

04

© 1991 г.

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭМИТТИРУЮЩЕЙ ПЛАЗМЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*В. П. Сидоров, С. Ю. Удовиченко, П. Е. Беленцов*

На основе одножидкостной гидродинамической модели бесстолкновительной плазмы рассмотрена неустойчивость возмущений, распространяющихся вдоль эмиттирующей плазменной поверхности. Показано, что в условиях протока вещества через заряженную плазменную поверхность инкремент поверхностных возмущений может быть выше соответствующей величины в статическом пределе заряженной поверхности жидкого проводника.

Положение эмиттирующей поверхности в плазменном диоде зависит от ускоряющего напряжения, плотности и температуры компонентов плазмы. При отборе из плазмы электронов в ускоряющем промежутке между плазмой и извлекающим электродом образуется слой отрицательного пространственного заряда, на котором падает ускоряющее напряжение. В условиях превышения эмиссионной способности плазмы над пропускной способностью ускоряющего промежутка вблизи плазменной поверхности образуется область минимума потенциала и непосредственно у поверхности электрическое поле оказывается ускоряющим для положительно заряженных ионов. Это вызовет перемещение плазменной поверхности к извлекающему электроду. Когда ток эмиссии сравняется с током, ограниченным пространственным зарядом, движение плазменной поверхности прекратится. При этом электрическое поле у поверхности равно нулю, потенциал монотонно растет по направлению к электроду, ток в ускоряющем промежутке является током насыщения и удовлетворяет закону «трех вторых» [1]. При отборе ионов у плазменной поверхности нет экстремума потенциала, который мог бы возвращать в плазму медленные ионы; возникновению такого экстремума противодействовала бы компенсация положительного объемного заряда быстрыми электронами плазмы [2]. В настоящее время не решена аналитически задача о распределении ускоряющего поля и плотности частиц в переходном заряженном слое на движущейся границе плазмы, описание которого возможно только на кинетическом уровне. В работе [3] с помощью уравнений Власова—Пуассона проведено численное моделирование самосогласованного истечения электронно-ионной плазмы через отверстие в ускоряющий зазор диода, когда с поверхности плазмы отбираются электроны. Детальное численное моделирование позволило проследить за движением искривленной границы тяжелых положительных ионов. При этом мгновенные профили электронной плотности имели изрезанный вид и пульсировали с электронной плазменной частотой. Истечение электронов в вакуумную область носило прерывисто-струйный характер. Указание на то, что плазменный катод с резкой границей плотности имеет тенденцию к дроблению на тонкие струи, содержится и в более ранней работе [4]. Изрезанность и дробление на струи плазменного эмиттера, по-видимому, связаны с нарастанием во времени возмущений, распространяющихся вдоль заряженной поверхности плазменной жидкости и затухающих по обе стороны от нее. Решение задачи о неустойчивости плоской заряженной поверхности жидкого проводника относительно таких возмущений при-

ведено в монографии [5] для статического предела, когда через поверхность нет потока вещества. Инкремент поверхностных возмущений имеет вид

$$\text{Im } \omega = \left[ \frac{k}{\rho} \left( \frac{E^2}{4\pi} - \beta k^2 - \rho g \right) \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где  $E = 4\pi\sigma$  — электрическое поле вблизи поверхности,  $\sigma$  — поверхностная плотность зарядов,  $\rho$  — массовая плотность жидкости,  $\beta$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $k$  — величина волнового вектора возмущений.

В настоящей работе на основе одножидкостной гидродинамической модели бесстолкновительной плазмы исследуем неустойчивость эмиттирующей плоской плазменной поверхности. Покажем, что в условиях вытекания плазменных частиц через заряженную поверхность плазмы инкремент поверхностных возмущений определяется не только величиной ускоряющего электрического поля, но и величиной разрыва плотности среды на границе эмиттера и может быть выше соответствующего инкремента в статическом пределе заряженной поверхности жидкого проводника.

Плотность плазмы, проникающей за пределы переходного заряженного слоя на границе эмиттера, может быть значительно ниже, чем внутри разрядной камеры [6]. Из условий применимости описания бесстолкновительной плазмы в рамках одножидкостной гидродинамики следует требование неизотермичности плазмы. Когда потенциал электрода  $\varphi_e > T_e/e \gg T_i/e$ , где  $T_e$  и  $T_i$  — температура электронов и ионов соответственно, можно пренебречь толщиной разрыва плотности среды на границе эмиттера, где плотность ионной компоненты падает в  $e$  раз [1]. Далее для упрощения выкладок используем приближение плоской плазменной поверхности. В ускоряющем промежутке справедливы следующие уравнения одножидкостной гидродинамики, включающие объемную плотность сторонней электрической силы, а также уравнение Пуассона, описывающее падение напряжения на слое объемного заряда в диоде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \frac{\rho_q}{\rho} \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\nabla \mathbf{E} = 4\pi \rho_q, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (4)$$

где  $\mathbf{v} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} / \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha}$  и  $\rho = \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha}$  — массовые скорость и плотность плазменной жидкости соответственно;  $\mathbf{v}_{\alpha}$  и  $n_{\alpha}$  — направленная скорость и плотность компонент плазмы;  $\rho_q = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha}$  — плотность объемного заряда;  $\alpha = i, e$ .

