КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

01; 11 Журнал технической физики, т. 61, в. 5, 1991

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ ДЛЯ ПРОСТЕЙШЕЙ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

П. И. Хаджи, Л. В. Федоров

В настоящее время актуальной задачей является исследование свойств нелинейных поверхностных волн (НПВ), направляемых плоской границей раздела между линейной и нелинейной средами. В работах [1, 2] исследовались свойства s-поляризованных НПВ для границы раздела с керровской нелинейной средой, в которой зависимость диэлектрической функции от амплитуды поля волны представляется в виде квадратичной по полю добавки. С другой стороны, в работах Каплана и др. [3, 4] в рамках нелинейного уравнения Шредингера исследовалось распространение бистабильных солитонов в неограниченной нелинейной среде, которая характеризуется скачкообразно меняющейся в зависимости от амплитуды поля диэлектрической функцией.

В данной работе представлены результаты исследований свойств s-поляризованных НПВ, распространяющихся вдоль границы раздела между линейной и нелинейной средами со скачкообразно меняющейся в зависимости от амплитуды поля диэлектрической проницаемостью. В [5] показано, что при учете экситон-экситонного взаимодействия в полупроводниках в определенной области спектра диэлектрическая проницаемость в зависимости от амплитуды поля изменяется практически скачкообразно, а вне этой области она может считаться не зависящей от поля. По-видимому, такая ситуация возможна в нелинейных средах, в которых возникает внутренняя обратная связь и имеет место гистерезис оптических функций в зависимости от внешнего параметра.

Найдем структуру поля и закон дисперсии s-поляризованных НПВ на границе раздела между линейной средой, которая описывается диэлектрической проницаемостью ε_0 и занимает полупространство $z \leqslant 0$, и нелинейной средой в области $z \geqslant 0$, которая характеризуется скачкообразно изменяющейся в зависимости от напряженности электрического поля волны диэлектрической проницаемостью вида

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1, & |E| < E_s, \\ \varepsilon_2, & |E| > E_s, \end{cases} \tag{1}$$

где E_s — некоторое характерное поле в среде, при достижении которого происходит «переключение» оптических свойств среды с одного состояния в другое.

Предполагаем, что волна распространяется вдоль оси x с волновым вектором k, ось z направлена перпендикулярно плоской границе раздела сред, а ось y расположена в плоскости раздела. Для s-поляризованных НПВ в этой геометрии отличными от нуля являются компоненты полей H_x, H_z и E_y. Исключая H_x и H_z из уравнений Максвелла, получаем следующее дифференциальное уравнение для поперечной компоненты электрического поля волны:

$$\frac{d^2E}{dz^2} = \left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}\right) E. \tag{2}$$

Отметим здесь, что s-поляризованные поверхностные волны не существуют на границе раздела двух линейных сред. Это является следствием условий на бесконечности и граничных условий. Их существование становится возможным, как только удается найти такую нелинейную однородную среду, в которой решение для $E(z)$ растет при удалении от границы раздела в глубь нелинейной среды, но тем не менее на бесконечности обращается в нуль. Хотя используемая нами здесь нелинейная среда является однородной и в различных областях значений E она линейна, тем не менее удается построить требуемое для существования s-поляризованной поверхностной волны решение. В сущности оно состоит в том, что два экспоненциально убывающих хвоста (в одной и в другой средах) «закрываются» сверху (полностью сопрягаясь) «косинусной шапочкой».

В линейной среде в области $z \leqslant 0$ решение уравнения (2), убывающее на бесконечности, имеет вид

$$E = E_0 \exp(q_0 z), \tag{3}$$

где

$$q_0 = \left(k^2 - \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2}\right)^{1/2}, \tag{4}$$

а E_0 — амплитуда поля на границе раздела сред.

