

О ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ, СВЯЗАННЫХ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ ПЛАНАРНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

А. Б. Сотский

В работах [1-3] анализировались свойства решений системы уравнений, связывающей низкочастотные токи, заряды и напряженность поля,

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi. \quad (1)$$

При этом установлено, что в однородных анизотропных средах, характеризующихся непропорциональными друг другу тензорами диэлектрической проницаемости ϵ и проводимости σ , возникает пространственный заряд, не подчиняющийся закону максвелловской релаксации. В работах [4, 5] экспериментально показано, что данный заряд оказывает существенное влияние на низкочастотный отклик электрооптических deflectоров.

Количественный анализ переходных процессов, связанных с пространственным зарядом, требует решения системы (1) с учетом конфигурации возбуждающих поля электродов. В настоящей работе он проведен для планарных электродов, используемых в устройствах интегральной оптики. В основу рассмотрения положено строгое решение краевой задачи для монохроматических компонент, найденное в [6].

Рассмотрим планарную систему n бесконечно тонких параллельных электродов, расположенных на границе раздела ($y=0$) двух сред, x -координаты j -го электрода равны a_j и b_j . Каждый из электродов подключен к одному из полюсов источника напряжения $U(t)$. Среда, расположенная в области $y > 0$, предполагается изотропной, имеющей диэлектрическую проницаемость ϵ_1 и непроводящей. В области $y < 0$ расположен однородный монокристалл, для которого $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = 0$, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = 0$, $\epsilon_{xx} = \epsilon_x$, $\epsilon_{yy} = \epsilon_y$, $\sigma_{xx} = \sigma_x$, $\sigma_{yy} = \sigma_y$. Ищется распределение поля \mathbf{E} в монокристалле. Задача предполагается двумерной, т. е. $\nabla_z^2 \varphi = 0$.

Принтегрировав решения, полученные в [6] по спектру частот, после преобразований получаем

$$E_{x,y}(x, y, t) = \sum_{k=0}^{n-2} \frac{A_k}{\eta_k} \int_{-\infty}^{\infty} B_{x,y}^{(k)}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (2)$$

где $B_x^{(k)}(\omega) = -U(\omega) R_k'(\omega)$, $B_y^{(k)}(\omega) = U(\omega) H(\omega) I_k(\omega)$, $U(\omega) = 1/(2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} U(t) e^{-i\omega t} dt$ —

фурье-образ напряжения, постоянные A_k определяются из системы алгебраических уравнений $\sum_{k=0}^{n-2} A_k u_j^{(k)} = N_j$, N_j принимают значения $-1, 0, 1$ в зависимости от способа подключения электродов к полюсам источника,

$$u_j^{(k)} = \frac{(-1)^{j-1}}{\eta_k} \int_{b_j}^{a_{j+1}} F_k(\tau) d\tau, \quad \eta_k = \int_{b_1}^{a_2} F_k(\tau) d\tau, \quad F_k(\tau) = \tau^k \left[\prod_{j=1}^n |\tau - a_j| |\tau - b_j| \right]^{-1/2}$$

$$R_k(\omega) = f_k[\tilde{y}(\omega)] + f_k[-\tilde{y}(\omega)], \quad I_k(\omega) = f_k[\tilde{y}(\omega)] - f_k[-\tilde{y}(\omega)], \quad \tilde{y}(\omega) = H(\omega) y,$$

$$f_k(\tilde{y}) = \frac{(x + i\tilde{y})^k}{2 \prod_{j=1}^n \sqrt{x - a_j + i\tilde{y}} \sqrt{x - b_j + i\tilde{y}}}, \quad H(\omega) = -\sqrt{\frac{\sigma_x + i\omega\epsilon_x}{\sigma_y + i\omega\epsilon_y}},$$

причем выбираются ветви квадратных корней $\text{Re} \sqrt{\dots} \geq 0$. Для расчета интегралов в (2) воспользуемся методом контурного интегрирования. Функции $H(\omega)$, $R_k(\omega)$, $I_k(\omega)$ ограничены и аналитичны на всей комплексной плоскости, за исключением мнимой полуоси $\text{Re} \omega = 0$, $\text{Im} \omega > 0$. Точки $\omega = i\Delta_x$, $\omega = i\Delta_y$ ($\Delta_x = \sigma_x \epsilon_x^{-1}$, $\Delta_y = \sigma_y \epsilon_y^{-1}$) являются точками ветвления. Отрезок полуоси, соединяющий эти точки, является линией разреза. Деформации исходного кон-

