $\zeta_n^{(i)}(x)$ ,  $\zeta_n^{(i)}(x)$ , а  $\tilde{W}(n_4/a)$  — изотропный пространственный спектр однородного случайного поля неровностей, аналитически продолженный в касательную плоскость в предположении малого масштаба корреляции по сравнению с радиусом сферы, как и в скалярном случае [1, 2].

Знание коэффициентов (1), (2) в общем решает задачу Ми о дифракции среднего поля при умеренных значениях  $x = ka$  для любого падающего поля, представленного разложениями по полям мультиполей, в том числе и для эталонного, во многих приложениях случая электрического диполя. Для значения  $x = ka \gg 1$  необходимы преобразования разложения среднего поля по методу Ватсона. В связи с этим возникает ряд трудностей, нетипичных для аналогичных разложений Клебша—Гордана в квантовой механике, где, как правило, значения весов представлений  $n, n_4, l$  невелики (для задач радиосвязи  $n \sim ka \gg 1$ ,  $n_4 \sim a/l_{\text{соч}} \gg 1$ , где  $l_{\text{соч}}$  — радиус корреляции неровностей,  $l \sim n, n_4$ ). Это требует для получения обозримых численных результатов аналитического продолжения всех функций аргумента  $n$ , в том числе и коэффициентов Клебша—Гордана, на комплексные значения  $n$  и их простых асимптотик при  $n, n_4, l \gg 1$ .

Необходимое аналитическое продолжение коэффициентов Клебша—Гордана можно построить, выразив их через полиномы Якоби, а те — через гипергеометрическую функцию Гаусса. При этом добавки  $xU_{-A, +B}^{(i)}/\xi_n^{(i)}(x)$  в дробях (1), (2) с относительной точностью  $O(k^{-1}a^{-1})$  не нарушают четности соответствующих выражений по сравнению со случаем гладкой сферы. Переходя при больших  $ka \gg 1$  от суммирования по  $n_4, l$  к интегрированию и заменяя сферические бesselовы функции их асимптотиками, можно получить добавки в дробях (1), (2) в виде добавок к  $\eta_0$ , определяющих эффективный импеданс  $\eta_{\text{eff}}^e, m(n)$ ,

$$\eta_{\text{eff}}^e(n) = \eta_0 + i \left( \frac{ca}{k} \right)^2 \int_0^{\infty} x \tilde{W}(x) dx \int_0^{2\pi} v^{-2} d\varphi \times$$

$$\times \left\{ \frac{\left[ x \frac{n}{a} \left( x + \frac{n}{a} \cos \varphi \right) - \left( k^2 - \frac{n^2}{a^2} \right) \left( \frac{n}{a} + x \cos \varphi \right) \right]^2}{\ln' \xi_n^{(1)}(x) + i\eta_0} - \frac{k^4 x^2 \sin^2 \varphi \cdot \ln' \xi_n^{(1)}(x)}{1 - i\eta_0 \ln' \xi_n^{(1)}(x)} \right\}, \quad (3)$$

$$\eta_{\text{eff}}^m(n) = \eta_0 - i(k\sigma)^2 \int_0^{\infty} x \tilde{W}(x) dx \int_0^{2\pi} v^{-2} d\varphi \times \left\{ \frac{(n + \kappa a \cos \varphi)^2 \cdot \ln' \xi_{\zeta}^{(1)}(x)}{1 - i\eta_0 \ln' \xi_{\zeta}^{(1)}(x)} - \frac{x^2 a^2 \sin^2 \varphi}{\ln' \xi_{\zeta}^{(1)}(x) + i\eta_0} \right\}, \quad (4)$$

где  $v = \sqrt{n^2 + x^2 a^2 + 2\kappa a n \cos \varphi}$ .

Тем самым задача о среднем дифрагированном поле над статистически неровной сферой с поверхностным импедансом  $\eta_0$  сведена к задаче о дифракции поля над гладкой сферой, но с эффективным импедансом  $\eta_{\text{eff}}^{e,m}(n)$ . Асимптотический вид решения (по  $ka \gg 1$ ) такой задачи для источника в виде электрического диполя достаточно изучен [5, 6]. В освещенной зоне можно получить отражательные формулы с  $\eta_{\text{eff}}^{e,m}(\hat{n})$ , где  $\hat{n} = ka \sin \gamma$ , а  $\gamma$  — угол падения в зеркальной точке. При  $ka \rightarrow \infty$  формулы (3), (4) переходят в элементы тензора эффективного импеданса шероховатой плоскости [7], если там ограничиться теми же членами разложений, что и здесь.

В зоне тени волновые числа ползущих волн  $\mu_s^e$  и  $\mu_s^m$  для электрического и магнитного потенциалов Дебая определяются как корни характеристических уравнений, аналогичных случаю гладкой сферы, но с импедансом, зависящим от этих корней.

О возможности замены  $\eta_{\text{eff}}^{e,m}(\mu_s^{e,m})$  на значения, отвечающие шероховатой плоскости, которая в отсутствие последовательного теоретического анализа делалась в искусственных оценках затухания, как указывалось в решении скалярной задачи [2], можно судить лишь после численных исследований. Проведение их позволит получить, в частности, данные о дополнительном ослаблении радиоволн над взволнованной морской поверхностью при загоризонтном распространении.

#### Список литературы

- [1] Брюховецкий А. С., Пазынин Л. А. // Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 12. С. 73—76.
- [2] Брюховецкий А. С., Пазынин Л. А. // ДАН УССР. Сер. А. 1989. № 9. С. 61—64.
- [3] Лысанов Ю. П., Попов Ю. Ю. // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 863—869.
- [4] Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
- [5] Bremner H. Terrestrial Radio Waves. New York; Amsterdam; London; Brussel: Elsvier Publ. Comp., Inc. 1949. 343 p.
- [6] Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
- [7] Брюховецкий А. С., Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 38. № 11. С. 1400—1407.

Институт радиофизики  
и электроники АН УССР  
Харьков

Поступило в Редакцию  
26 января 1990 г.  
В окончательной редакции  
20 июня 1990 г.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМЕННОГО ДИОДА С ЭМИТТЕРОМ ИЗ БАРИРОВАННОГО ПИРОГРАФИТА

А. Г. Каландаршвили, В. Г. Кашия

В последнее время в СССР и за рубежом ведутся работы по созданию эмиттеров, которые при сравнительно невысоких температурах (1000—1500 К) должны обеспечивать термоэлектронную эмиссию порядка десятков А. см<sup>-2</sup> в вакууме и в парах рабочего тела [1—3]. Эмиттеры этого типа могут быть применены в плазмотронах, термоэмиссионных инверторах и в других плазменных приборах. В качестве такого эмиттера, обеспечивающего высокую электронную эмиссию, может служить ориентированный графит интеркалированный цезием [4]. Однако в связи с низким значением теплоты испарения цезия из графита [5] эмиттер