

МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СИЛЬНОТОЧНОГО ПЛАЗМОЭРОЗИОННОГО РАЗМЫКАТЕЛЯ

Г. В. Иваненков

В основу модели плазменного размыкателя положено рассмотрение динамики холловских слоев дрейфа электронов в скрещенных полях. Один из них представляет собой прикатодный слой магнитной самоизоляции нейтрализованного ионами потока электронов, а другой — радиальный токовый слой, перемещающийся в глубь инжектированной плазмы вдоль оси коаксиальной линии. Выход последнего на границу исходной области инжекции исчерпывает возможности дальнейшего роста тока, а последующий быстрый спад тока создает индуктивный скачок напряжения. Нагрев токового слоя сопровождается формированием распространяющегося к нагрузке er -пучка, приход которого вызывает посяление тока в нагрузке. Выводы модели сравниваются с данными экспериментов по сжатию импульсов в микросекундном и наносекундном диапазонах.

Введение

Одно из современных направлений развития высоковольтной электроники связано с исследованием и практическим применением плазмоэрозионных размыкателей (ПР) — быстродействующих высоковольтных прерывателей тока. С помощью ПР удается увеличить скорость нарастания тока в нагрузке [1], повысить мощность существующих ускорителей [2] и реализовать новые компактные схемы генерации мощных высоковольтных импульсов с индуктивным накоплением энергии [3]. Перспективны применения ПР к мощным пинчам в диодах высоковольтных ускорителей следующие: ослабление «змейковой» неустойчивости [4], повышение усиления в диапазоне МР излучения [5], увеличение выхода нейтронов [6], создание сильных импульсных магнитных полей. Довольно полная картина современных исследований ПР содержится в [7].

Экспериментальные исследования, проведенные в широком диапазоне токов, напряжений и длительностей импульсов, все еще оставляют неясным физический механизм действия плазмоэрозионных размыкателей (ПР) — прерывателей тока [7]. Стандартная одномерная модель [8] не объясняет существенно двумерный эффект проникновения поля и тока в плазму. Согласно [8], ожидаются четыре последовательные фазы ПР: проводимость, эрозия, усиленная эрозия и магнитная самоизоляция электронного потока, с которой и связывается переключение тока на нагрузку (подробное изложение этих вопросов дано в [9]). В то же время известны факты переключения за максимумом тока [7], размыкания при работе на высокоомную нагрузку, не обеспечивающую заведомо магнитную самоизоляцию электронов [10]. Это, а также практическая независимость темпа роста импеданса ПР от нагрузки, по нашему мнению, говорят о наличии внутреннего механизма действия ПР [11]. Наша модель предполагает следующую последовательность процессов: 1) образование плотной взрывоэмиссионной плазмы на катоде, 2) формирование двойного слоя (ДС) и эрозия плазмы на его анодной границе, 3) проникновение поля в плазму в процессе образования и эволюции холловских слоев, 4) переключение тока в нагрузку в ходе дальнейшей эволюции слоев после выхода из области первоначальной инжекции плазмы.

1. Образование катодной плазмы

В основе концепции ПР лежат представления об образовании в плазме слоев пространственного заряда, с которыми связано основное падение напряжения. Быстрое расширение слоев способствует резкому увеличению импеданса, приводя в конечном итоге к переключению. Поэтому требования к ПР сводятся к обеспечению образования и последующего расширения таких слоев. Возникновению ДС способствуют как отсутствие источников рождения электронов в объеме плазмы, так и существование источников ионов с анодной и электронов с катодной границ. Далее будем считать анодную границу «свободной», инжектируемую через окно в аноде плазму полностью ионизованной, а катод обладающим, начиная с некоторого порога поля E_{th} , неограниченной способностью к эмиссии электронов.

Будем также полагать, что при инжекции плазмы через анодное отверстие в зазор ПР выполнены следующие условия [9, 12] (рис. 1).

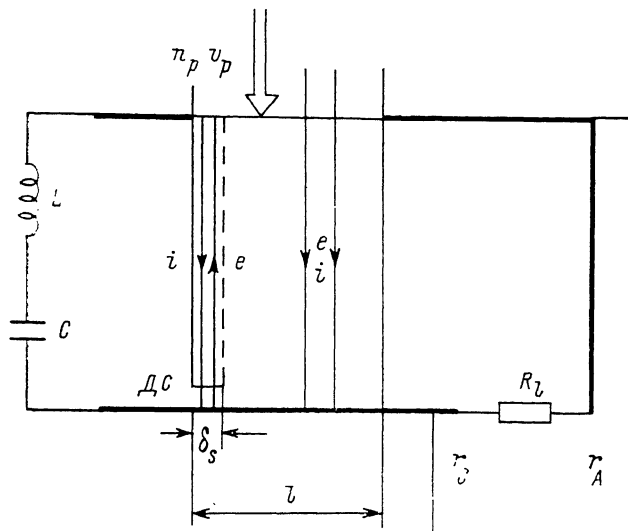


Рис. 1. Схема цепи ПР с инжекцией плазмы через анодное окно в стадии формирования ленгмюровского ДС.