тура интегрирования, приводящие к пересечению разреза, требуют учета интегралов по контуру, окружающему разрез. Заменим в равенствах (2) контур интегрирования $\text{Im } \omega = 0$ на бесконечно узкий контур, охватывающий разрез, обход которого осуществляется против часовой стрелки, и обозначим величины в левых частях равенств через ΔE_x и ΔE_y . После преобразований получаем

$$\Delta E_{x,y} = \frac{2(-1)^n (\Delta_x - \Delta_y) \varepsilon_y}{\varepsilon_x \varepsilon_{x,y}} \sum_{k=0}^{n-2} \frac{A_k}{\eta_k} \sum_{j=1}^n (-1)^j \int_{a_j}^{b_j} \frac{\delta_{x,y} \bar{U}(i\omega') e^{-\omega' t} \xi^k d\xi}{S^2 \sqrt{\prod_{j=1}^n |\xi - a_j| |\xi - b_j|}}, \quad (3)$$

где $\zeta_x = y^2$, $\zeta_y = -y^3$, $\delta_x = y'$, $\delta_y = (y')^2$, $y' = x - \xi$,

$$\omega' = \left[\Delta_y \left(\frac{y'}{y} \right)^2 \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} + \Delta_x \right] S^{-1}, \quad S = \left(\frac{y'}{y} \right)^2 \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} + 1.$$

Покажем, что выражения (3) описывают переходные процессы в среде. Пусть на электроды в момент времени $t=0$ подается прямоугольный импульс напряжения амплитуды U_0 и длительности T , для которого

$$U(\omega) = \frac{U_0}{2\pi i \omega} [1 - e^{-i\omega T}].$$

Воспользовавшись в выражениях (2) теоремой о вычетах и выделяя в функции $\bar{U}(\omega) e^{i\omega t}$ слагаемые, удовлетворяющие условиям леммы Жордана в верхней или нижней полуплоскостях, находим $E_x = E_y = 0$, $t < 0$, $E_x = -U_0 \sum_{k=0}^{n-2} (A_k/\eta_k) R_k(0) + \Delta E_{x1}$, $E_y = U_0 H(0) \sum_{k=0}^{n-2} (A_k/\eta_k) I_k(0) + \Delta E_{y1}$, $0 < t < T$, $E_x = \Delta E_{x1}$, $E_y = \Delta E_{y1}$, $t > T$, где ΔE_{x1} и ΔE_{y1} вычисляются по формулам (3), в которых $\bar{U}(i\omega')$ заменяется на $-(U_0/2\pi\omega')$.

Воспользовавшись теоремой о среднем, нетрудно убедиться, что величины $|\Delta E_{x,y}|$, $|\Delta E_{x,y}|$ являются убывающими функциями времени, не превосходящими $\beta e^{-\alpha t}$, где $\alpha = \min(\Delta_x, \Delta_y)$, β — постоянная. В пределах достаточно длительного импульса при условиях $\alpha t \gg 1$, $t < T$ достигаются асимптотические значения полей $E_{x\infty} = -U_0 \sum_{k=0}^{n-2} (A_k/\eta_k) \times R_k(0)$, $E_{y\infty} = U_0 H(0) \sum_{k=0}^{n-2} (A_k/\eta_k) I_k(0)$. Можно показать [6], что $\nabla \cdot \varepsilon E_{\infty} = 0$. При этом плотность пространственного заряда $\rho = \nabla \cdot \varepsilon E_{\infty}$ отлична от нуля. В пределе при $t \rightarrow +0$ поля E_x и E_y также выражаются через элементарные функции. Для нахождения $\lim_{t \rightarrow +0} \Delta E_{x1}$ рассмотрим интеграл

$$J = \frac{U_0}{2\pi} \int_C \sum_{k=0}^{n-2} \frac{A_k}{\eta_k} \frac{R_k(\omega) - R_k(\infty)}{i\omega} d\omega,$$

где контур C — окружность бесконечного радиуса.

При $|\omega| \rightarrow \infty$ модуль подынтегральной функции убывает как $|\omega|^{-2}$. В результате $J=0$. С другой стороны, интеграл J равен сумме вычета в точке $\omega=0$ и интеграла по берегам разреза, равного $-\lim_{t \rightarrow +0} \Delta E_{x1}$, откуда

$$\lim_{t \rightarrow +0} \Delta E_{x1} = U_0 \sum_{k=0}^{n-2} \frac{A_k}{\eta_k} [R_k(0) - R_k(\infty)],$$

$$E_{x0} = \lim_{t \rightarrow +0} E_x = -U_0 \sum_{k=0}^{n-2} \frac{A_k}{\eta_k} R_k(\infty).$$

Аналогично

$$E_{y0} = \lim_{t \rightarrow +0} E_y = U_0 H(\infty) \sum_{k=0}^{n-2} \frac{A_k}{\eta_k} I_k(\infty).$$

Таким образом, в момент включения импульса $\nabla \cdot \epsilon E = 0$ [6] и пространственный заряд отсутствует. Отметим, что для достаточно длительных импульсов при $at \gg 1$ и $t > T \times \Delta E_{x1}(x, y, t) = -\Delta E_{x1}(x, y, t-T)$, $\Delta E_y(x, y, t) = -\Delta E_{y1}(x, y, t-T)$. При этом задний фронт импульса напряженности совпадает с «перевернутым» передним фронтом.

