1991 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 61, в. 9
1991 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 61, N 9

01

К ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОДСИСТЕМЫ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Е. Н. Перевозников, Г. Е. Скворцов

На базе кинетического описания рассматриваются основы теории динамических возмущений заряженных подсистем в сильных электрических полях. Получены макроскопическая система уравнений, исследованы спектр возмущений подсистемы, неравновесные коэффициенты переноса НКП, корреляционная функция плотности КФП. Обнаружены две неизвестные ранее, индуцированные дрейфом неустойчивости, показано, что в точке неустойчивости вещественная часть НКП становится отрицательной, а КФП обнаруживает необычное поведение.

Введение

Изучение динамики систем в режимах сильной неравновесности, частности при действии сильных полей, представляет большой фундаментальный и прикладной интерес. При существенной неравномерности выявляются новые закономерности и эффекты, что создает предпосылки для новых технологий [1].

В работе рассматриваются основы теории динамических возмущений системы в сильном электрическом поле, причем частоты и градиенты могут быть весьма велики. Теория имеет макроскопический характер, исходным для нее служит кинетическое описание. Фактически производится конкретизация общей теории, сформулированной ранее [2, 3], с учетом действия сильного поля.

На основе этой теории и кинетического анализа исследованы динамические характеристики: спектр возмущений, неравновесные коэффициенты переноса (НКП) и корреляционная функция плотности (КФП). При этом обнаружены две неизвестные ранее неустойчивости. В режиме неустойчивости основной НКП имеет отрицательную вещественную часть, а КФП демонстрирует необычное поведение.

Вопрос о возмущениях заряженной системы в сильном электрическом поле рассматривался ранее рядом исследователей [4-6]. Полученные ими результаты вносят существенный вклад в теорию, однако, как правило, они относятся к режиму умеренной неравновесности. Основные результаты работы получены для высокой неравновесности, прежде всего для достаточно сильного поля, что и определяет их приоритетный характер.

1. Согласно [2, 3, 9], построение макроскопической теории существенно неравновесных процессов сводится к получению из надлежащего кинетического уравнения уравнений переноса для средних величин и рациональному их замыканию посредством оперативных соотношений переноса (СП). В рассматриваемом случае СП имеют вид сверток, в Фурье представлении по x и t операторы переноса сводятся к неравновесным тензорам или коэффициентам переноса (НКП).

Исходным является кинетическое уравнение для динамического возмущения стационарного распределения заряженной подсистемы малой концентрации, взаимодействующей с равновесным резервуаром (электронная или ионная компоненты слабоионизованной газовой либо полупроводниковой плазмы).

Это уравнение в представлении Фурье—Лапласа имеет вид

$$z\varphi(z, k, c)-\varphi_0 \equiv -\left[i\mathbf{kv}+c\partial_{v_1}-i\mathbf{k}\frac{\chi}{k^2}\partial_{v_1}f_s(1\cdot)-I\right]\varphi(z, k, c)\equiv \varepsilon\varphi, \tag{1}$$

$\varphi=(f-f_s)/n_0$, $f_s(\mathbf{v}, \mathbf{c})$ — распределение в стационарном и однородном внешнем электрическом поле E_s; аргументы v, z, k отнесены к величинам v_{T0}, $1/\nu_0$, $k_0=\nu_0/v_{T0}$; $c=|q|E_s/mv_{T0}\nu_0$ — параметр силы поля; $\chi=4\pi^2q^2n_0/\varepsilon_0 m\nu_0^2=\omega_{Lq}^2/\nu_0^2$; v_{T0} — тепловая скорость носителей (при $E_s=0$); $\nu_0=\sigma_0 v_{T0}\cdot N$ — характерная частота столкновений; ω_{Lq} — плазменная частота; m — эффективная масса; N — плотность частиц резервуара.

Основными параметрами неравновесности в рассматриваемом случае являются c — сила поля, $|z|$ — параметр скорости, k — степень неоднородности.

Далее рассматриваются продольные, вдоль поля, (ось x), возмущения, индуцированным магнитным полем пренебрегается. Число носителей считается сохраняющимся (что ограничивает силу поля допробойными значениями).