а) Скорость плазмы v_p обеспечивает за время импульса пушки τ_p отставание нейтралов (обычная скорость $\approx 10^6$ см/с) от ускоренной ei -компоненты не менее чем на ширину зазора d . Для типичных $\tau_p = 1$ мкс и $d = 10$ см это дает $v_p \approx d/\tau_p = 10^7$ см/с.

б) Объем плазмы в зазоре велик для ее полного рассасывания за время импульса генератора τ_g . Для пикового тока I_m и плотности плазмы n_p это означает $2\pi r_c d l > \mu I_m \tau_g / en_p$ ($\mu = \sqrt{m_e/m_i}$).

в) Пиковый ток достаточен для возникновения эрозии $I_m > 2\pi r_c l j_s$ ($j_s = en_p v_p / \mu$ — плотность тока насыщения, связанная соотношением Ленгмюра с плотностью ионного тока). Комбинирование условий а и б означает $\tau_g < \tau_p$ (инжекция продолжительнее импульса).

г) Инжектируемая плазма довольно редка, и контакт с ней не влияет на величину работы выхода электронов с металлической поверхности катода. Ее поток, бомбардируя катод, вызывает весьма незначительную эмиссию электронов. К тому же плазму будем считать еще и холодной ($v_p \gg v_{Te}$), пренебрегая столкновениями и рекомбинацией.

Последнее прямо связано с образованием ДС. В самом деле, электроны, сопрождающие ионы в потоке плазмы, под действием поля, локализуяющегося возле катода, начинают улетать, отставая от ионов, и отражаются назад. В идеале для этого хватает уже ничтожного напряжения $V = m_e v_p^2 / 2e = 0.03$ В. Воз-

никающая чисто ионная область размера $\approx r_p/\omega_{pi}$ вместе с полем проникает вдоль катода на глубину бесстолкновительного скин-слоя $\delta_s = c/\omega_{pe}$. С ростом напряжения до $V_s \approx m_e v_p^2/2e = 0.6$ кВ ширина ионной области достигает $\approx v_p/\omega_{pi}$. Соответственно напряженность поля на катоде E оказывается порядка $\omega_{pi} V_s/v_p$. В обычных условиях технического вакуума превышение порогового значения поля $E_{th} = 0.1$ МВ/см ведет к образованию на катоде взрывозмиссионной плазмы. Пользуясь этим значением E_{th} и в нашем случае, оценим необходимую для появления эмиссии плотность $n_p \approx E_{th}^2/\pi m_e v_p^2 = 10^{13}$ см $^{-3}$ (ионы C^+ , $\delta_s = 2$ мм, $v_p/\omega_{pi} = 10^{-2}$ см).

Реально n_p может отличаться от нашей оценки. При ее превышении катодная плазма образуется при $V < V_s$ (ионная область оказывается уже). В противном случае закон Чайлда—Ленгмюра приводит к выводу о большей толщине ионного слоя и взрыв становится возможным при напряжении выше V_s . Далее ограничимся первым из этих случаев.

2. Формирование ДС и эрозия плазмы

Существование порога эмиссии нашло подтверждение в экспериментах [10]. Отметим также результаты двумерного численного моделирования [13], продемонстрировавшего важность не только принципиального существования, но и влияния конкретного значения E_{th} на весь характер течения дальнейших процессов в ПР. Здесь же проявилась и зависимость от таких факторов, как значение плотности n_p (в [13] она считалась несвязанной с E_{th}), наличие или отсутствие аномального сопротивления в инжектируемой плазме, характер анодной границы (инжекционное окно или сплошной проводник). В частности, в случае сплошного анода при низких порогах $E_{th} < 70$ кВ/см оказывается возможным появление зоны эрозии вблизи анода. Наша ситуация иная.

С образованием плотной плазмы ее фронт становится движущимся со скоростью $\approx 10^6$ см/с катодом, а ионный слой трансформируется в ленгмюровский ДС. Модель такого превращения рассмотрена в [12]. Согласно ей, в зазоре ПР происходит квазистационарное изменение потенциала, в ходе которого напряжение и плотность тока растут до значений V_s и j_s к моменту $t = t_s$, а ДС медленно расширяется до размера v_p/ω_{pi} с почти постоянной скоростью $\partial j_s/\partial n_p v_p$ ($\approx 10^5$ см/с для микросекундного стенда и $\approx 10^6$ см/с для наносекундного ускорителя, использованных в экспериментах [10]). С насыщением при V_s и I_s спокойная эволюция сменяется эрозией плазмы. Поскольку $\delta_s \gg v_p/\omega_{pi}$ ($m_e c^2 \gg \ll m_e v_p^2$), то к ней применима простая одномерная модель [14] (более полная теория одномерной эрозии дана в [12]). Оценки показывают, что за время эрозии $\approx \omega_{pi}^{-1} \approx 1$ нс траектории электронов, поступающих из ДС в плазму, искривляются в ней магнитным полем настолько, что электронный циклотронный радиус $r_{ce} = \delta_s$. Дальнейшая эрозия теперь двумерна. В отличие от модели [8] она не только усиливается магнитным полем тока, но и сама оказывается важной составляющей процесса его проникновения в плазму.