На движущейся поверхности разрыва плотности среды, совпадающей с границей плазменного эмиттера, как и во всем объеме диода, должны быть непрерывны потоки вещества и импульса [5, с. 333]

$$\{\rho \mathbf{v} \mathbf{n}\}_{z=z_0+\psi(x)} = 0, \quad (5)$$

$$\{\Pi_{ik} n_k\}_{z=z_0+\psi(x)} = 0, \quad (6)$$

где  $\Pi_{ik} = P \delta_{ik} + \rho v_i v_k + (1/4\pi)[(1/2)E^2 \delta_{ik} - E_i E_k]$  — тензор плотности потока импульса, учитывающий стороннюю электрическую силу;  $P$  — давление в среде;  $z$  и  $x$  — координатные оси, направленные перпендикулярно и вдоль эмиттирующей поверхности соответственно;  $z_0$  — координата границы плазмы;  $\psi(x)$  — малое искривление поверхности плазмы в направлении оси  $z$ ;  $\mathbf{n}$  — нормаль к этой поверхности.

В квазинейтральной плазме используем уравнения одножидкостной гидродинамики (2) и (3) без учета объемной плотности сторонней электрической силы, так как ускоряющее поле диода скинируется в переходном слое на границе эмиттера до уровня собственного теплового поля плазмы  $E_z = -(T_e/en_e) \cdot \partial n_e / \partial z$ .

Давление неизотермической плазмы определяется температурой электронов, которая считается постоянной во времени и однородной в пространстве. Уравнение состояния плазмы при этом имеет вид [7]  $P = v_s^2 \cdot \rho = n_e T_e = n_i T_e$ , где  $v_s = (T_e/m_i)^{1/2}$  — скорость ионного звука. Давлением же плазменной жидкости в заряженной области за границей разрыва плотности среды можно пренебречь по сравнению с давлением в плотной квазинейтральной плазме и давлением стороннего электрического поля.

Положение движущейся плазменной поверхности описывается в общем виде условием

$$\rho(z_0) \cdot v_z(z_0) = \frac{1}{v_z(z) - v_z(z_0)} \left[ \frac{1}{8\pi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + P(z_0) \right], \quad (7)$$

следующим из (5) и (6). Известно решение уравнения (7) для установившегося равновесного положения эмиттирующей плазменной поверхности, когда справедливы нулевые граничные условия на потенциал и напряженность поля в ускоряющем зазоре. Если положить, что давление электрического поля значительно превышает давление плазмы, а ионы полностью отражаются на ее границе и не вытекают в диод (большой положительный потенциал на электроде), т. е.  $\rho(z > z_0) \approx n_e m_e$ , то при использовании выражений для скорости электронов  $v_z(z_0) = v_{T_e} = (T_e/m_e)^{1/2}$  и  $v_z(z > z_0) = (2e\varphi(z)/m_e)^{1/2}$  из (7) следует известный закон «трех вторых» [1]

$$j_e = 0.4en_e(z_0)v_{T_e} = \left( \frac{2e}{m_e} \right)^{1/2} \frac{\varphi_e^{3/2}}{9\pi d^2}, \quad (8)$$

где  $j_e$  — электронная плотность тока насыщения, извлекаемого из плазмы;  $d = z_3 - z_0$ ,  $z_3$  — координата электрода.

В указанных условиях выражение (8) устанавливает достаточно простую связь между расстоянием от плазменной поверхности до электрода и ускоряющим напряжением, плотностью и температурой отбираемых из плазмы электронов. В обратном пределе большого отрицательного потенциала на электроде можно получить аналогичное (8) выражение для отбираемой ионной плотности тока.

Поскольку нет аналитического решения для распределения ускоряющего поля и плотности частиц в переходном заряженном слое на границе движущейся плазмы, то используем при исследовании поверхностных возмущений квазиравновесные значения поля  $E_z$ , давления  $P$  и массовой плотности среды  $\rho$  в диоде и плазме как заданные параметры, определяемые численными или экспериментальными методами и удовлетворяющие уравнению (7). Изменениями этих параметров во времени можно пренебречь на фоне быстрых процессов, когда фазовая скорость возмущений значительно больше скорости движения границы плазмы, по порядку величины совпадающей со скоростью ионного звука [3].