Первоначально необходимо определить стационарное распределение, т. е. решить уравнение

$$c\partial_{v_1}f=-[\nu(v)-K]f, \tag{2}$$

$\nu(v)$ — частота столкновений носителя, K — оператор обратных столкновений.

Для решения уравнений (1), (2) приходится использовать приближенный вид K. Применяются в основном приближение Давыдова и последовательность ν-моделей [7]. Первое из них пригодно для легких носителей и слабой анизотропии; второе, более общее, имеет регулярный характер (см. (П. 1)). Приближение, ν-модель первого порядка

$$Kf\simeq\nu(v)n_\nu f_e,\ \ n_\nu=\frac{(\nu,\ f)}{(\nu f_e)} \tag{3}$$

(f_e — равновесное распределение носителей) использовались во многих задачах ранее. Это приближение вполне удовлетворительно для ионов близкой массы с частицами резервуара; в частности, оно было применено для вычисления неравновесной проводимости при резонансной перезарядке [8]. Использование ν-модели порядка N позволяет получить решения уравнений (1), (2) в аналитическом виде (П. 2), (П. 5).

Отметим механизм рассеяния, которому соответствует зависимость $\nu(v)\sim\sim(bv)^{-1}$ при большой скорости. Для него, согласно (2), (3), получаем

$$f_s(v_1,\ v_\perp)\simeq\frac{n_\nu(c)}{|c}e^{-v_\perp^2}v_1^{-1/bc}. \tag{4}$$

Очевидно, при значениях поля $c\geqslant b^{-1}$ стационарное состояние не существует, так как величина $n_\nu(c)$ становится бесконечной. Неограниченность средних величин, например тока при $C>1/2b$, следует трактовать как неустойчивость стационарного состояния типа «убегание» [10]. Заметим, что эффект убегания ионов при действии сильного электрополя ($E/p\sim10^4$ кВ/см·Тор) весьма подробно рассмотрен в [11].

Для легких носителей приближение Давыдова (П. 3), как известно, позволяет получить f_s в аналитическом виде (П. 4). Получив f_s, определяем все стационарные, невозмущенные характеристики. В частности, определив ток, непосредственным образом без рассмотрения динамики получим ОДП условие неустойчивости [5].

2. Используя построенные с помощью f_s ν-модели (П. 1), можно определить в замкнутом виде все динамические характеристики: спектральную и корреляционные функции (П. 7), (П. 8), а также НКП.

Полученные таким образом выражения оказываются чрезвычайно сложными для вычисления в полном диапазоне параметров. Используются их асимптотические зависимости для малых и больших значений параметров, что соответствует слабой и высокой неравновесности.

Спектр возмущений определяется как решения $Z_n(c, k)$ или $K_n(c, -i\omega)$ спектрального уравнения (СУ) системы (П. 6)

$$D(z,\ k,\ c)=0. \tag{5}$$

Для малых градиентов (или частот) СУ решается посредством степенного разложения

$$Z_n(k,\ c)=z_{n0}+ikZ_{n1}-k^2Z_{n2}+\ldots, \tag{6}$$

при этом полевая НР может быть значительной $c\geqslant 1$.

Обычно для выявления неустойчивости (НУ) при использовании разложения (6) руководствуются условием $Z_{n0}\geqslant 0$, что соответствует пределу $k\to 0$. Известны случаи, когда НУ возникает при малых, но конечных градиентах, и тогда при $Z_{n0}\leqslant 0$ следует рассматривать условие возможной НУ

$$k^2Z_{n2}+Z_{n0}\geqslant 0, \tag{7}$$

такого рода возможность обнаружена ранее [10] для простейшей ν-модели СУ (П. 7), условие (7) принимает вид

$$-\chi+k^2[-0.5+(10\chi-1)\,c^2]\geqslant 0. \tag{8}$$

При этом, очевидно, должно быть $\chi>0.1$, $(10\chi-1)\,c^2>0.5$. Из (8) вытекает возможность k-дестабилизации.