3. Проникновение поля в плазму и образование холловских слоев

Еще в работе [15] сообщалось о наблюдении быстрой эволюции канала протекания тока в плазме размыкателя. Здесь же говорилось об аксиальном сносе плазмы. Позже были разработаны модели поперечного токового слоя — фронта волны проникновения в плазму магнитного поля [7]. По нашим представлениям, он оказывается только одним из элементов сложной структуры, возникающей вследствие холл-эффекта.

Искривление траекторий электронов ведет к перераспределению зарядов в плазме, а именно смещению быстрых (ускоренных) электронов в сторону нагрузки, а медленных (инжектированных) — к генератору. По сути это и есть эффект Холла. В ходе его развития формируется область $E \times B$ -дрейфа быстрых электронов, включающая два слоя. В первом из них, прикатодном (КС), про-

исходит расширение зоны эмиссии вдоль катода. Здесь реализуется режим магнитной самоизоляции нейтрализованного ионами потока электронов. Подставив плотность тока дрейфа электронов в закон Ампера, для него нетрудно получить

$$eV = B^2/8\pi n \quad (B \simeq 2I, cr_c), \quad (1)$$

где n — средняя по КС плотность.

Смысл (1) ясно виден, если его переписать в виде условия $\delta = r_{ce} \sim V^{1/2} B^{-1}$ замагниченности электронов в бесстолкновительном скин-слое толщиной $\delta = \delta_s \sqrt{n_p/n}$. Отсюда видно, что рост КС вместе с током и напряжением сопровождается его разрежением — эрозией плазмы на анодной границе КС.

Второй слой, который стыкуется с КС и служит для него фронтом волны магнитной самоизоляции, есть движущийся вдоль оси радиальный токовый слой (ТС) (рис. 2). Он питается как быстрыми электронами из КС, так и непосредственно эмиттированными с катода. Важно, что потенциал распределяется в обоих холловских слоях таким образом, что полное напряжение ПР соответствует (1).

В ходе развития КС и ТС плотность тока эмиссии близка к j_s , и рост тока обеспечивается расширением зоны эмиссии вдоль катода в процессе движения ТС в глубь плазмы $I = 2\pi r_c l_{ef} j_s$. Эффективная длина l_{ef} этой зоны в исходный момент t_s равна δ_s . Для тока $I = It$ это позволяет найти $t_s = v_p/3^{1/2} w$ (w — фигурирующее ниже ускорение $w = I/cr_c \sqrt{3\pi m_i n_p}$). При $t > t_s$ длина l_{ef} растет вместе с КС.

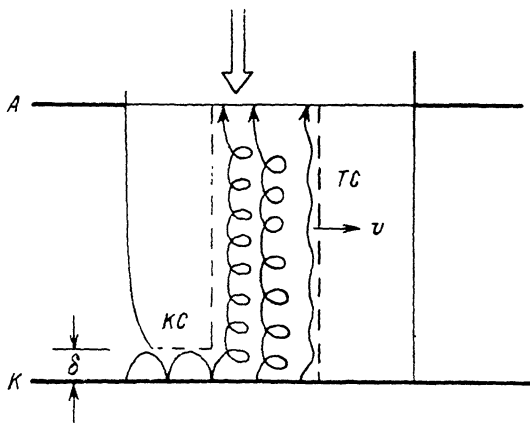


Рис. 2. Движение электронов и развитие холловских слоев в инжектированной в зазор размыкателя плазме.

Аксимальный размер l зоны инжекции может быть меньше или больше того пути, который ТС способен пройти в плазме за полное время разряда генератора τ_g . В первом случае выход ТС на границу зоны инжекции в момент $t_c < \tau_g$ прекращает рост тока, а во втором переключение происходит за максимумом тока. Ниже обсудим первый из них и проведем оценки для схемы на рис. 1, считая $c^{-2}L = 0.5$ мкГн, $C = 0.5$ мкФ, $U_0 = 20$ кВ, $r_c = 3$ см. При этом $t_s = 0.3$ мкс.