В нелинейной среде, в области $z \geqslant 0$, первый интеграл уравнения (2) имеет вид

$$\left(\frac{dE}{dz}\right)^2 = q_1^2 E^2 \tag{5}$$

при $E \leqslant E_s$ и

$$\left(\frac{dE}{dz}\right)^2 = -p_2^2 E^2 + C \tag{6}$$

при $E \geqslant E_s$, где

$$q_1 = \left(k^2 - \varepsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2}\right)^{1/2}, \qquad p_2 = \left(\varepsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)^{1/2}. \tag{7}$$

Из требования непрерывности тангенциальных компонент полей на границе раздела сред получаем, что параметры E_0 и C выражаются через характерное поле E_s в виде

$$E_0^2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_0} E_s^2, \qquad C = \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) E_s^2. \tag{8}$$

Отсюда следует, что НПВ существуют в случае, если эффективный показатель преломления системы $n = ck/\omega$ удовлетворяет соотношению $\varepsilon_1 \leqslant \varepsilon_0 < n^2 < \varepsilon_2$.

Решение уравнения (6) в области $0 \leqslant z \leqslant z_s$, где $E \geqslant E_s$, имеет вид

$$E = \frac{\sqrt{C}}{p_2} \cos(p_2 z - \varphi), \qquad \cos\varphi = \left(\frac{\varepsilon_2 - n^2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}\right)^{1/2}. \tag{9}$$

Отсюда видно, что по мере удаления в глубь нелинейной среды амплитуда поля $E(z)$ сначала монотонно растет от значения E_0 до

$$E_m = \sqrt{C}/p_2 = \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - n^2}\right)^{1/2} E_s,$$

причем максимум амплитуды поля E_m достигается в точке

$$z = z_m = \frac{1}{p_2} \arccos\left(\frac{\varepsilon_2 - n^2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}\right)^{1/2},$$

затем поле монотонно убывает до значения $E = E_s$ в точке

$$z = z_s = \frac{1}{p_2}\left(\arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_2 - n^2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}} + \arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_2 - n^2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}}\right).$$

В области $z \geqslant z_s$ экспоненциально убывающее на бесконечности решение для $E(z)$ находим из (5)

$$E = E_s \cdot \exp(-q_1(z - z_s)). \tag{10}$$

Структура профиля поля $E(z)$ представлена на рис. 1. Поведение компоненты H_z аналогичное в силу того, что $H_z = (ck/\omega) E$.

Что касается продольной компоненты магнитного поля $H_x = (c/\omega)(dE/dz)$, то она характеризуется наличием одного максимума и одного минимума в нелинейной среде и проходит через нуль в точке $z = z_m$.

Определим поток энергии P, переносимый электромагнитной волной. Для этого проинтегрируем по всем z от $-\infty$ до $+\infty$ усредненную во времени продольную компоненту вектора Умова—Пойнтинга. В результате получаем

$$P=\frac{c^2E_s^2}{16\pi\omega}\,\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\,n}{\varepsilon_2-n^2}\left\{\frac{1}{\sqrt{n^2-\varepsilon_0}}+\frac{1}{\sqrt{n^2-\varepsilon_1}}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2-n^2}}\left(\arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_2-n^2}{\varepsilon_2-\varepsilon_0}}+\arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_2-n^2}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}}\right)\right\}. \tag{11}$$

Полный поток энергии P состоит из суммы потоков в линейной P_L и нелинейной P_{NL} областях соответственно $P=P_L+P_{NL}$. Поток энергии в линейной области выражается формулой

$$P_L=\frac{c^2E_s^2}{16\pi\omega}\,\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\cdot n}{(\varepsilon_2-\varepsilon_0)\sqrt{n^2-\varepsilon_0}}\,. \tag{12}$$