Динамическими характеристиками представляемых величин являются корреляционные функции (КФ). Лаплас—Фурье-образы КФ (ОКФ) определяются такими кинетическими выражениями

$$R_{ab}(z,\ k,\ c)=(\Psi_a,\ R\,(z,\ k,\ c)\,\Psi_b f_s),\ R=(z-\varepsilon)^{-1}, \tag{9}$$

$\Psi_{a,\,b}$ — соответствующие микроскопические признаки (в частности, для КФ плотности имеем $\Psi_{a,\,b}=\Psi_1=1$),

$$(\Psi_a,\ \Psi_b f_s)=\delta_{ab}.$$

Вид КФ плотности для ν-модели первого порядка при $\nu=\text{const}$ дается выражением (П. 8). Согласно ему, получаем такие асимптотические зависимости

$$1)\ \ |z|\gg 1;\ k,\ c\sim 1\ \ R_{11}\simeq\frac{1}{z}+\frac{(1,\ \varepsilon f_s)}{z^2}; \tag{10}$$

$$2)\ \ |k|\gg 1;\ z,\ c\sim 1\ \ R_{11}\simeq\xi\,(c)\frac{\sqrt{\pi}}{|k|};$$

$$\xi\,(c)=\frac{\pi}{2c\,|k|}\exp\left(\frac{1}{4c^2}\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2c}\right); \tag{11}$$

$$3)\ \ |c|\gg 1;\ z,\ k\sim 1\ \ R_{11}\simeq\sqrt{i\pi/2kc}\,. \tag{12}$$

Подобные, высоконеравновесные, зависимости могут быть получены для других КФ, для ν-приближений более высокого порядка, а также различных механизмов рассеяния. Заметим, что КФ являются наблюдаемыми величинами и изучение их при действии сильного поля продемонстрирует существенные особенности их поведения, которые будут указаны далее.

3. Перейдем от кинетического рассмотрения к макроскопическому описанию возмущений в широком диапазоне неравновесности. Ранее [2, 3] был дан общий вид уравнений переноса макровеличин, определяющих соотношений и неравновесных операторов переноса. Последние в Л—Ф-представлении сводятся к неравновесным коэффициентам переноса (НКП), конкретизация которых производится далее для рассматриваемой системы.

В случае одной основной макровеличины — возмущения плотности уравнение неразрывности и определяющее соотношение (ОС) имеют вид

$$(z+iku_s)\,\delta n+ik\delta u=\delta n_0(k),$$

$$n_0\delta u=(w_1,\ \varphi),\ w_1=v_1-u_s,\ u_s=(v_1,\ f_s), \tag{13}$$

$$\delta u=-ikd\delta n+\mu\delta E,\ \delta E=-\frac{ik}{k^2}\chi\delta n, \tag{14}$$

$$d(z,\ k,\ c)=\frac{(w_1 R w_1 f_s)}{Z\,(1,\ Rf_s)},\quad \mu=-\frac{(w_1,\ Rf_s)}{Z\,(1,\ Rf_s)},$$

$$Z\equiv z+iku_s. \tag{15}$$

Здесь d и μ — НК диффузии и подвижности; очевидно, можно рассматривать эффективный НК диффузии

$$d_{эф}\equiv d+\frac{\chi}{k^2}\mu.$$

Выражения (15) являются неравновесными диссипационно-флуктуационными соотношениями (или ДФ теоремой); они позволяют получить информацию относительно НКП из рассмотрения более простых и наблюдаемых величин, ОКФ.

Используя асимптотические зависимости для ОКФ, подобные (10)—(12), получим соответствующие высоконеравновесные выражения НКД

$$d\simeq\frac{1}{z};\quad d\simeq\frac{n_3^2}{|k|}\frac{(1-ic\xi(c))}{\xi(c)};\quad d\simeq\frac{cn_3^2}{|k|}\left(\sqrt{\frac{2i}{kc}-1}\right). \tag{16}$$

Последняя зависимость с учетом конечности k и малости χ указывает на возможность неустойчивости с инкрементом вида $\sqrt{kc}$. Такая зависимость инкремента была обнаружена в результате экспериментального изучения усиления звука дрейфом носителей в [12].

Далее будут получены простые выражения d и μ для средних значений параметров неравновесности.