Скорость движения ТС будем искать из уравнений

$$m_i (Nv)^{\partial t} = B^2/8\pi, \quad \dot{N} = n_p v - v_p N/d, \quad (2)$$

включающих сгребание плазмы (N — ее плотность, проинтегрированная по осевому размеру ТС) и ее вытекание в КС при не очень большом нагреве ($T \ll eV_s$ или $v_p \gg v_{Ti}$). Для малых потерь ($t \ll d/v_p = 1$ мкс) они совпадают с моделью «снежного плуга», при $I = It$ ТС движется с определенным выше постоянным ускорением. При $t > d/2v_p$ потери плазмы приводят к дополнительному ускорению. Этот эффект описывается точным решением уравнений (2)

$$Nv = \int_{t_s}^t \frac{B^2}{8\pi m_i} dt = F(t), \quad N^2 = 2n_p \int_{t_s}^t \exp[-2v_p(t-t')/d] F(t') dt'. \quad (3)$$

При $t \gg d/2v_p$ и $I \sim t$ (3) дает асимптотику $v \simeq wt \sqrt{v_p t/2d}$ вместо $\sim t$. В нашем примере (3) позволяет найти скорость $v_c \simeq 10^7$ см/с к моменту $t_c = 0.6$ мкс (переключение в эксперименте [10]). Закон движения ТС позволяет рассчитать и осевой размер области инжекции плазмы $l = \int_{t_s}^{t_c} v dt$, соответствующий

этому моменту (либо, наоборот, найти t_c по известному размеру l). Он оказывается немного меньше оптимального для перевода энергии из батареи в индуктор размера $l_{opt} \simeq \omega\tau_g^2/2 \simeq 10$ см ($\tau_g = \pi/2\Omega$, $\Omega = c/\sqrt{LC}$ — частота колебаний в режиме короткого замыкания, равная $2 \cdot 10^6$ с $^{-1}$).

Соответствующие t_c критический ток I_c и напряжение V_c получаются из уравнения LC-контура, содержащего ПР. Его решение позволяет характеризовать критическое состояние также прошедшим через ПР зарядом Q_c . Необходимый для решения задачи закон изменения плотности, входящей в выражение (1), найдем из рассмотрения баланса ионов, поступающих в КС при вытекании из ТС и уходящих на катод в процессе ускорения в самом КС. Он описывается уравнением

$$(n\delta z)^{\partial t} = z(n_p v_p - n\sqrt{2eV/m_i}), \quad \dot{z} = v.$$

В нем z — положение центра тяжести ТС, а $n_p v_p z$ характеризует скорость утечки плазмы из ТС в КС в приближении «снежного плуга» (см. (2)). Используя заключенное в (1) представление в виде толщины скин-слоя $\delta = \delta_s \sqrt{n_p n}$, с одной стороны, и циклотронного радиуса $\delta = \sqrt{2eV/m_i}/\omega_{cs}$, с другой, перепишем это уравнение в виде

$$f = \omega(v_p z/\delta^2 \omega - f); \quad f = z/\delta, \quad \omega = \sqrt{\omega_{cs}\omega_{ci}}.$$

Случай $I \sim t$ характеризуется постоянством производной $\dot{\omega} = 2eI/m_e c^2 r_0$ ($\simeq 3$ нс $^{-2}$). Здесь уже при $t - t_s > \sqrt{2/\dot{\omega}}$ ($\simeq 10$ нс) можно говорить о квазистационарном изменении плотности. При этом $z \simeq \omega t^2/2 \sim I^2$ и

$$n = n_p (I_s/I)^2. \quad (4)$$

Подставим (1) и (4) в уравнение цепи

$$c^{-2}LI + V = U, \quad C\dot{U} + I = 0, \quad (5)$$

где U — напряжение на конденсаторе C .

Анализ возникающей системы (как и более простой модели, использованной нами в [11]) приведен в Приложении. Применительно к нашему примеру из него следует, что в критическом состоянии $I_c = 15$ кА ($l_{ef} = 5$ мм, $V_c = 4$ кВ, $Q_c = 8$ мкКл (для сравнения приведем амплитудный ток в режиме короткого замыкания $\Omega C U_0 = 20$ кА и исходно запасенный заряд $C U_0 = 10$ мкКл). При этом $t_c = 0.6$ мкс близко к длительности разряда конденсатора $\tau_g = 750$ нс, т. е. к оптимальным условиям перевода энергии из батареи в индуктор, когда $t_c = \tau_g$.

4. Переключение

Исчерпание плазмы перед ТС меняет течение процесса. В эксперименте это отмечается появлением анодной плазмы, положение которой наглядно свидетельствует об искривлении линий тока и усилении электронной бомбардировки анода при $t > t_c$.

Ток, достигающий максимума при $t = t_c$, спадает далее из-за большой инерционности индуктора. Возникает индуктивный скачок напряжения $-c^{-2}L\dot{I}$. Одновременно падает и магнитное поле, а с ним и его давление на ТС. Действие последнего по-прежнему описывается уравнениями (2) (без члена $n_p v$ во втором из них), но при быстром переключении оно не увеличивает заметно скорость v_c . Сильный омический нагрев (аномальный, возможно, типа [18] до размагничивания электронов) резко расширяет ТС со скоростью выше v_c . В простейших предположениях для описания процесса в движущейся со скоростью v_c системе отсчета можно написать уравнения

$$m_i \dot{b} = 2\varepsilon/3b, \quad \varepsilon + 2\varepsilon \dot{b}/3b = IV/N_p. \quad (6)$$

В них b — ширина ТС (рис. 3), ε — внутренняя энергия (на 1 ион), N_p — число ионов в ТС (в нашем примере при $t_s < t < t_c$ в ТС теряется менее 1/3 плазмы и

$N_p \approx 2\pi r_c d l n_p$). Интересуясь верхней оценкой скорости, мы опустили в (6) вклад излучения. Кроме того, записывая мощность нагрева, мы учли равенство напряжений, приложенных поперек КС и вдоль ТС.

