

01

© 1991 г.

СПРЯМЛЕНИЕ ЛИНИИ ФОКУСОВ В ЗЕРКАЛАХ С ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМИ ДВУМЕРНЫМИ ПОЛЯМИ

В. В. Зашквара, Б. У. Ашимбаева

Для систем из электростатических зеркал с двумерными полями, имеющими плоскость симметрии, выведен критерий спрямления линии фокусов второго порядка по углу расходимости в плоскости симметрии. Установлен ряд электронно-оптических инвариантов. Рассчитаны электронно-оптические характеристики спектрографов из двухкаскадных зеркал цилиндрического и гиперболического типов.

Фокусирующие и диспергирующие свойства различных типов электронных зеркал с двумерными электростатическими полями, имеющими плоскость симметрии, изучались различными авторами [1-5].

Цель настоящей работы — установить универсальные для класса электростатических двумерных полей с плоскостью симметрии соотношения между электронно-оптическими параметрами зеркал, которые бы, в частности, позволили осуществлять поиск систем, допускающих спрямление линии фокусов в условиях высокого качества угловой фокусировки пучков различной энергии вдоль спрямленного участка линии. Использование таких систем в качестве спектрографов повысит экспрессность энергоанализа в многочисленных методах спектроскопии пучков заряженных частиц.

В прямоугольных координатах x , y , z двумерное электростатическое поле описывается потенциалом $\varphi(x, y)$ вблизи плоскости симметрии поля x, z представимым рядом

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \left[\frac{d^{2n}\varphi(x)}{dx^{2n}} \right] y^{2n}, \quad (1)$$

где $\varphi(x)$ — потенциал поля в плоскости x, z .

Считаем, что пучок заряженных частиц локализован у плоскости симметрии, в которой лежит осевая траектория пучка, угловая расходимость пучка в направлении оси y мала. Нашей задачей является нахождение электронно-оптических характеристик двумерных зеркал и установление взаимосвязи между ними в плоскости дисперсии, которая совпадает с плоскостью симметрии поля, именно эти характеристики необходимо знать для решения задачи спрямления линии фокусов.

Допустим, что в общем случае электронно-оптическая система состоит из набора нескольких последовательно расположенных электростатических зеркал с двумерными полями, имеющими общую плоскость симметрии (рис. 1). Сюда, в частности, относятся системы из цилиндрических зеркал с общей осью симметрии. В плоскости симметрии x, z пучок заряженных частиц выходит из источника A под углом α к оси z , n раз (по числу зеркал в системе) отражается от системы зеркал и фокусируется вне ее. Удаления источника A на входе системы и фокуса B на выходе из нее задаются кратчайшими расстояниями их

Δ_1 и Δ_2 до нулевых эквипотенциалей первого и последнего зеркал. В одиночном зеркале для плоской траектории закон сохранения энергии имеет вид

$$\frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{z}^2) = \omega - q\varphi(x), \quad (2)$$

где q , m , $w = (mv_0^2)/2$ — заряд, масса и кинетическая энергия частиц на входе в зеркало; $\varphi(x)$ — потенциал поля в плоскости симметрии.

Удобно представить $\varphi(x)$ в следующей форме: $\varphi(x) = k \cdot g(x)$, $g(x)$ — безразмерная функция; k — коэффициент с размерностью потенциала, зависящий от характерных параметров зеркала — соотношений линейных размеров электродов зеркала и подаваемых на них потенциалов. В двумерном поле сохраняется продольная составляющая скорости частицы $\dot{z} = v_0 \cos \alpha = \text{const}$, уравне-

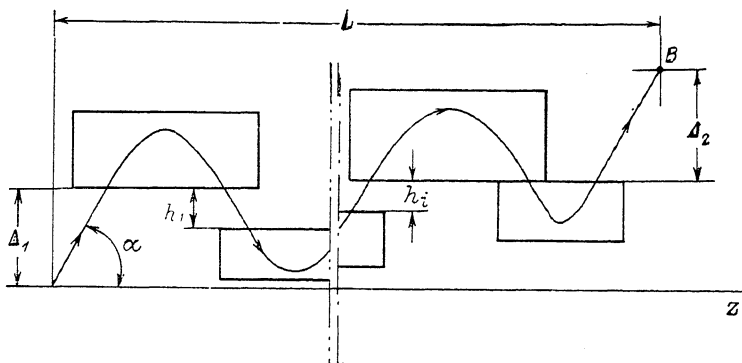


Рис. 1. Осевая траектория пучка заряженных частиц в системе зеркала с плоскими полями.

ние (2) интегрируется в квадратурах, что позволяет в общем виде представить проекцию на ось z участка плоской траектории в поле зеркала

$$l = \text{ctg } \alpha \cdot F(\omega), \quad (3)$$

где

$$F(\omega) = 2\sqrt{\omega} \int_{x_0}^{x_m} \frac{dx}{\sqrt{\omega - g(x)}}, \quad (4)$$

$$\omega = \frac{w}{qk} \sin^2 \alpha$$

— параметр отражения одиночного зеркала; x_0 — координата точки встречи траектории с нулевой эквипотенциальной поверхностью поля, которую мы условно назовем базовой поверхностью электростатического зеркала; x_m — координата вершины траектории в отражающем поле; x_m является решением уравнения $g(x_m) = \omega$, следующего из условия $(dx)/(dz) = 0$.

