знака. Неравенство (8) устанавливает порог развития неустойчивости. Из (8) видно, чем больше потери в среде $\Gamma_{2,\,3}$ и сильнее расстройка синхронизма $\Delta k$, тем выше порог развития неустойчивости. Если условие (8) не достигнуто, то имеют место осцилляции амплитуд слабых волн. Учитывая, что $\Gamma_2 \sim \Gamma_3 \ll |\Delta k|$, перепишем выражение (7) в более простом виде

$$\operatorname{Re}\Gamma = \sqrt{r_2 r_3 \frac{k_1^2 k_2' k_3'}{k_1'^2 k_2 k_3} V^2 E_{10}^2 - \frac{\Delta k^2}{4}} - \Gamma_2,$$

$$\operatorname{Im}\Gamma \simeq \frac{\Delta k\,(\Gamma_3 - \Gamma_2)}{4\left(r_2 r_3 \frac{k_1^2 k_2' k_3'}{k_1'^2 k_2 k_3} V^2 E_{10}^2 - \frac{\Delta k^2}{4}\right)^{1/2}}. \qquad (9)$$

Таким образом, на начальном этапе процесса взаимодействия неустойчивость развивается с инкрементом $\operatorname{Re}\Gamma$. Результатом рассогласования параметрического синхронизма ($\Delta k \neq 0$) является осцилляция амплитуд взаимодействующих волн с пространственным периодом $L_{oc} \simeq 2\pi\,|\operatorname{Im}\Gamma|^{-1}$. Если необходимое условие развития неустойчивости не выполняется ($r_2 r_3 = -1$), то имеют место осцилляции амплитуд слабых волн $E_{2,\,3}$ с частотой

$$\nu = \left(\frac{k_1^2 k_2' k_3'}{k_1'^2 k_2 k_3} V^2 E_{10}^2 + \frac{\Delta k^2}{4}\right)^{1/2}$$

и пространственным периодом $L_{oc} \simeq 2\pi\nu^{-1}$. Причем для больших расстроек синхронизма ($|\Delta k| \gg \Gamma_{2,\,3}$, $L_{oc} \simeq 2\pi/|\Delta k|^{-1}$.

Проведенное рассмотрение справедливо в предположении неподвижности ионного фона. Учет конечности массы компенсирующих ионов, когда ионная ленгмюровская частота $\omega_{pi} \neq 0$ приводит к незначительному видоизменению условия (6), при котором может развиваться рассмотренная выше неустойчивость,

$$\frac{v_T}{c} \ll \frac{\omega_{pe}}{\gamma_0^{3/2}\,|\mathbf{k}_i|\,c}\left(1 + \gamma_0\left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_{pe}}\right)^{2/3}\right)^{3/2} \ll \beta_0. \qquad (10)$$

Результаты работы справедливы в области высоких частот колебаний пучка $\omega_i \simeq |\mathbf{k}_i \mathbf{v}_0| \gg \omega_{pe}/\gamma_0^{3/2}$, когда двухпотоковая неустойчивость РЭП, распространяющегося на фоне ионов, не имеет места.

## Список литературы


[1] *Ситенко А. Г.* Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. Киев: Наукова думка, 1977. 248 с.
[2] *Ситенко А. Г., Павленко В. Н.* // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. Вып. 1. С. 128—140.
[3] *Бережной И. А., Кулиш В. В., Захаров В. П.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 3. С. 660—662.



Поступило в Редакцию
25 мая 1990 г.
В окончательной редакции
29 октября 1990 г.


---


02 *Журнал технической физики, т. 61, в. 7, 1991*




# ВЫНУЖДЕННОЕ ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ


*С. Г. Оганесян, Н. А. Саргсян*


На основе вынужденного черенковского эффекта можно создать генераторы электромагнитного излучения в диапазоне от ультрафиолетовых до сантиметровых длин волн. В отличие от схемы, использующей рассеяние электронов в ондуляторе [1], в черенковском лазере пучок частиц движется в диэлектрической среде. Очевидно, что в этом случае оптимальными являются условия, когда диэлектрическая среда — газ, а пучок частиц релятивистский. Анализ, выполненный в работе [2], показал, что усиление на релятивистских электронах определяется угловым разбросом частиц и быстро падает с ростом их средней энергии $\mathscr{E}_0$ ($\Gamma \sim mc^2/\mathscr{E}_0$).