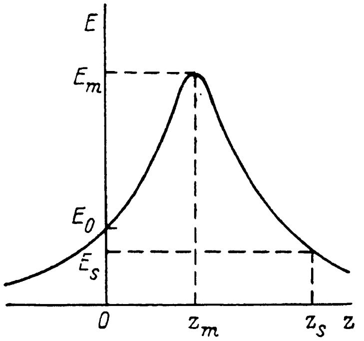
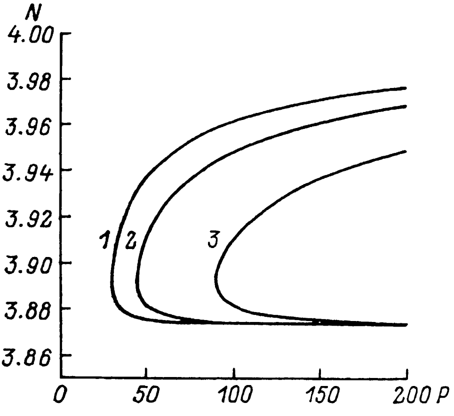


Рис. 1. Пространственный профиль напряженности электрического поля волны.

Рассматривая поток энергии P в качестве независимого (внешнего) параметра, можно найти зависимость эффективного показателя преломления n от потока. На рис. 2 представлена эта зависимость для ряда значений параметров.

Видно, что функция $n\ (P)$ является нелинейной и немонотонной. Поток энергии неограниченно растет при приближении n^2 к ε_2 и к $\max(\varepsilon_0,\ \varepsilon_1)$. Функция $P\,(n)$ характеризуется наличием минимума. Положение и величина минимума определяются значениями диэлектрических проницаемостей ε_0, ε_1, ε_2 и частотой распространяющейся волны ω. Это означает, что рассматриваемые НПВ возбуждаются при потоках энергии, превышающих критический поток $P_c=P_{\min}$. Такое поведение функции $P\,(n)$ обусловлено тем, что, как следует из (11) и (12), при $n\to\max(\sqrt{\varepsilon_0},\sqrt{\varepsilon_1})$ подавляющая часть потока переносится волной в линейной области, тогда как при $n\to\sqrt{\varepsilon_2}$ неограниченно растет часть потока P_{NL} в нелинейной среде. По мере удаления от этих крайних значений обе части потока (P_L и P_{NL}) убывают, что и обеспечивает появление минимума у функции $P\,(n)$.



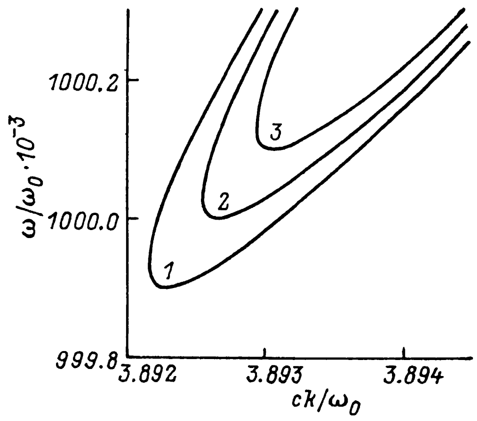


Рис. 2. Зависимость эффективного показателя преломления n от нормированного полного потока энергии P/P_0, $(P_0=(c^2E_s^2)/(16\pi\omega_0))$ при $\varepsilon_0=15$, $\varepsilon_1=14$, $\varepsilon_2=16$, для трех значений параметра $x=\omega/\omega_0$.

1 — 1.5, *2* — 1.0, *3* — 0.5.

Рис. 3. Закон дисперсии s-поляризованной поверхностной волны при $\varepsilon_0=15$, $\varepsilon_1=14$, $\varepsilon_2=16$ для трех значений параметра P/P_0.

1 — 44.689, *2* — 44.684, *3* — 44.679.

Зная зависимость $n\,(P)$, легко получить закон дисперсии НПВ $\omega\,(k)$ при фиксированном потоке энергии P (рис. 3). График закона дисперсии $\omega\,(k)$ располагается в створке, образованной прямыми $\omega=ck/\sqrt{\varepsilon_2}$ и $\omega=ck/\sqrt{\max(\varepsilon_1,\ \varepsilon_0)}$. В зависимости от величины потока дисперсионная кривая смещается внутри створки, удаляясь либо приближаясь к началу координат.

