07

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОПЕРЕЧНОГО РАЗМЕРА СПЕКЛОВ

Л. Марти Лопес

Спеклы определяются как области, где освещенность превышает некоторый порог $I_0 > 0$. Даются определения среднего размера спеклов и среднего расстояния между ними. В предположении однородного и полно развитого спекл-поля выводятся выражения для среднего размера и среднего расстояния. Показано, что при выполнении условия максимального контраста усеченного спекл-поля (clipped laser speckle) средний размер спеклов и среднее расстояние между ними одинаковы. Дан пример вычисления рассмотренных величин.

Введение

Известно, что для оценки среднего размера спеклов используют функцию автокорреляции поля интенсивности. За средний размер спеклов принимают радиус корреляции спекл-поля [1, 2]. Данная оценка размеров спеклов достаточна для решения ряда проблем в области голографии, голографической и спекл-интерферометрии и т. д. Однако в оптических методах измерения или в обработке оптических сигналов, когда средний размер спеклов играет кардинальную роль в процессе, данная оценка явно неточна. Такая ситуация встречается в методе счета спеклов [3, 4] и в методе обнаружения объектов на фоне однородной спекл-структуры [5]. Кроме того, в литературе пока не дано выражение для определения среднего расстояния между спеклами.

В связи с вышеизложенным целью настоящей работы является теоретическое рассмотрение задачи определения среднего размера спекла и среднего расстояния между ними в случае полно развитого спекл-поля.

Определение спекла. Средний размер спеклов и среднее расстояние между ними

Рассмотрим формирование спекл-поля на экране в области дифракции Фраунгофера. Освещенность $I(\mathbf{r})$ в плоскости экрана имеет характерные флуктуации, свойственные спекл-полю. Для определения спекла введем функцию $L(I(\mathbf{r}))$

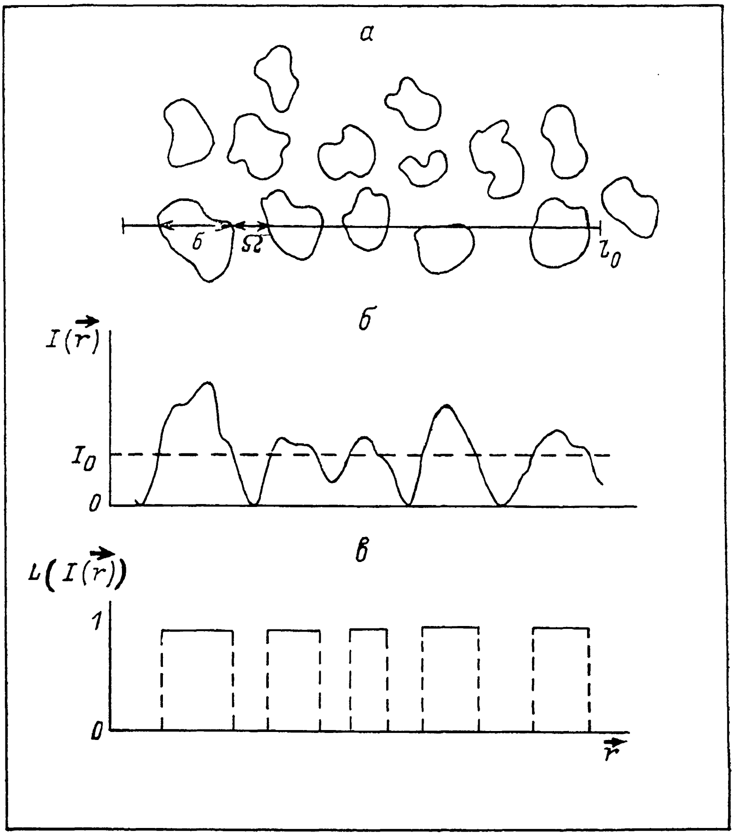
$$L(I(\mathbf{r})) = \begin{cases} 1, & I(\mathbf{r}) > I_0, \\ 0, & I(\mathbf{r}) \leqslant I_0, \end{cases} \tag{1}$$

где I_0 — некоторый порог освещенности ($I_0 > 0$), $\mathbf{r}$ — координаты в плоскости экрана.

Определим спекл как зону, в которой функция $L(I(\mathbf{r}))$ равняется единице. Другими словами, спеклы занимают те области, в которых освещенность превышает порог I_0. При фотографировании спекл-структуры пороговая экспозиция фотоматериала играет роль, подобную роли порога I_0.

Функция $L(I(\mathbf{r}))$ определяет усеченное спекл-поле (clipped laser speckle). Корреляционные свойства усеченного спекл-поля были исследованы в ряде работ [6–9]. В нашем случае функция $L(I(\mathbf{r}))$ служит вспомогательной функцией, позволяющей выделять каждый спекл.