Будем считать, что малые возмущения параметров, входящих в (2)–(6), распространяются в виде бегущих плоских волн вдоль эмиттирующей поверхности, затухая по обе стороны от нее, и пропорциональны  $\exp(-i\omega t + ik_x x - k_z z)$ . Величина  $k_x$  соответствует продольной по отношению к плазменной поверхности составляющей волнового вектора, а  $k_z$  играет роль показателя спада возмущений в поперечном направлении. Представляя возмущение давления среды при неизменной температуре  $\delta P = P \delta \rho / \rho$  и полагая равновесные значения  $E_x = 0$ ,  $v_x = 0$ , из линеаризованных уравнений (2)–(6) получим следующую систему уравнений для возмущенных параметров:

$$\delta \rho = \frac{1}{\Omega} \left( k_x \delta v_x + ik_z \delta v_z - i \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} \delta v_z \right), \quad (9)$$

$$\delta v_z = \frac{i}{\Omega} \left[ k_x v_s^2 \delta \rho + \frac{\partial}{\partial z} \left( P - \frac{E_z^2}{8\pi} \right) \frac{\delta \rho}{\rho} \right] \frac{i \delta \varphi}{4\pi \varphi \Omega} \left[ (k_x^2 - k_z^2) E_z - \frac{\partial E_z}{\partial z} k_x \right], \quad (10)$$

$$\delta v_x = \frac{k_x}{\rho \Omega} \left( v_s^2 \delta \rho + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial z} \delta \varphi \right), \quad (11)$$

$$\{\rho \delta v_z + v_z \delta \rho\}_{z=z_0+\psi} = 0, \quad (12)$$

$$\left\{ (v_s^2 + v_z^2) \delta \rho + 2\rho \delta v_z \cdot v_z - \frac{1}{4\pi} k_z E_z \delta \varphi \right\}_{z=z_0+\psi} = 0, \quad (13)$$

где  $\tilde{\Omega} = \omega - ik_z v_z + \partial v_z / \partial z$ ,  $\Omega = \omega - ik_z v_z$ .

Покажем, что возмущение нормали  $\mathbf{n}$  к плоской плазменной поверхности с малыми искривлениями вносит в уравнения (12) и (13) поправки второго порядка малости и их можно не учитывать. Действительно, проекции нормали  $n_x$  и  $n_z$  к искривленной поверхности определяются из совместного решения уравнения нормировки  $n_x^2 + n_z^2 = 1$  и условия ортогональности нормали и касательной к этой поверхности  $n_x + n_z (\partial \psi / \partial x) = 0$ :  $n_x = -(\partial \psi / \partial x) [1 + (\partial \psi / \partial x)^2]^{-1/2}$ ,  $n_z = [1 + (\partial \psi / \partial x)^2]^{-1/2}$ . Тогда, полагая  $\partial \psi / \partial x \ll 1$ , для разности проекций нормали при искривленной и плоской поверхностях получим  $\delta n_x = n_x = -\partial \psi / \partial x$ ,  $\delta n_z = -1/2 (\partial \psi / \partial x)^2$ . В уравнения (12) и (13) проекция нормали  $n_x = \delta n_x$  входит только в комбинации с малой величиной  $\delta v_x$ , так как  $v_x = 0$ .

В общем виде дисперсионное уравнение, описывающее колебания на поверхности плазмы, которое можно получить из системы уравнений (9)–(13), довольно громоздкое, однако при определенных предположениях оно упрощается. Так, в случае слабой неоднородности параметров плазмы и диода, когда  $k_z^{-1} \cdot \partial (\ln \rho, \ln E, \ln v_z) / \partial t \ll 1$ , полагая  $\Omega^2 \gg k_x^2 v_s^2$ , получим следующее дисперсионное уравнение:

$$D_0(\omega, k_x, k_{z0}) + \frac{k_{z1}}{k_{z0}} \frac{k_{z0}^2 - k_x^2}{k_{z1}^2 - k_x^2} D_1(\omega, k_x, k_{z1}) = 0, \quad (14)$$

где  $D_{1,0} = \Omega_{1,0}^2 \pm 2i\Omega_{1,0} \cdot v_{z1,0} (k_{z1,0}^2 - k_x^2) / k_{z1,0} + (k_{z1,0}^2 - k_x^2) v_{z1,0}^2$ , индекс нуль относится к параметрам плазмы, а индекс 1 — к параметрам диода вблизи эмиттирующей поверхности.

При получении уравнения (14) считалось, что плазма занимает полупространство  $z < 0$ , ( $z_0 = 0$ ). В этой области при сшивке ее с областью диода в уравнениях (9)–(13) для получения затухающего от поверхности решения знак  $k_{z0}$  выбирался отрицательным.