Приведем пример расчета переходных процессов в электрооптическом направленном ответвителе, поперечное сечение которого представлено на рис. 1. Параметры ответвителя возьмем из работы [7], в которой переходные процессы наблюдались экспериментально.

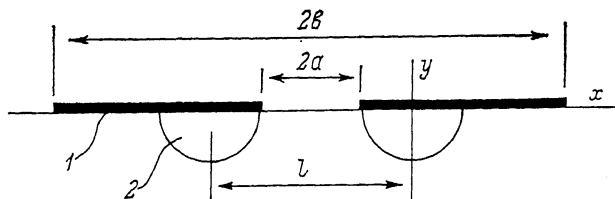


Рис. 1. Поперечное сечение направленного ответвителя.

1 — электроды, 2 — волноводы.

Рассмотрим устройство, созданное на основе канальных волноводов в Z-срезе кристалла LiNbO_3 . Предположим, что волноводы получены диффузией полосок титана толщиной 50 нм, ширины 7.5 мкм в течение 6 ч при температуре 1050 °C и имеют распределение приращения показателя преломления

$$\Delta n = \Delta n_0 [1 + pX(\xi)] (1 + p)^{-1} [e^{-\eta^2 X(\xi)}]^\gamma,$$

$$X(\xi) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\xi + \frac{1}{2} F \right) - \operatorname{erf} \left(\xi - \frac{1}{2} F \right) \right], \quad \xi = xd^{-1}, \quad \eta = yd^{-1},$$

где $\Delta n_0 = 0.005$, $p = 0.183$, $\gamma = 0.5$, $F = 2.038$, $d = 3.68$ мкм [6].

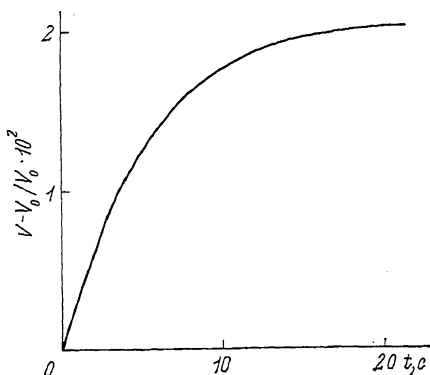


Рис. 2. Временной дрейф «эффективного» напряжения.

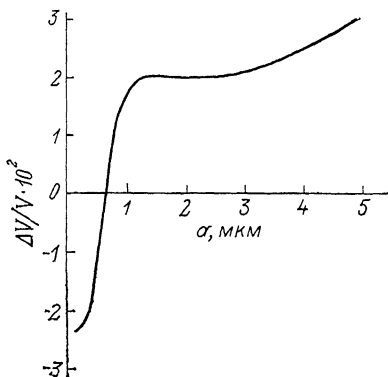


Рис. 3.

Расстояние между волноводами l и длина волны излучения равны 11.5 и 1.3 мкм. Используются моды TM -поляризации. Управляющее поле создается двумя симметричными электродами с $L = 8$ мм и $2a = 4$ мкм (L — длина электродов), на которые подается прямоугольный импульс напряжения с $\alpha T \gg 1$.

В первом приближении интенсивность излучения в каждом из волноводов на выходе устройства является функцией интеграла перекрытия $\Gamma(t) = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^2(x, y) E_y(x, y, t) dx \times$

$$\times \left[\int_{-\infty}^0 dy \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^2(x, y) dx \right]^{-1}, \quad \text{где } \Psi \text{ — поперечная компонента поля моды волновода. В настоя-$$

щей работе вычисления $\Psi(x, y)$ и $\Gamma(t)$ выполнены методом оптимального разделения переменных [8]. Обозначим через Γ_0 и Γ_∞ значения, принимаемые интегралом перекрытия при $E_y = E_{y0}$ и $E_y = E_{y\infty}$, и определим «эффективное» напряжение V , $V = U_0 \Gamma(t) \Gamma_0^{-1}$, $V_0 = U_0$, $V_\infty = U_0 \Gamma_\infty \Gamma_0^{-1}$. В [7] для устройств, созданных в кристалле, поверхность которого обрабаты-