4. Рассмотрим более широкую термодиффузионную теорию, в которой совместно с возмущением плотности рассматривается возмущение внутренней энергии $\delta\theta$. Наряду с уравнением (13) эта теория включает уравнение энергии

$$(z+\nu_2+ikV_2)\,\delta\theta+ikW_{21}\delta n+g_\theta=\delta\theta_0(k),$$
$$\delta\theta=(\Psi_2,\ \varphi),\ \ \Psi_2=n_2(w^2-\langle w^2\rangle_s-\gamma w_1),\ \ \gamma=(w^2-\langle w^2\rangle_s)/\langle w_1^2\rangle_s,$$
$$\nu_{\alpha\beta}=-(\Psi_\alpha,\ I\Psi_\beta f_s),\ \ V_{\alpha\beta}=(\Psi_\alpha v_1\Psi_\beta f_s),\ \ W_{\alpha\beta}=V_{\alpha\beta}-\frac{\chi}{k^2}F_{\alpha1}\delta_{1\beta},$$
$$F_{\alpha\beta}=(\Psi_\alpha,\ \partial_{v_1}(\Psi_\beta f_s)),\ \ cF_{\alpha1}=-\nu_{\alpha1},\ \ \nu_\alpha\equiv\nu_{\alpha\alpha},\ \ V_\alpha\equiv V_{\alpha\alpha},\ \ \Psi_3=n_3\cdot\omega_1. \tag{17}$$

Определяющие соотношения, согласно [2, 3], имеют вид

$$\delta u=-ikd\delta n+\mu\delta E-K_{12}ik\delta\theta+K_{14}\delta\theta, \tag{18}$$
$$g_\theta=ik\delta q+K_{2Q}\delta\theta-K_{2E}\delta E, \tag{19}$$
$$\delta q=-ik\lambda\delta\theta-ikK_{12}\delta n-K_{2E}^{g}\delta E+K_{23}\delta n+K_{24}\delta\theta, \tag{20}$$

δq — возмущение потока внутренней энергии, $\Psi_q=(v_1-V_2)\,\Psi_2-V_{32}\Psi_3$.

НКП, фигурирующие здесь, представляют собой соответствующие эффекты: диффузию, подвижность, термодиффузию, теплопроводность, релаксацию, а также перекрестные эффекты.

Конкретизация НКП осуществляется с использованием их точномоментных выражений [3]. Для указанных выше НКП получаем, следуя [3],

$$K_\beta=N_\beta/\Delta,\ \ \Delta=(z+h_{33})(z+h_{44})-h_{43}h_{34},$$
$$N_d+V_{13}^2(z+h_4),\ \ N_\mu=(z+h_4)+h_{34}F_{41}V_{13},$$
$$N_{12}=V_{13}[V_{23}(z+h_4)+V_4\nu_{32}-V_{24}h_{34}-V_{34}\tilde\nu_{42}],$$
$$N_{21}=V_{13}[V_{23}(z+h_4)+V_4\tilde\nu_{23}+\ldots],$$
$$N_{14}=V_{13}[\nu_{32}(z+\nu_4+d_4)-\tilde\nu_{42}(\nu_{34}+d_{34})],\ \ N_2=\tilde\nu_{24}[\tilde\nu_{42}(z+h+d_4)+\ldots],$$
$$N_\lambda=N_{12}V_{23}/V_{13}+V_{24}[(z+h_3)V_{42}+\ldots],\ \ h_{\alpha\beta}=\tilde\nu_{\alpha\beta}+ikV_{\alpha\beta}+d_{\alpha\beta},$$
$$\tilde\nu_{\alpha\beta}=\nu_{\alpha\beta}+cF_{\alpha\beta},\ \ d_{\alpha\beta}=-(\alpha,\ \varepsilon(z-\hat\varepsilon)^{-1}\hat\varepsilon\beta f_s). \tag{21}$$

Невыписанные члены и НКП легко определяются при получении (21). Приведенные выражения позволяют оценить порядок вкладов при малой неравновесности.

Далее будем использовать упрощающее допущение с 0 диагональности матрицы $h_{\alpha\beta}$ по индексам 3 и 4, т. е. $h_{34}=h_{43}=0$. Применение его наряду с упрощаемым выражением приводит к таким соотношениям между НКП

$$d \simeq V_{13}^2\mu, \ \lambda = V_{23}K_{12}/V_{13}, \ K_{12} \simeq K_{21} + V_4(\nu_{32} - \nu_{23}). \tag{22}$$

Первое есть обобщенное с учетом поля и k-зависимости соотношение Эйнштейна, второе — теплопроводно-диффузионная связь, третье — модификация равновесной симметрии.