В настоящей работе рассмотрена возможность подавления влияния углового разброса пучка электронов с помощью постоянного магнитного поля, направленного вдоль центральной оси пучка частиц (ось $z$). Отметим, что вынужденный черенковский эффект в постоянном магнитном поле в несколько иной схеме рассматривался также в работе [3], где усиливаемая волна распространяется в волноводе в режиме полного внутреннего отражения, а пучок частиц движется над его поверхностью, причем взаимодействие электронов с волной происходит на конечном участке волновода. Анализ коэффициента усиления в такой схеме показывает [4, 5], что он быстро падает с ростом средней энергии пучка электронов ($\Gamma \sim (mc^2/\mathscr{E}_0)^3$), а роль постоянного магнитного поля сводится к увеличению области взаимодействия частицы с волной, если она начала свое движение под углом к поверхности волновода [3].

В работе [6] предлагается компенсировать угловой разброс пучка электронов с помощью постоянного магнитного поля. Однако схема усиления здесь принципиально другая (черенковский клистрон), а постоянное магнитное поле приложено перпендикулярно к траекториям электронов в пространстве их дрейфа.

Полагая, что пучок электронов имеет гауссовский разброс по импульсам

$$f(\mathbf{P}) = \left(\frac{4\ln 2}{\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{\Delta_\perp^2 \Delta_\parallel} \exp\left\{-4\ln 2\left[\frac{P_\perp^2}{\Delta_\perp^2} + \frac{(P_z - P_0)^2}{\Delta_\parallel^2}\right]\right\} \tag{1}$$

($P_\perp$ — поперечная составляющая импульса $\mathbf{P}$), а усиливаемая волна линейно поляризована в плоскости $xz$ и распространяется в газовой среде с показателем преломления $n$ под углом $\theta$ к постоянному магнитному полю $H_0$, вычислим ее коэффициент усиления на основе замкнутой самосогласованной системы уравнений Власова и Максвелла. Точно учитывая постоянное магнитное поле и в первом приближении усиливаемую волну, получаем

$$\Gamma = -4\sqrt{\pi}\,(4\ln 2)^{3/2} \rho r_0 \lambda \frac{P_0}{mc}\frac{P_0}{\Delta_\parallel} \sin^2\theta\cos\theta \exp\left\{-4\ln 2\frac{(b-P_0)}{\Delta_\perp^2}\right\} \times$$
$$\times \int_0^\infty \frac{b - P_0 + \frac{P_0}{2}\left(\frac{P_\perp}{mc}\right)^2}{\Delta_\parallel \Delta_\perp^2} J_0^2\left(\frac{\omega}{\Omega} n \sin\theta \frac{P_\perp}{mc}\right) \exp\left\{-4\ln 2\left[\frac{1}{4}\left(\frac{P_0}{\Delta_\perp}\right)^2 \left(\frac{P_\perp}{mc}\right)^4 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\Delta_\parallel^2 (mc)^2 + \Delta_\perp^2 (b - P_0) P_0}{\Delta_\parallel^2 \Delta_\perp^2}\left(\frac{P_\perp}{mc}\right)^2\right]\right\} P_\perp dP_\perp. \tag{2}$$

Здесь $b$ — импульс электрона вдоль оси $z$, определяемый из условия синхронизма

$$1 - \frac{nb\cos\theta}{\sqrt{(mc)^2 + b^2}} = 0, \tag{3}$$

$\rho$ — плотность пучка частиц, $r_0 = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона, $e$ и $m$ — его заряд и масса, $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина волны усиливаемого излучения в вакууме, $J_0(a)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $\Omega = |e| H_0/mc$ — Ларморова частота.

Выражение (2) справедливо при условиях

$$P_0 \ll \frac{P_0}{\Delta_\perp} mc, \tag{4}$$

$$H_0 > n \frac{\omega mc}{|e|} \frac{mc}{P_0} \frac{\Delta_\parallel}{P_0} \beta_0^2 \cos\theta, \tag{5}$$

где $\beta_0 = P_0/\sqrt{(mc)^2 + P_0^2}$.

В дальнейшем предполагается, что относительные разбросы пучка частиц $\Delta_\perp/P_0$ и $\Delta_\parallel/P_0$ не зависят от $P$. При расчетах принималось также, что дифракционная расходимость усиливаемой волны невелика

$$\frac{\lambda}{d} \ll \left(\frac{mc}{P_0}\right)^2 \frac{\Delta_\parallel}{P_0} \frac{1}{\sin\theta} \tag{6}$$

(здесь $d$ — ширина усиливаемой волны).