Из (6) следует закон сохранения $m_i \dot{b}^2/2 + \varepsilon = L(I_c^2 - I^2)/2N_p c^2$, так что при больших t , когда нагрев исчезает, скорость расширения достигает максимума $v_m = I_c \sqrt{L/m_i c^2 N_p} (\approx 10^8 \text{ см/с}$ в нашем примере). Можно оценить и температуру плазмы $T \sim 10 \text{ эВ}$ (при ее вычислении следует учесть и «обдирку» ионов). В связи с нею заметим, что в [17] наблюдалось движение вдоль оси ПР пятна свечения, яркость которого росла с перемещением в сторону нагрузки. Здесь же, видимо, появляется и анодная плазма, наблюдавшаяся в экспериментах [10].

Нагретая плазма частично диффундирует назад сквозь магнитное поле, утрачивая под влиянием турбулентности направленное движение к катоду. Плотность образованного ею за ТС шлейфа $n \approx n_p l/a$, где a — длина шлейфа.

Для бомовской диффузии $a \approx \sqrt{(cT/eB)(t-t_c)}$. Подобное расплывание позволяет в оценках принять плотность шлейфа постоянной n_* , взяв ее в некоторый фиксированный момент спада тока τ_* (его выражение дано ниже, $a(\tau_*) \approx 1 \text{ см}$). Заметим также, что увеличение аномального импеданса ТС способствует приходу на катод только части поступающих из КС электронов, что эквивалентно сокращению эффективного размера зоны эмиссии l_{ef} и спаду тока.

Рассмотрим теперь эволюцию КС в ходе эрозии, образующей шлейф плазмы. В условиях оптимальной зарядки индуктора остаточный заряд батареи мал и напряжение (1) оказывается приблизительно равным индуктивному вкладу. Спад тока при этом автоматически способствует расширению КС $\delta = r_{ce} \sim (-I)^{1/2}/I$. С развитием КС быстрые электроны увеличивают радиус ларморова вращения, вытесняя своим пространственным зарядом медленные электроны вглубь шлейфа, а вовлекаемые в КС ионы начинают двигаться к катоду. Сохранение заряда в таком процессе выражается равенством $n_* \delta = n \sqrt{2eV/m_i}$. Пользуясь (1) в форме $\delta = \sqrt{2eV/m_i}/\omega_{ce}$, легко найти закон изменения плотности $n_*/n = \omega\delta/\delta$. Отсюда, вместе с (1) и уравнением цепи, получим

$$I + 2(c^2 U/L - I) I/I + (\Omega^2 + I^2/\tau_*^2 I_c^2) I = 0, \\ I = I_c, \quad I = 0 \quad (t = t_c).$$

Здесь $\tau_* = c \sqrt{\pi r_c^3 L \mu n_*}/I_c (\approx 0.1 \text{ мкс}$ в нашем примере) характеризует спад тока. Для оптимальной зарядки индуктора ($t_c = \tau_g$), когда остаточное напряжение мало $U \ll U_0$, спад тока происходит быстро ($\Omega \tau_* \ll 1$), поэтому в нашем уравнении можно отбросить $c^2 U/L$ и Ω^2 . Тогда решение задачи имеет вид

$$\frac{t - t_c}{\tau_*} = \int_1^{I_c/I} \frac{du}{2 \ln u}, \quad V \approx -c^2 L I = \frac{L I_c^2}{c^2 \tau_* I_c} \sqrt{2 \ln(I_c/I)}. \quad (7)$$

Согласно ему, максимум напряжения $V_m = L I_c / c^2 \tau_* \sqrt{2e_*}$ ($e_* = 2.718 \dots$) достигается за время спада $\approx \tau_*$. В нашем примере он $\approx 30 \text{ кВ}$. Импеданс ПР также имеет форму резкого пика, но его максимум наступает несколько позже. Толщина КС и его плотность меняются по монотонному закону эрозии шлейфа

$$n/n_p = (\delta_s/\delta)^2 = \delta_s \sqrt{(n_*/n_p \mu L r_c) / 2 \ln(I_c/I)}.$$

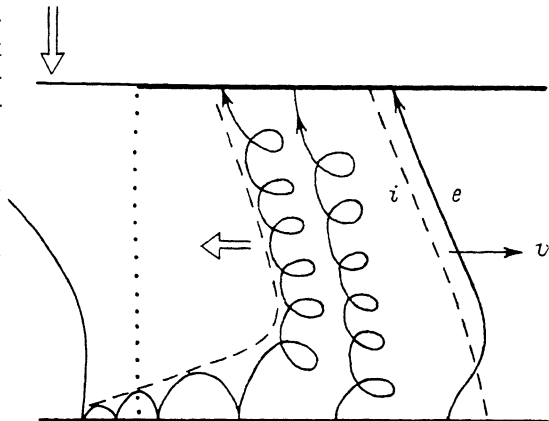


Рис. 3. Эволюция токового и катодного слоев после выхода за пределы первоначальной области инжекции плазмы.