Для определения среднего размера спеклов и среднего расстояния между ними возьмем отрезок прямой l_0 в плоскости экрана (см. рисунок). Длина отрезка намного больше радиуса корреляции спекл-поля. Пусть l_1 — суммарная длина подынтервалов, занимаемых спеклами на отрезке l_0, l_2 — суммарная длина подынтервалов, не занимаемых спеклами на отрезке l_0, и N — число пересечений освещенности I (**r**) по заданному уровню I_0. Тогда определим средний поперечный размер спеклов $\bar{\delta}$ и среднее расстояние между спеклами $\bar{\Omega}$ выражениями



а — вид спекл-поля, *б* — сканирование освещенности вдоль отрезка l_0, *в* — функция L (I(**r**)) усеченного спекл-поля; I_0 — порог усечения, δ — размер спекла, Ω — расстояние между двумя спеклами.

$$\bar{\delta} = \frac{2l_1}{N}, \tag{2}$$

$$\bar{\Omega} = \frac{2l_2}{N} = \frac{2(l_0 - l_1)}{N}. \tag{3}$$

Формулы (2) и (3) мало пригодны для практических вычислений. Необходимо их преобразовать. С этой целью предположим, что спекл-поле однородное и полно развитое. Это значит, что его функция распределения дается распределением Рэлея [1, 2]. При помощи распределения Рэлея можно показать, что

$$l_1 = l_0 \exp\left\{-\frac{I_0}{\langle I \rangle}\right\}, \tag{4}$$

$$l_2 = l_0\left(1 - \exp\left\{-\frac{I_0}{\langle I \rangle}\right\}\right), \tag{5}$$

где $\langle I \rangle$ — среднее значение освещенности.

В свою очередь среднее число пересечений освещенности I (r) по порогу I_0 вдоль отрезка l_0 будет [10, 11]

$$N = \frac{2}{\pi^{1/2}} \left(\frac{I_0}{\langle I \rangle} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{I_0}{\langle I \rangle} \right\} \left[-\frac{d^2}{dl^2} | \mu(0) | \right]^{1/2} l_0, \tag{6}$$

где $d^2/(dl^2)$ — вторая производная вдоль отрезка l_0, μ (l) — коэффициент автокорреляции вдоль этого же отрезка.

Подставляя выражения (4)—(6) в выражения (2) и (3), получаем

$$\bar{\delta} = \pi^{1/2} \left(\frac{\langle I \rangle}{I_0} \right)^{1/2} \left[-\frac{d^2}{dl^2} | \mu(0) | \right]^{-1/2}, \tag{7}$$

$$\bar{\Omega} = \pi^{1/2} \left(\frac{\langle I \rangle}{I_0} \right)^{1/2} \left[-\frac{d^2}{dl^2} | \mu(0) | \right]^{-1/2} \left(\exp \left\{ \frac{I_0}{\langle I \rangle} \right\} - 1 \right). \tag{8}$$

С целью определения контраста функции L (I (r)) введем следующие выражения для среднего значения функций L (I (r)), $\bar{L}$ и ее среднего квадратичного значения σ^2 на отрезке l_0:

$$\bar{L} = \frac{1}{l_0} \int_0^{l_0} L(I(\mathbf{r}))\, dl, \tag{9}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{l_0} \int_0^{l_0} [L(I(\mathbf{r})) - \bar{L}]^2\, dl. \tag{10}$$

При помощи выражений (9) и (10) определим контраст K функции L (I (r)) на отрезке l_0 формулой

$$K = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{1 - \bar{L}}, & \text{если } \bar{L} < 1/2, \\[2ex] \dfrac{\sigma}{\bar{L}}, & \text{если } \bar{L} \geqslant 1/2. \end{cases} \tag{11}$$

Нетрудно показать, что

$$K = \begin{cases} \dfrac{(\bar{L} - \bar{L}^2)^{1/2}}{1 - \bar{L}}, & \text{если } \bar{L} < 1/2, \\[2ex] \dfrac{(\bar{L} - \bar{L}^2)^{1/2}}{\bar{L}}, & \text{если } \bar{L} \geqslant 1/2. \end{cases} \tag{12}$$

Контраст K функции L (I (r)) принимает максимальное значение $K=1$ при

$$\bar{L} = 1/2. \tag{13}$$

Отсюда следует, что величины I_0 и $\langle I \rangle$ связаны соотношением

$$\frac{I_0}{\langle I \rangle} = \ln(2). \tag{14}$$

Выражение (14) известно также под названием условия максимального динамического диапазона [6, 7].