Дальнейшую конкретизацию вида НКП произведем посредством вычисления входящих в (17), (21) матричных элементов эволюционного оператора. Сделаем это, используя оператор столкновений в приближении Давыдова с постоянной частотой столкновений (см. (П. 9)).

5. Рассмотрим спектр возмущений заряженной подсистемы. Для упрощения анализа ограничимся небольшими градиентами, $k < 0.2$, что наряду с допущением диагональности приводит к малости величин $d_{\alpha\beta}$.

Система уравнений (13), (17)—(21) с учетом (22) имеет такое спектральное уравнение

$$\sum_{m=0}^{3} (a_m + ib_m)\, z^{3-m} = 0; \ a_0 = 1, \ b_0 = 0,$$
$$a_1 = \nu_2 + \nu_3; \ b_1 = k(\bar{V}_2 + \bar{V}_3); \ a_2 = a_{20} + k^2 a_{22},$$
$$a_{20} = \nu_2\nu_3 - \nu_{32}\tilde{\nu}_{23} + \chi, \ a_{22} = V_{13}^2 + V_{23}^2 - \bar{V}_2\bar{V}_3;$$
$$b_2 = k[\nu_2\bar{V}_3 + \nu_3 V_2 - V_{23}(\tilde{\nu}_{23} + \nu_{32})]; \ \bar{V}_{2,3} \equiv V_{2,3} - c;$$
$$a_3 = \chi(\nu_2 - \nu_{32}V_{13}F_{21}) + k^2\nu_2 V_{13}^2; \ b_3 = k\chi(V_{13}V_{32}F_{21} + \bar{V}_2) + k^3\bar{V}_2 \cdot V_{13}^2. \tag{23}$$

Величины, фигурирующие здесь, полностью конкретизированы как функции c для указанных выше условий (П. 9). Упрощенные их выражения для $c \approx 2$ даются формулами (П. 10).

В уравнения (23) входят два «внутренних» параметра, малых для рассматриваемых условий: $\mu \sim 10^{-3}$—10^{-1} и $\chi \sim 10^{-3}$—10^{-1}. Выделяя главные члены по μ и линейные по χ, считая градиенты малыми, решаем уравнение (23). Получаем две наиболее «долгоживущие» моды

$$Z_1 \simeq \frac{a_1}{2} + \left[\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_{20}\right]^{1/2} + ikZ_{11} - k^2 Z_{12},$$

$$Z_2 \simeq -\chi\frac{a_{301}}{a_{200}} + ikc(-1 + \gamma_1\chi) - k^2\frac{a_{320}}{a_{200}}(1 - \gamma_2\chi) \tag{24}$$

(третий индекс соответствует степени χ-разложения).

Входящие в (23) коэффициенты вычислены при больших значениях поля (см. (П. 10)). Первая мода при $k \ll 1$ имеет обратное время жизни $a_{20} = \alpha(c)\,\mu + \varkappa$; при значении $\eta < 0.5$ величина $\alpha(c)$ для $c > c_{cr}$ становится отрицательной, т. е. возможна неустойчивость (НУ); так как коэффициент $Z_{12}(c) > 0$, то градиенты стабилизируют эту моду. Вторая мода, устойчивая при $k=0$, для $\eta > 0.5$ может стать неустойчивой аналогично условию (8) при подлежащих значениях параметров и поля. В этом случае имеет место k-дестабилизация.

Анализ критерия нейтральности [13] при $c \geqslant 2$ для $\mu=0.075$, $\chi=0.1$ дает $|kc|_{cr} \simeq 0.33$, $\omega_{cr} = -4|kc|_{cr}$ и, таким образом, устанавливается наличие НУ, которую можно назвать дрейфово-индуцированной. Заметим, что нарастающая волна движется против дрейфа $(kc)_{cr} < 0$.

6. Обсудим поведение КФ плотности при переходе к неустойчивости.