Как показывает анализ уравнения (14), при условии  $(1 + k_{z1}/k_{z0})^{-1} (k_x^2/k_{z0}^2) \times (\rho_0/\rho_1 - 1)^2 \gg 1 + k_{z1} \rho_0^2 / k_{z0} \rho_1^2$  эмиттирующая плазменная поверхность аперидически неустойчива ( $\text{Re } \omega = 0$ ) относительно мелкомасштабных возмущений с максимальным инкрементом, равным

$$\text{Im } \omega = \frac{2k_x^2 v_{z1}}{k_{z0} + k_{z1}} \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0} = \frac{2k_x^2}{k_{z0} + k_{z1}} \left[ \left( P_0 + \frac{1}{8\pi} E_{z1}^2 \right) \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 - \rho_1) \right]^{1/2}, \quad (15)$$

где  $\rho_0 \gg \rho_1$ ,  $k_{z0} \ll k_{z1}$ .

При нарушении указанного условия неустойчивость становится периодической ( $\text{Im } \omega \geq \text{Re } \omega$ ). Учтем то обстоятельство, что выражение (1) было получено для жидкого проводника в вакууме и над искривленной поверхностью использовалось условие  $\Delta(\delta \varphi) = 0$ , т. е.  $k_x \approx k_z = k$ . При наличии же объемного заряда в ускоряющем зазоре, как следует из (4),  $k_x^2 - k_{z1}^2 = 4\pi \delta \rho_{i1} / \delta \varphi_1$  и инкремент (15) может значительно превосходить выражение (1), если  $k_x^2 \gg k_{z1}^2$ . При отборе электронов с плазменной поверхности и малой плотности ионов в объеме диода, когда  $\rho_1 \ll \rho_0$ , величина инкремента (15) в  $(\rho_0/\rho_1)^{1/2}$  раз превышает соответствующий инкремент в гидростатике. Предельный переход в инкременте от гидродинамики к гидростатике недопустим, так как возмущения в этих случаях развиваются на фоне совершенно разных состояний заряженных поверхностей. Проток вещества через плазменную поверхность ( $v_{z1} > v_{z0} > 0$ ) является необходимым условием для перемещения этой поверхности ( $v \approx v_s$ ) и установления ее равновесного положения. В гидростатике жидкого проводника ( $v_{z1} = 0$ ) равновесие достигается за счет компенсации силы давления силами поверхностного натяжения и тяжести.

Отметим, что в рамках простой модели плоской эмиттирующей поверхности не учитывалось возмущение нормали к поверхности, которое вносит в решение задачи поправки второго порядка малости. Однако в условиях искривленной

границы плазмы (вогнутой или выпуклой) возмущение нормали к поверхности будет уже линейным относительно малого искривления поверхности и может, так же как и учет неоднородности параметров диода, внести стабилизирующий эффект в развитие поверхностных возмущений вплоть до их подавления.

### Выводы

1. В условиях потока вещества через движущуюся плазменную поверхность инкремент поверхностных возмущений может быть выше соответствующей величины в статическом пределе заряженной поверхности жидкого проводника.

2. При отборе электронов в плазменном диоде с уменьшением положительного потенциала на электроде по отношению к плазме уменьшается величина разрыва плотности среды на границе эмиттера вследствие вытекания ионов все дальше в ускоряющий промежуток и отражения вблизи электрода, что приводит к уменьшению инкремента поверхностных возмущений. Возможны условия для периодического и аperiodического развития неустойчивости. В условиях установившегося равновесного положения плазменного эмиттера, когда электрическое поле у поверхности равно нулю, инкремент поверхностных возмущений обусловлен давлением плазмы, определяемым температурой электронов.

3. При подаче на ускоряющий электрод отрицательного потенциала происходит устойчивый отбор ионов, плотность которых монотонно падает к электроду ( $\rho_0 \simeq \rho_1$ ,  $\text{Im } \omega = 0$ ). В этом случае из-за отсутствия границы плотности среды понятие «возмущение границы эмиттера» лишено физического смысла.

Авторы выражают благодарность В. Л. Калитвянскому и И. И. Товстопяту-Нелипу за полезные обсуждения.

### Список литературы

- [1] Крейндель Ю. Е. Плазменные источники электронов. М.: Атомиздат, 1977.
- [2] Гибович М. Д. Физика и техника плазменных источников ионов. М.: Атомиздат, 1972.
- [3] Битищев О. В., Сигов Ю. С. Препринт ИПМ АН СССР. № 87. М., 1987. 27 с.
- [4] Беленсов П. Е. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 4. С. 426—434.
- [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 54 с.
- [6] Дорохов И. В., Лиситченко В. В., Опанасенко А. В., Романюк Л. И. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 12. С. 1439—1445.
- [7] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рузадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1978. 57 с.

Сухумский физико-технический институт  
им. И. Н. Векуа

Поступило в Редакцию  
22 августа 1990 г.