При выполнении условия максимального контраста (14) средний поперечный размер спеклов $\bar{\delta}_0$ и среднее расстояние между ними $\bar{\Omega}_0$ будут

$$\bar{\delta}_0 = \left(\frac{\pi}{\ln(2)} \right)^{1/2} \left[-\frac{d^2}{dl^2} | \mu(0) | \right]^{-1/2}, \tag{15}$$

$$\bar{\Omega}_0 = \bar{\delta}_0, \tag{16}$$

т. е. при максимальном контрасте средний размер спеклов и среднее расстояние между ними одинаковы. Если подставить выражения (15) и (16) в выражения (7) и (8), то получим

$$\bar{\delta} = (\ln(2))^{1/2}\left(\frac{\langle I\rangle}{I_0}\right)^{1/2}\bar{\delta}_0, \tag{17}$$

$$\bar{\Omega} = (\ln(2))^{1/2}\left(\frac{\langle I\rangle}{I_0}\right)^{1/2}\left(\exp\left\{\frac{I_0}{\langle I\rangle}\right\} - 1\right)\bar{\delta}_0. \tag{18}$$

Пример

Для иллюстрации приведенного рассмотрения предположим, что на экране образуется спекл-поле вследствие диффузного отражения когерентного света от поверхности шероховатого квадратного объекта. Экран расположен параллельно плоскости объекта и находится в области дифракции Фраунгофера.

Коэффициент автокорреляции в направлении, параллельном стороне объекта, имеет вид [2]

$$\mu(l) = \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi l a}{\lambda Z}\right), \tag{19}$$

где l — пространственный сдвиг скоррелированных функций, λ — длина волны света, Z — расстояние от объекта до экрана, a — сторона объекта.

Радиус корреляции спекл-поля l_c будет [2]

$$l_c = \frac{\lambda Z}{a}. \tag{20}$$

В свою очередь нетрудно показать, что

$$\left[-\frac{d^2}{dl^2}|\mu(0)|\right]^{-1/2} = \frac{3^{1/2}\lambda Z}{\pi a}. \tag{21}$$

Подставляя (21) в выражения (7) и (8), получаем

$$\bar{\delta} = \left(\frac{3\langle I\rangle}{\pi I_0}\right)^{1/2}\frac{\lambda Z}{a}, \tag{22}$$

$$\bar{\Omega} = \left(\frac{3\langle I\rangle}{\pi I_0}\right)^{1/2}\left(\exp\left\{\frac{I_0}{\langle I\rangle}\right\} - 1\right)\frac{\lambda Z}{a}. \tag{23}$$

При выполнении условия максимального контраста (14) выражения (22) и (23) принимают вид

$$\bar{\delta}_0 = \left(\frac{3}{\ln(2)\pi}\right)^{1/2}\frac{\lambda Z}{a} \approx l_c, \tag{24}$$

$$\bar{\Omega}_0 = \bar{\delta}_0 = \left(\frac{3}{\ln(2)\pi}\right)^{1/2}\frac{\lambda Z}{a} \approx l_c. \tag{25}$$

Заключение

Выражение (18) позволяет подтвердить приведенный в работе [5] эвристический анализ изменения спектра сигнала, полученного при сканировании спекл-поля двухградиационным детектором (бинаризация или усечение спекл-поля). Действительно, изменение локального среднего значения освещенности $\langle I(\mathbf{r})\rangle$ при зафиксированном пороге I_0 вызывает изменение среднего расстояния между спеклами и тем самым их число на единицу длины или площади. При этом, как показывает выражение (17), также изменится средний размер спеклов.

Отметим также, что длина корреляции является хорошей оценкой как среднего диаметра спеклов, так и среднего расстояния между ними при условии максимального контраста.

Полученные результаты могут быть обобщены на более сложные случаи, если применить такой же теоретический подход.

Автор выражает свою глубокую благодарность Ю. И. Островскому за постановку задачи и Н. О. Рейнганд за оказанную помощь.

Данная работа была проведена в рамках договора о сотрудничестве между Академиями наук СССР и Республики Куба.

Список литературы

[1] *Goodman J. W.* In the book Laser Speckle and Related Phenomena / Ed. J. C. Dainty. Heidelberg: Springer Verlag, 1975. P. 9—54.
[2] *Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В.* Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1985. С. 72.
[3] *Ruth B., Haina D., Waidelich P.* // Optical Acta. 1983. Vol. 30. N 9. P. 1213—1216.
[4] *Мархвида И. В., Танин Л. В.* Вестн. АН БССР. 1986. № 2. С. 115—117.
[5] *Рафаилов М. X.* // Опт. и спектр. 1987. Т. 62. Вып. 1. С. 154—158.
[6] *Marron J., Morris G. M.* // J. Opt. Soc. Am. 1985. Vol. A2. N 9. P. 1403—1410.
[7] *Ohtsubo J., Ogiwara A.* // Opt. Commun. 1988. Vol. 65. N 2. P. 73—78.
[8] *Marron J., Morris G. M.* // Appl. Opt. 1986. Vol. 25. N 5. P. 789—793.
[9] *Barakat R.* // Appl. Opt. 1986. Vol. 25. N 21. P. 3885—3888.
[10] *Ogiwara A., Othsubo J.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. Vol. 5. N 3. P. 403—405.
[11] *Bahuguna R. D., Gupta K. K., Singh K.* // J. Opt. Soc. Am. 1980. Vol. 70. N 7. P. 874—876.

Высший политехнический институт
им. Х. А. Эчеверрия
Куба

Поступило в Редакцию
17 мая 1990 г.