Рассмотрим сначала эффективный НК диффузии (ЭНКД). В используемом при анализе спектра приближений получаем для него такое выражение

$$d_э = (-i\omega,\ k,\ c) \simeq \frac{V_{13}\,[(\nu_2 + i\Omega_2)\,W_{31} - (\nu_{32} + ikV_{32})\,W_{21}]}{(\nu_2 + i\Omega_2)\,(\nu_3 + i\Omega_3) - (\tilde{\nu}_{23} + ikV_{23})\,(\nu_{32} + ikV_{32})}, \qquad (25)$$

$\Omega_{2,\,3} = i\,(kV_{2,\,3} - \omega)$.

При переходе к НУ, очевидно, вещественная часть ЭНКД проходит через нуль и становится отрицательной. На основе этого факта можно ввести и использовать упрощенный критерий устойчивости $\mathrm{Re}\,d_э = 0$. Такой критерий имеет общий характер и является неравновесным обобщением известных условий отрицательной дифференциальной проводимости или вязкости.

Из общего уравнения диффузии получается такое выражение КФП через $d_э = d_{э1} + id_{э2}$

$$\text{КФП} = R_e\delta n\,(-i\omega,\ k,\ c) = \frac{d_{э1}\,(\omega,\ k,\ c)}{(k^2 d_{э1})^2 + (kc - \omega + k^2 d_{э2})^2}. \qquad (26)$$

В силу указанного выше факта знакопеременности $R_e d_э$ КФП в отличие от обычного, «колоколообразного» вида как функции ω при достижении нейтральности обращается в нуль и становится отрицательной в окрестности ω_{cr}.

Вычисление КФП, согласно (26), (25), для нейтрального режима, указанного выше, демонстрирует такие особенности ее поведения: при увеличении частоты от нуля ($\text{КФП}_{\omega=0} = 3.3$) КФП достигает максимума при $\omega = 0.14$ равного 6.8 при $\omega = 0.73$ обращается в нуль; при подходе к $|\omega_{cr,\,2}| = 1.33$ КФП стремится к $\mp\infty$ слева и справа соответственно. Поведение КФП вблизи ω_{cr} адекватно описывается однополюсным приближением

$$\text{КФП}_{Z_{2,\,cr}} \simeq R_e \frac{A_1 - i\,|A_2|}{-i\omega - Z_{2,\,cr}} = \frac{|A_2|}{\omega - |\omega_{cr,\,2}|}. \qquad (27)$$

Заметим, что КФП — наблюдаемая величина и указанные особенности могут быть обнаружены экспериментально.

Приложение

Последовательность регулярных конечномерных приближений, ν-моделей, оператора столкновений, учитывающего сохранение плотности и отражающего основную картину спектра, имеет вид

$$Kf \simeq \nu\,(v)\,f_e \sum_{m,\,n}^{N} \xi_n^{(N-1)}(v)\,K_{nm}^{(N-1)} c_m^{(N)},$$

$$K_{nm}^{(N-1)} = (\xi_n^{(N-1)},\ K\chi_m^{(N-1)} f_s^{(N-1)}),\quad (\nu\xi_n^{(N-1)},\ \xi_m^{(N-1)} f_e) = \delta_{nm},$$

$$c_m^{(N)} = (\nu\chi_m^{(N-1)},\ f^{(N)}),\quad (\nu\chi_m^{(N-1)},\ \chi_p^{(N-1)} f_s^{(N)}) = \delta_{mp}. \qquad (\text{П.}\,1)$$

Приближение порядка N строится последовательно: первому шагу соответствует $\xi^{(0)} = 1 = \chi_1^{(0)}$, $K_{11}^{(0)} = 1$, $f_s^{(1)}$ определяется из уравнения (2) с использованием (3), и т. д. Распределение $f_s^{(N)}$ имеет вид

$$f_s^{(N)}(c,\ v_1,\ v_\perp) = \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{v_1} e^{-\Delta\,(v_1,\,u,\,v_\perp)} \left[\nu(u,\ v_\perp)\,f_e(u,\ v_\perp) \sum_{nm}^{N} \xi_n^{(N-1)}(u,\ v_\perp)\,K_{nm}^{(N-1)} C_m^{(N)}\right]. \qquad (\text{П.}\,2)$$