Интегрирование коэффициента усиления (2) по поперечному импульсу пучка электронов легко выполнить в двух предельных случаях: 1) магнитное поле удовлетворяет условию (5), а средний импульс пучка электронов

$$P_0 \ll \sqrt{\frac{\Delta_\parallel}{\Delta_\perp}\frac{P_0}{\Delta_\perp}}\, mc, \tag{7}$$

2) средний импульс пучка электронов определяется неравенством (4), а магнитное поле

$$H_0 \gg 0.4n\,\frac{\omega\Delta_\perp \sin\theta}{|e|}. \tag{8}$$

В первом случае коэффициент усиления максимален при $b=P_0-\Delta_\parallel/\sqrt{8\ln 2}$ и определяется выражением

$$\Gamma = 4.2\rho r_0\lambda\,\frac{P_0}{mc}\left(\frac{P_0}{\Delta_\parallel}\right)^2 \sin^2\theta\cos\theta I_0(R)\exp(-R), \tag{9}$$

где $I_0(R)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка $R=0.2\,[n\omega\Delta_\perp\sin\theta/mc\Omega)]^2$.

Очевидно, что в области (7) коэффициент усиления растет прямо пропорционально среднему импульсу (или средней энергии $\mathscr{E}_0=cP_0/\beta_0$) пучка электронов. Для того чтобы проанализировать усиление в более широком диапазоне средних импульсов (4), предположим, что постоянное магнитное поле удовлетворяет неравенству (8). В этом случае

$$\Gamma = -9.93\rho r_0\lambda\,\frac{mc}{\Delta_\parallel}\left(\frac{P_0}{\Delta_\perp}\right)^2\sin^2\theta\cos\theta\left\{1-2\sqrt{\pi\ln 2}\,\frac{\Delta_\parallel}{P_0}\left(\frac{mc}{\Delta_\perp}\right)^2\times\right.$$
$$\left.\times\left[1-\Phi\left(\sqrt{\ln 2}\,\frac{\Delta_\parallel}{P_0}\left(\frac{mc}{\Delta_\perp}\right)^2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]\exp\left[\left(\sqrt{\ln 2}\,\frac{\Delta_\parallel}{P_0}\left(\frac{mc}{\Delta_\perp}\right)^2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right]\right\}, \tag{10}$$

где интеграл вероятности $\Phi(x)=(2/\sqrt{\pi})\int\limits_0^x e^{-t^2}dt$.

При расчетах предполагалось, что $b-P_0=-\Delta_\parallel/\sqrt{8\ln 2}$. Учитывая асимптотические выражения для функции $\Phi(x)$ [7], получаем, что в области

$$P_0 \lesssim \sqrt{\frac{\Delta_\parallel}{\Delta_\perp}\frac{P_0}{\Delta_\perp}}\, mc \tag{11}$$

коэффициент усиления совпадает с выражением (9) при $R \ll 1$ (отметим, что это неравенство эквивалентно условию (8)). Затем с ростом $P_0$ $\Gamma$ убывает до нуля и становится отрицательным. Последний эффект связан с тем, что черенковскому условию начинают удовлетворять частицы, лежащие на правом крыле функции распределения (1).

Физические процессы в черенковском лазере проще всего понять на основе уравнения баланса

$$dI = dz\rho\int g(\mathscr{E})\,(W^{(-)}-W^{(+)})\,d\mathscr{E}.$$

Здесь

$$I=\frac{c}{8\pi}\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{A_0^2}{\hbar\omega}$$

— плотность числа фотонов, $g(\mathscr{E})$ — функция распределения электронов (для простоты предполагается, что пучок электронов не имеет углового разброса).