Что касается положения z_m и величины E_m максимума профиля поля $E(z)$, то они также определяются потоком энергии. Заметим, что рассматриваемые НПВ не существуют при $E_0 < E_s$.

Список литературы

[1] *Tomlinson W. J.* // Opt. Lett. 1980. Vol. 5. N 7. P. 323—325.
[2] *Maradudin A. A.* // Z. Phys. 1981. Vol. B41. N 4. P. 341—344.
[3] *Kaplan A. E.* // Phys. Rev. 1985. Vol. 55. N 12. P. 1291—1294.
[4] *Enns R. H., Rangnekar S. S., Kaplan A. E.* // Phys. Rev. 1987. Vol. A36. N 3. P. 1270—1279.
[5] *Хаджи П. И., Славов Ю. Д.* // УЖФ. 1988. Т. 33. № 6. С. 824—827.

Институт прикладной физики
АН МССР
Кишинев

Поступило в Редакцию
19 ноября 1989 г.
В окончательной редакции
24 сентября 1990 г.

01; 03

Журнал технической физики, т. 61, в. 5, 1991

СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД ЗАМЫКАНИЯ УРАВНЕНИЙ РАЗВИТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ: СКЕЙЛИНГ, ДАЛЬНОДЕЙСТВИЕ, ПАМЯТЬ

С. Р. Богданов

В работе [1] осуществлен расчет параметров развитой изотропной турбулентности за решеткой на основе гипотезы о масштабной инвариантности (скейлинге) длинноволновых флуктуаций поля скорости. Одна из основных трудностей, возникающих при обобщении этого метода на случай турбулентности со сдвигом, заключается в отыскании неизотропной формы спектральных тензоров. Известные попытки их непосредственной параметризации с помощью тензора рейнольдсовых напряжений $\overline{u_i u_j}$, а также тензора средних скоростей деформаций $U_{ij} \equiv \partial U_i/\partial x_j$ [2, 3], строго говоря, оправданы лишь для случая слабой анизотропии.

С другой стороны, в работе [4] были сформулированы ослабленные формы гипотезы подобия Колмогорова, учитывающие возможные нарушения локальной изотропии в инерционном интервале. Их использование применительно ко всему диапазону длинноволновых возмущений позволяет в рамках гипотезы скейлинга записать следующее факторизованное представление для спектральных тензоров при $k \ll k_d$:

$$F_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = f_{ij}(\mathbf{x}, \theta)\,\varphi(kr_c); \qquad T_{il,j}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = f_{il,j}(\mathbf{x}, \theta)\,t(kr_c). \tag{1}$$

Здесь $k_d = (\bar{\varepsilon}/\eta^3)^{1/4}$ — диссипативное волновое число, $\bar{\varepsilon}$ — средняя скорость диссипации энергии, η — коэффициент кинематической вязкости, r_c — корреляционный радиус турбулентности, $F_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = (2\pi)^{-3}\int \overline{u_i(\mathbf{x})\,u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r})}\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})\,d\mathbf{r}$, $T_{il,j}$ — кубичный по скоростям двухточечный спектральный тензор, $\theta = \mathbf{k}/k$.

Есть основания предполагать [5], что набор секулярных параметров анизотропной турбулентности в общем случае включает помимо $\bar{\varepsilon}$ и r_c лишь небольшое число низших ориентационных моментов функций f_{ij}, определяемых следующим образом:

$$f_{ij}^{(l \ldots m)}(\mathbf{x}) = \int f_{ij}(\mathbf{x}, \theta)\,\theta_l \ldots \theta_m d\theta. \tag{2}$$

Здесь интегрирование осуществляется по поверхности единичной сферы. Момент нулевого порядка $f_{ij}^{(0)}$ определяет среднее по ориентациям значение функции f_{ij}.