Оператор столкновений в приближении Давыдова

$$If \simeq \left\{\frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left[\mu v^3 \nu_p(v)\left(1 + \frac{T}{mv}\frac{\partial}{\partial v}\right)\right] P_0 - \nu_p(v)\,P_1\right\} f,$$

$$P_0 f = \int f\,d\Omega,\quad P_1 f = \cos\theta \int \cos\theta\, f\,(v,\ \Omega)\,d\Omega. \qquad (\text{П.}\,3)$$

Согласно (П. 3), f_s имеет вид

$$f_s \simeq f_{s0}(v) + \frac{v_1}{v} f_{s1}(v),\quad f_{s1}(v) = -\frac{c}{m\nu_p(v)}\frac{\partial f_{s0}}{\partial v},$$

$$f_{s0}=n_s \exp\left[-\int_0^v mvdv\left(1+\frac{2}{3}\frac{c^2}{m\mu\nu_p^2}\right)^{-1}\right], \qquad (\text{П.}4)$$

частота используется отождествление $\mu\nu_p \equiv \nu_e$ — энергетическая частота столкновений.

Решение уравнения (1) с использованием (П.1)

$$\varphi(z,\ k,\ c,\ v_1,\ v_\perp)=c^{-1}\int_{-\infty}^{v_1} e^{-\Lambda(v_1,x,v_\perp)} \times$$

$$\times\left[\nu(x,\ v_\perp)f_e(x,\ v_\perp)\sum_{nm}\xi_n(x,\ v_\perp)K_{nm}C_m+\varphi_0(x,\ v_\perp)\right]dx,$$

$$\Lambda=\frac{1}{c}\int_x^{v_1}[z+ikc+\nu(x,\ v_\perp)]\,dx, \qquad (\text{П.}5)$$

$C_m(z,\ k,\ c)\equiv(\chi_m,\ \nu\varphi)$ определяются из системы линейных уравнений

$$C_l-\sum_{n,\ m=0}^{N}Q^e_{ln}K_{nm}C_m=(\nu,\ \chi_l,\ \varphi_0);\ K_{00}=1,\ \chi_0=\nu^{-1},\ \xi_0=\frac{ik\chi}{k^2\nu f_e}f'_s,$$

$$Q^{(e,\ s)}_{ln}=\frac{1}{c}\int_{-\infty}^{+\infty}dv_1dv_\perp\nu(v_1,v_\perp)\chi_l(v_1,v_\perp)\int_{-\infty}^{v_1}dxe^{-\Lambda}\nu(x,\ v_1)f_{e,s}(x,\ v_\perp). \qquad (\text{П.}6)$$

Для простой ν-модели (П.1) $N=1$, ν — постоянная; спектральная функция — детерминат системы (П.6) имеет вид

$$D(z,\ k,\ c)=1-\frac{ik\chi}{ck^2}(Q^s_{00}-Q^e_{00}). \qquad (\text{П.}7)$$

КФ определяются выражениями

$$R_{\alpha\beta}=Q^s_{\alpha\beta}+\left[Q^e_{\alpha0}-\frac{ik\chi}{ck^2}(Q^s_{\alpha0}-Q_{\alpha0})\right]\frac{Q^s_{0\beta}}{D},$$

$$R_{11}=Q^s_{00}/D,\ R_{33}=-\frac{(z+ikc)\,n_3^2}{k^2D}[(z+ikc)Q^s_{00}+Q^e_0\ -1]. \qquad (\text{П.}8)$$