Первоначально он имеет диффузионное поведение $\delta \approx [2D(t-t_c)]^{1/2}$ с эффективным коэффициентом $D = r_c L / 2\omega_{ce} (I_c) \tau_c^2$, близким к типичному бомовскому значению. Затем рост КС замедляется.

Модель (6) не учитывает потери плазмы из ТС на образование шлейфа. К тому же реальная плазма содержит ионы S^+ , C^{++} и H^+ . В ходе ускорения они разделяются по отношению заряд/масса. Все это способствует еще большему разгону ТС. Существенна также диффузия магнитного поля в плазму ТС, возникающая из-за аномального сопротивления. Время, за которое спадающее по закону (7) поле пронизывает всю толщу ТС, оказывается весьма коротким независимо от типа турбулентности. Его легко оценить в предположении, что глубина проникновения меняется по закону $(\delta_{ef}^2)' = 4\pi c^2 / \sigma_{ef}$. Выразив правую часть через (аномальный) импеданс $R = d / 2\pi r_c \delta_{ef} \sigma_{ef}$, найдем скорость диффузии

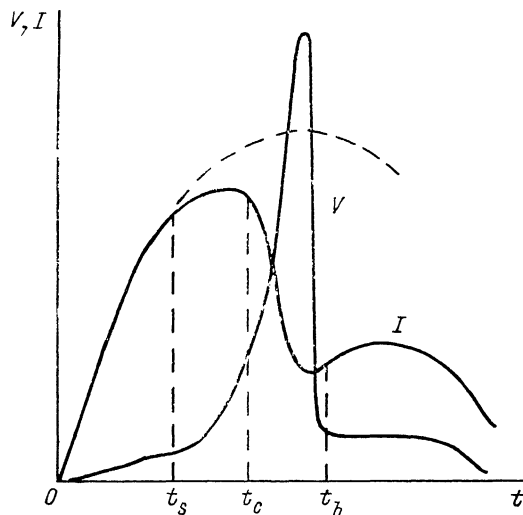


Рис. 4. Характер изменения во времени напряжения и тока через ПР.

поля $\delta_{ef} = \delta_* c^2 R / L$, где $\delta_* = 4\pi^2 L r_c / d$. Отсюда, связав $R = V / I$ с индуктивным скачком напряжения, получим $\delta_{ef}'(I) = -\delta_* / I$. Большая величина $\delta_* = 60$ м свидетельствует о практически мгновенном проникновении поля во всю толщу ТС.

Просачивание поля меняет динамику вакуумного слоя забегавших перед ионами электронов: сила Лоренца, ослабляя действие силы изображения со стороны плазмы, способствует расширению слоя. Увеличение аномального сопротивления и одновременный спад тока способствуют размагничиванию все большей доли электронов в той части ТС, где эффективная частота «столкновений» $\nu_{ef} > \omega_{ce}$. В результате, начиная с некоторого момента времени, область $E \times B$ -дрейфа электронов, в которой были возможны лишь редкие турбулентные

«столкновения» ($\nu_{ef} < \omega_{ce}$), полностью исчезает в ТС. Полагая $\delta_{ef} = b$ и $\sigma_{ef} = (\omega_{pe}^2 l / b) / 4\pi \nu_{ef}$ (обозначение $\omega_{pe} \sim \sqrt{n_p}$ здесь употреблено по отношению к параметрам инжектируемой плазмы), запишем условие размагничивания электронов в форме $(I / I_c)^2 < KV / V_m$, приняв обозначение $K = l \sqrt{\mu L r_c / 2e_*} / \delta_* d$. С помощью (1) и (7) отсюда найдем токи расстройки $E \times B$ -дрейфа $\ln(I_c / I) > V_m^2 l^2 n_p n_* / 4e_* K^4 V_c^2 d^2 n_c$ (в нашем примере они ниже 12 кА). Хаотизация движения электронов внутри ТС способствует попаданию все большего их числа в вакуумный слой на границе плазмы. Можно ожидать, что к моменту t_b , где-то вблизи максимума сопротивления ($t_b - t_c \approx 0.2$ мкс, к этому моменту ТС проходит около 10 см) становится ощутимым перенос электронов в этом слое вдоль границы плазмы. Под действием их поля ионы (преимущественно H^+) вытягиваются из плазмы, формируя перед ней почти нейтральный er -поток. Он распространяется со скоростью v не ниже, как мы видели, 10^8 см/с. Обусловленное его движением изменение магнитного потока создает вклад в напряжение Bdv/c (3—4 кВ). На рис. 4 распространение er -потока заметно по относительной стабилизации тока и напряжения, сменяющей спад по закону (7). Приход фронта пучка на нагрузку независимо от ее вида вызывает в ней появление тока. Такой er -поток исследовался в работе [18].