звалась ионным тлением с последующим отжигом, установлено, что $(\Delta V)/V = (V_\infty - V_0)/V_0 = 0.02$. Данному значению при $\epsilon_x = 78\epsilon_0$, $\epsilon_y = 32\epsilon_0$ (ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума) соответствует $\sqrt{\sigma_x \sigma_y^{-1}} = 1.89$. Проинтегрировав первое из уравнений (1) с использованием результатов [6], получаем для сопротивления кристалла $R = (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_x \epsilon_y}) \times (C \sqrt{\sigma_x \sigma_y})^{-1}$, где $C = (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_x \epsilon_y}) K(k') I [2K(k)]^{-1}$ — емкость электродов, $k = ab^{-1}$, $k' = \sqrt{1 - k^2}$, $K(k)$ — полный эллиптический интеграл. Значениями $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $R = 1.58 \cdot 10^{12}$ Ом, $C = 4.9 \cdot 10^{-12}$ Ф [7], $\sqrt{\sigma_x \sigma_y^{-1}} = 1.89$ соответствуют $k = 0.056$, $\sigma_x = 110.15 \cdot 10^{-12}$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$, $\sigma_y = 30.84 \cdot 10^{-12}$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$. Рассчитанная зависимость $(V - V_0)/V_0$ от t при найденных значениях параметров представлена на рис. 2. Длительность переходного процесса Δt составляет около 19 с, что по порядку величин согласуется с временами $\Delta t \sim 20 - 30$ с, наблюдавшимися в [7]. На рис. 3 представлена также рассчитанная зависимость величины $(\Delta V)/V$ от расстояния между электродами. Видно, что существует оптимальное расстояние a , при котором $(\Delta V)/V = 0$.

Список литературы

- [1] Крылов Б. В. // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1978. № 6. С. 61—65.
- [2] Гусак Н. А., Камач Ю. Э., Овчинников В. М., Сотский Б. А. // ДАН БССР. 1983. Т. 27. № 10. С. 904—906.
- [3] Гусак Н. А. // Ковариантные методы в теоретической физике (Оптика и акустика). Минск, 1986. С. 16—24.
- [4] Гусак Н. А., Гриб А. Ф. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 2. С. 445—447.
- [5] Лепарский В. Е. // Ковариантные методы в теоретической физике (Оптика и акустика). Минск, 1986. С. 96—100.
- [6] Сотский А. Б., Сизуха В. И. // ЖТФ. 1983. Т. 58. Вып. 4. С. 684—691.
- [7] Fujii T., Sato S., Mori H., Fujii Y. // J. Lightwave Technol. 1988. Vol. 6. N 6. P. 909—914.
- [8] Fouchet S., Carenco A., Daguet C. et al. // J. Lightwave Technol. 1987. Vol. 5. N 5. P. 700—708.
- [9] Сотский А. Б., Сотская Л. И., Столяров Ю. Д. // РИЭ. 1989. Т. 34. № 6. С. 1158—1165.

Институт физики АН БССР
Могилевское отделение

Поступило в Редакцию
14 мая 1990 г.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС С УЧАСТИЕМ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА (РЭП)

С. В. Давыдов, В. П. Захаров, В. Н. Павленко

Известно, что в нерелятивистской плазме трехволновое параметрическое взаимодействие продольных высокочастотных колебаний не имеет места, поскольку спектр ленгмюровских колебаний является нераспадным.

В настоящей работе показано, что в релятивистской плазменно-пучковой системе возможно трехволновое взаимодействие собственных колебаний пучка при незначительной расстройке параметрического синхронизма. Рассмотрены условия возникновения неустойчивости. Вычисляется пороговое электрическое поле для данного процесса и инкремент развития неустойчивости.

Будем считать, что электронный поток дрейфует со средней скоростью $v_0 = v_0 e_x$ вдоль оси Ox , а его пространственный заряд в среднем скомпенсирован ионным фоном, который не принимает участия в волновом движении.

Спектр собственных продольных колебаний пучка определяется из дисперсионного уравнения

$$\epsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_0^3 \Omega_{\parallel}^2} \frac{k_x^2 + \gamma_0^2 k_{\perp}^2}{k^2} + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{pe}^2 \Omega_{\parallel} \gamma_0^3}{k^2 (k_{\perp}^2 + k_x^2)^{1/2} v_{\perp}^3} e^{-\gamma_0^2 \frac{\Omega_{\parallel}^2}{2(k_{\perp}^2 + k_x^2) \sigma_{\perp}^2}} \quad (1)$$