Вероятность излучения $W^{(-)}$ (или поглощения $W^{(+)}$ фотона в единицу времени находим из уравнения Клейна—Гордона [7, 8], точно учитывая постоянное магнитное поле и по теории возмущений усиливаемую волну

$$W^{(\mp)} = a\,\frac{(eA_0)^2}{mc^2\hbar\omega}\,\delta\left[1-n\beta_z\cos\theta\mp\frac{\hbar\omega}{2\mathscr{E}}(1-n^2\cos^2\theta)\right]. \tag{12}$$

Очевидно, что коэффициент усиления

$$\Gamma\sim(\mathscr{E}_0/mc^2)^3\,\frac{dg(\mathscr{E})}{d\mathscr{E}}\,\Delta\mathscr{E},$$

где $\Delta\mathscr{E}=\mathscr{E}^{(-)}-\mathscr{E}^{(+)}$, $\mathscr{E}^{(-)}$ и $\mathscr{E}^{(+)}$ — энергии частиц, участвующих соответственно в процессах излучения и поглощения фотона. Множитель $(\mathscr{E}_0/mc^2)^3$ возникает при интегрировании $\delta$ функции по переменной $\mathscr{E}$ (коэффициент $\alpha$ в (12) не зависит от энергии частиц $\mathscr{E}$).

Интересно отметить, что точно такую же структуру имеет коэффициент усиления и в случае, когда постоянное магнитное поле $H_0=0$ [9].

Рассмотрим более подробно зависимость $\Gamma$ от $\mathscr{E}$ в последнем случае. Из законов сохранения энергии и импульса следует, что $\Delta\mathscr{E}=\hbar\omega\,(\mathscr{E}_0/mc^2)^2(n^2-1)$, поэтому $\Gamma\sim(\mathscr{E}_0/mc^2)^3\times\times(\mathscr{E}_0/\Delta)^2(n^2-1)$ [2] ($\Delta=v_0\Delta_\parallel$ — ширина разброса пучка частиц по энергиям). Расчеты с учетом углового разброса пучка электронов $\delta=\Delta_\perp/P_0$ показывают, что в коэффициенте усиления $\Gamma$ ширина энергетического разброса $\Delta$ заменяется на эффективную ширину $D=(\Delta^2+ +(\delta^2/2)\mathscr{E}_0^2(\mathscr{E}_0/mc^2)^4\,\mathrm{tg}^2\,\theta)^{1/2}$ [2]. Так как для обычных пучков и газовых сред $D\simeq \simeq\delta\mathscr{E}_0(\mathscr{E}_0/mc^2)\,\mathrm{tg}\,\theta$, то $\Gamma\sim(mc^2/\mathscr{E}_0)(1/\delta^2)(n^2-1)$ и коэффициент усиления убывают с ростом средней энергии пучка частиц $\mathscr{E}_0$. В постоянном магнитном поле $\Delta\mathscr{E}=\hbar\omega$ и при выполнении неравенств (8) и (11) эффективная ширина $D\simeq c\Delta_\parallel$, поэтому $\Gamma\sim(P_0/mc)(P_0/\Delta_\parallel)^2$ (9).

Полагая, что ток пучка электронов $I=35$ А/см$^2$, его средняя энергия $\mathscr{E}_0=35$ МэВ, $\Delta_\perp/P_0=\Delta_\parallel/P_0=2\cdot10^{-4}$, $n=1.00017$, получаем, что $\Gamma=0.1$ см$^{-1}$ на длине волны $\lambda=0.5$ мкм, если $\theta=1.2\cdot10^{-2}$ рад, $H_0\gg 20$ кГс. При этих же параметрах коэффициент усиления черенковского лазера [2] порядка $10^{-5}$ см$^{-1}$.

Авторы благодарят профессора В. М. Арутюняна за обсуждение результатов работы.

### Список литературы


[1] *Elias L. R., Fairbank W. M., Madey J. M. I.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1976. Vol. 36. N 13. P. 771—720.
[2] *Арутюнян В. М., Оганесян С. Г.* // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. Вып. 9. С. 539—541.
[3] *Ковалев Н. Ф.* // РиЭ. 1983. Т. 28. Вып. 6. С. 1140—1147.
[4] *Walsh J. E., Murphy J. B.* // IEEE J. Quant. Electr. 1982. Vol. QE-18. N 8. P. 1259—1264.
[5] *Оганесян С. Г.* // Квантовая электрон. 1985. Т. 12. № 5. С. 1058—1063.
[6] *Wang D. Y., Fauchet A.-M., Piestrup M. A., Pantell R. H.* // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 389—391.
[7] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962.
[8] *Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б.* // Квантовая электродинамика. М., Наука. 1969. С. 623.
[9] *Оганесян С. Г., Абаджян С. В.* // Изв. АН Арм. ССР. Физика. 1987. Т. 22. Вып. 3. С. 133—139.


Ереванский государственный университет
Научно-исследовательский институт физики конденсированных сред

Поступило в Редакцию
26 июня 1989 г.