Наша модель ограничена требованием $I < \mu c I_p / v_p$ (160 кА в нашем примере), когда масштаб проявления пространственного заряда меньше r_{ce} ($\omega_{ce} < \omega_{pe}$). В противном случае слой магнитоизолированных электронов составляет лишь часть КС и напряжение на ПР наряду с (1) включает также вклад ионного слоя пространственного заряда. Это важно, поскольку наиболее значимые приложения ПР относятся к ускорительным экспериментам с токами на уровне $I \geq 1$ МА.

Большого внимания требует и учет процессов *ei*-столкновений, а также образования нейтралов в ходе рекомбинации в инжектируемой плазме. В связи с этим отметим модель [19, 20], относящуюся к стадии до размыкания тока и предполагающую доминирующее влияние трения электронов о ионы в процессе проникновения магнитного поля в плазму, закорачивающую межэлектродный зазор.

Приложение

Решение уравнений цепи тока при $t_s < t < t_c$

Рассмотрим уравнения (5) с ВАХ более общего, чем в разделе 3, вида

$$V = V_s (I/I_s)^{2k}. \quad (\text{П. 1})$$

Значение $k=2$ соответствует форме (1) при изменении плотности плазмы по закону (4), а $k=1$ отвечает (1) с фиксированным значением плотности КС. ВАХ последнего типа использовалась в работе [11] для оценки критических параметров I_c , Q_c и V_c (при этом нас не интересовала детальная картина поведения I и V на стадии $t_s < t < t_c$, учет этого изменения достигался заменой постоянной V_s переменной величиной $V_s n_p / \bar{n}$, где \bar{n} — среднее значение плотности в КС, характеризующее переход от насыщения к критическому состоянию и подлежащее определению в ходе решения задачи).

Введем безразмерные ток индуктора и заряд батареи

$$p = (2\zeta)^{1/k} (I/I_s)^2, \quad q = (2\zeta)^{1/k} U/V_s; \quad \zeta = \mathcal{Q}CR_s. \quad (\text{П. 2})$$

В них величина ζ представляет отношение импеданса ПР $R_s = V_s/I_s$ в момент насыщения к сопротивлению $R_0 = c^{-1} \sqrt{L/C}$ (в используемом примере $R_s = 70$ Ом, $R_0 = 1$ Ом; малость значения ζ отражает существование проводимости при $t < t_s$). Отметим, что уже сама близость импеданса ПР в критическом состоянии $R_c = R_s (I_c/I_s)^{2k-1}$ к значению R_0 позволяет грубо оценить I_c . Точный же результат получается из уравнения (5). После подстановки (П. 1) и (П. 2) это уравнение и граничные условия принимают вид

$$-p'(q) + p^k = \alpha q, \quad p(q_0) = p'(q_c) = 0. \quad (\text{П. 3})$$

Здесь обозначено $\alpha = (2\zeta)^{1-1/k}$, а граничные условия записаны для значений исходного ($t=0$) и остаточного ($t=t_c$) зарядов батареи q_0 и q_c (в силу $V \ll U$ при $t < t_c$ модель (П. 3) неплохо описывает и стадию до насыщения тока).

Рассмотрим сначала принятый в [11] линейный вариант $k=1$ задачи (П. 3). Решение $p(q) = 1 + q - (1 + q_0) \exp(q - q_0)$ и условие $q_c = p(q_c)$ максимальности тока при $t=t_c$ позволяют найти критические значения заряда, прошедшего через ПР, и тока

$$Q_c = (CV_s/2\zeta^2) \ln(1 + 2\zeta^2 U_0/V_s), \quad I_c = I_s \sqrt{(U_0 - Q_c/C)/V_s}.$$

Заменив V_s на $V_s n_p / \bar{n}$, получим формулы работы [11]. Их недостаток заключается в необходимости привлечения дополнительных соображений, позволяющих определить среднюю плотность \bar{n} (в частности, ее можно получить с помощью (4)).

При $k=2$ (П. 3) относится к специальному типу уравнения Риккати, связанному с уравнением Эйри,

$$u''(\xi) = \xi u; \quad p(q) = -x^{1/2} u'(\xi)/u(\xi), \quad \xi = x^{1/3} q. \quad (\text{П. 4})$$

Решение последнего можно взять в виде

$$u = u_-(\xi) + \beta u_+(\xi), \quad u_{\pm} = (3^{m_{\pm}/3}/6) \Gamma(m_{\pm}/3) \xi^{1/2} I_{\pm 1/3}(\xi), \quad (\text{П. 5})$$

где $m_+ = 1$, $m_- = 2$, $\eta = 2\xi^{3/2}/3$.