Матричные элементы эволюционного оператора в приближении Давыдова при $\nu=\text{const}$

$$V_1=c,\ V_{13}=n_3^{-1},\ V_3=c(1+2c^2n_3^2),\ V_{23}=n_2n_3\left[\frac{5}{4}\gamma^2+\frac{1}{2}\gamma(N-3cV)\right],$$

$$V_2=n_2^2\left[N\gamma(5c-V)+\frac{1}{4}\gamma^2(35c-10V)+\frac{3}{2}\gamma cV^2+N^2c\right];\quad n_3=(0.5\gamma-c^2)^{-1/2},$$

$$F_{22}=F_{33}=F_{32}=0,\ F_{23}=-2n_2/n_3;\ \gamma=(3\mu+2c^2)/3\mu,$$

$$V=c+V_3,\ N=2c^2+2c^4n_3^2-1.5\gamma,\ \theta=(\gamma/2-1/3),$$

$$n_2=(1.5\gamma^2+2c^2\gamma-2c^4-4c^6n_3^2)^{-1/2};$$

$$\nu_2=n_2^2\{\mu[3\gamma N(1-\gamma^{-1})+V^2\theta+1.5\gamma(5\gamma-3)]-$$

$$-c\mu V[0.5N\theta\gamma-4+7.5\gamma]+0.5V^2\gamma-cV[N+\{(2.5\gamma+N)]\},$$

$$\nu_{23}=n_2n_3c\{\mu[0.5\gamma-V\theta(1+0.5c^2\gamma)/c]+\eta(2.5\gamma+N)-V/cn_3^2\},$$

$$\nu_{32}=n_2n_3c\{\mu[2-12.5\gamma+0.5N\theta\gamma-0.5V\theta\gamma/c]+\eta(1+cV)+N-0.5V\gamma/c\};$$

$$\eta=\frac{\langle|v|\,\sigma_2(v)\rangle}{\langle|v|\,\sigma_1(v)\rangle},\quad \begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{pmatrix}=\int d\theta\begin{pmatrix}1-\begin{matrix}\cos\theta\\ \cos^2\theta\end{matrix}\end{pmatrix}\sigma(\theta,\ v). \qquad (\text{П.}9)$$

С учетом малости μ для $c\gg1$ приведенные выражения существенно упрощаются

$$\gamma \simeq 2c^2/3\mu,\ \ n_2 \simeq \sqrt{\frac{3}{2}\,\frac{\mu}{c^2}},\ \ n_3 \simeq \sqrt{3\mu}/c,\ \ V_2 \simeq c\,(1+2\mu),$$

$$\nu_{23} \simeq 2\sqrt{2}\,c/3\sqrt{\mu},\ \ \nu_2 \simeq \mu\,(7-2\eta),\ \ \nu_3 = 1 - 2\mu\,(1+3\eta),$$
$$\nu_{23} \simeq -\sqrt{2\mu}\,(1-\eta),\ \ \nu_{32} \simeq -5\sqrt{\frac{\mu}{2}}\left(1-\frac{2}{5}\,\eta\right). \tag{П. 10}$$

Список литературы

[1] Сильные электрические поля в технологических процессах. М.: Энергия, 1971. 217 с.
[2] *Скворцов Г. Е.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. Вып. 8. С. 502—515.
[3] *Скворцов Г. Е.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 63. Вып. 3. С. 956—973.
[4] *Шульман А. Я., Коган Ш. Н.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. Вып. 2. С. 862—871. Там же. Т. 57. Вып. 11. С. 2112—2119.
[5] *Киквидзе Р. Р., Рухадзе А. А.* // ФИАН. 1972. Т. 61. С. 3—41.
[6] Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М.: Наука, 1982. 268 с.
[7] *Скворцов Г. Е.* // ЖЭТФ. 1967. Т. 52. Вып. 6. С. 1283—1291. Там же. Т. 53. Вып. 11. С. 2054—2060.
[8] *Коган Ю. М., Перель В. И.* // ДАН СССР. 1956. Т. 108. № 5. С. 222—225.
[9] *Скворцов Г. Е.* // Вестн. ЛГУ. 1979. № 13. С. 94—98.
[10] *Скворцов Г. Е., Эшов А. Г., Перевозников Е. Н., Анолин М. В.* Деп. в ЛГУ. № 226-85. Л., 1983. 23 с.
[11] *Пустынский Л. Н., Шумилов В. П.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1280—1286.
[12] *Илисавский Ю. В., Чиплис Р.* // Литовск. физ. сб. 1971. Т. 13. С. 795—804.
[13] *Перевозников Е. Н., Скворцов Г. Е.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 12. С. 2353—2360.

Ленинградский
государственный университет

Поступило в Редакцию
20 февраля 1990 г.
В окончательной редакции
24 апреля 1991 г.