Постоянная β , определенная из начального условия $p(q_0) = 0$, оказывается равной

$$\beta = \frac{u'_-(\xi_0)}{u'_+(\xi_0)} = 3^{1/3} \frac{\Gamma(2/3)}{\Gamma(1/3)} \frac{I_{1/3}(\eta_0)}{I_{-1/3}(\eta_0)}, \quad (\text{П. 6})$$

а условие максимума тока в критическом состоянии $q_c = p^2 (q_c)$ позволяет найти

$$\xi_c = [u'(\xi_c)/u(\xi_c)]^2. \quad (\text{П. 7})$$

Формулы (П. 4)—(П. 7) описывают полное решение поставленной задачи. В наших условиях выражение (П. 6) можно упростить, пользуясь асимптотическим представлением функций Бесселя при большом значении аргумента $\xi_0^{3/2} = 2(\Omega C U_0 / I_s) \sqrt{U_0 / V_s}$. В итоге имеем

$$\xi \simeq 3^{1/3} [\Gamma(2/3)/\Gamma(1/3)] (1 + 7/64 \xi_0^3).$$

Переходя затем к пределу $\xi_0^3 \rightarrow \infty$ и подставляя результат в (П. 5) и (П. 7), находим

$$3\xi_c \simeq [K_{1/3}(\eta_c)/K_{1/3}(\eta_c)]^2.$$

Относительно ξ_c это уравнение имеет корень, близкий к единице. Его значение позволяет оценить остаточное напряжение батареи $U_c = U_0 \xi_c / \xi_0 = V_s \xi_c (2\xi)^{-2/3} \simeq 3$ кВ (отметим его независимость в этом приближении от U_0). Отсюда несложно найти $I_c = I_s (U_c / V_s)^{1/4}$. Кроме того, решение (П. 3) позволяет восстановить временную зависимость

$$\Omega t = \sqrt{\zeta/2} \int_q^{q_0} dq \sqrt{p(q)}.$$

В частности, выбрав в ней $q = q_c$, нетрудно вычислить значение t_c .

Список литературы

- [1] Miller P. A., Poukey J. W., Wright T. P. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. N 14. P. 940—943.
- [2] Meger R. A., Commisso R. J., Cooperstein G., Goldstein S. A. // Appl. Phys. Lett. 1983. Vol. 42. N 11. P. 943—945.
- [3] Ковальчук Б. М., Месяц Г. А. // ДАН СССР. 1985. Т. 284. № 4. С. 857—859.
- [4] Stringfield R., Schneider R., Genuario R. D. et al. // J. Appl. Phys. 1981. Vol. 52. N 3. P. 1278—1284.
- [5] Appruzese J. P., Mehlman G., Davis J. et al. // Phys. Rev. A. 1987. Vol. 35. N 11. P. 4896—4899.
- [6] Bruno C., Delvaux J., Nicolas A., Roche M. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1988. Vol. 15PS. N 6. P. 686—691.
- [7] IEEE Transactions on Plasma Science. 1988. Vol. 15PS. N 6.
- [8] Ottinger P. F., Goldstein S. A., Meger R. A. // J. Appl. Phys. 1984. Vol. 56. N 3. P. 774—784.
- [9] Иващенко Г. В. // Препринт ФИАН. № 318. М., 1985. 45 с.
- [10] Крастелев Е. Г., Мозговой А. Г., Соловьев М. Ю. // Препринт ФИАН. № 326. М., 1987. 22 с. Кр. сообщ. по физике ФИАН. М., 1988. № 2. С. 7—9.
- [11] Иващенко Г. В., Крастелев Е. Г. // Кр. сообщ. по физике ФИАН. М., 1988. № 12. С. 28—30.
- [12] Иващенко Г. В. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 6. С. 733—741.
- [13] Mason R. J., Jones M. E., Grossman J. M., Ottinger P. F. // J. Appl. Phys. 1988. Vol. 64. N 8. P. 4208—4211.
- [14] Widner M. M., Poukey J. M. // Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 11. P. 1838—1840.
- [15] Weber B. V., Commisso R. J., Meger R. A. et al. // Appl. Phys. Lett. 1984. Vol. 45. N 10. P. 1043—1045.
- [16] Kulsrud R. M., Ottinger P. F., Grossmann J. M. // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. N 6. P. 1741—1747.
- [17] Bluhm H., Böhmel K., Horpe P. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1988. Vol. 15PS. N 6. P. 654—666.
- [18] Крастелев Е. Г., Мозговой А. Г., Соловьев М. Ю. // Препринт ФИАН. № 64. М., 1989. 17 с.
- [19] Гордеев А. В., Заживихин В. В., Гулин А. В., Дроздова О. М. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 1988. № 1. С. 76—77.
- [20] Aranchuk L. E., Babykin V. M., Gordeev A. V. et al. // Proc. of 13th Int. Symp. on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum. Paris, 1988. P. 430—432.