Запишем необходимые для дальнейшего рассмотрения производные от ω по α и относительной энергии $d\varepsilon = (d\omega)/\omega$

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = 2\omega \text{ctg } \alpha, \quad \frac{d\omega}{d\varepsilon} = \omega. \quad (5)$$

В случае одиночного зеркала проекция траектории на ось z на участке от источника до изображения равна

$$L = \text{ctg } \alpha \{ \Delta + F(\omega) \}, \quad (6)$$

где $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$.

Длина проекции траектории в системе из последовательно расположенных зеркал с двумерными полями (рис. 1) составляет

$$L = \text{ctg } \alpha \left\{ \Delta + \sum_{i=1}^n F_i(\omega_i) \right\}, \quad (7)$$

где $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \sum_{i=1}^{n-1} h_i$, h_i — расстояние между базовыми поверхностями соседних зеркал (рис. 1).

Обращение в нуль определенного числа производных от L по α при заданном угле наклона траекторий в пучке примем в качестве критерия угловой фокусировки данного порядка. Первым условием, налагаемым на систему, является угловая фокусировка первого порядка $dL/d\alpha = 0$. Дифференцируем по α (6), приравниваем результат нулю, с учетом соотношений (5) получаем

$$(1 + \text{ctg}^2 \alpha) \{\Delta + [F]\} = 2 \text{ctg}^2 \alpha [\omega F'], \quad (8)$$

где

$$[F] = \sum_{i=1}^n F_i(\omega_i), \quad [\omega F'] = \sum_{i=1}^n \omega_i \frac{dF_i}{d\omega_i}.$$

Штрихи обозначают дифференцирование по ω . Суммы

$$\sum_{i=1}^n \omega_i^m \frac{d^m F_i(\omega_i)}{d\omega_i^m}$$

записываем символически в виде $[\omega^m F^{(m)}]$, для одиночного зеркала квадратные скобки отбрасываются. Если в системе имеет место угловая фокусировка второго порядка, то вторая производная $(d^2L)/(d\alpha^2)$ также равна нулю, к (8) добавляется еще одно уравнение, связывающее параметры системы,

$$(1 + \text{ctg}^2 \alpha)(\Delta + [F]) - (3 + \text{ctg}^2 \alpha)[\omega F'] + 2 \text{ctg}^2 \alpha [\omega^2 F''] = 0. \quad (9)$$

Исключив $\Delta + [F]$ из уравнений (8) и (9), представим условие угловой фокусировки второго порядка в следующем виде:

$$\frac{[\omega^2 F'']}{[\omega F']} = \frac{1}{2} (3 \text{tg}^2 \alpha - 1). \quad (10)$$

Линия фокусов системы — геометрическое место фокусов пучков заряженных частиц различной энергии. Из этого определения вытекает, что тангенс угла наклона касательной к линии фокусов суть

$$\text{tg } \gamma = \frac{\frac{d\Delta}{d\varepsilon}}{\frac{dL}{d\varepsilon}} = \frac{\frac{d\Delta}{d\varepsilon}}{\text{ctg } \alpha \left\{ \frac{d\Delta}{d\varepsilon} + [\omega F'] \right\}}. \quad (11)$$

Для нахождения $d\Delta/d\varepsilon$ дифференцируем уравнение (8) по ε , тогда

$$(1 + \text{ctg}^2 \alpha) \frac{d\Delta}{d\varepsilon} = 2 \text{ctg}^2 \alpha [\omega^2 F''] - (1 - \text{ctg}^2 \alpha) [\omega F']. \quad (12)$$

Исключаем $(d\Delta)/(d\varepsilon)$ из соотношений (11) и (12), получаем

$$\text{tg } \gamma = \frac{2 \text{ctg}^2 \alpha \frac{[\omega^2 F'']}{[\omega F']} + \text{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \text{ctg}^2 \alpha \left\{ 1 + \frac{[\omega^2 F'']}{[\omega F']} \right\}}. \quad (13)$$

Если система обладает свойством угловой фокусировки второго порядка, то, исключив $[\omega^2 F'']/[\omega F']$ из формул (10) и (13), мы придем к простой и универсальной для рассматриваемого класса зеркал формуле, связывающей только две величины α и γ ,

$$\text{tg } \gamma = \frac{2 \text{tg } \alpha}{3 + \text{ctg}^2 \alpha}. \quad (14)$$

Выдвинем требование спрямления линии фокусов в следующей форме:

$$\frac{d}{d\varepsilon}(\operatorname{tg} \gamma) = 0. \quad (15)$$

Рассмотрим это условие. Дифференцируем (11) по ε и результат приравняем нулю, тогда

$$\frac{\frac{d^2\Delta}{d\varepsilon^2}}{\frac{d\Delta}{d\varepsilon}} = 1 + \frac{|\omega^2 F''|}{|\omega F'|}. \quad (16)$$

Чтобы раскрыть левую часть соотношения (16), продифференцируем по ε обе части уравнения (12), получим

$$(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \frac{d^2\Delta}{d\varepsilon^2} = 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha [\omega^3 F'''] + (5 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1) [\omega^3 F''] - (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha) [\omega F']. \quad (17)$$

Поделим (17) на (12) и подставим $((d^2\Delta)/(d\varepsilon^2))/((d\Delta)/(d\varepsilon))$ в (16), выполним алгебраические преобразования и придем к формуле, выражающей условие спрямления линии фокусов в системе из электростатических зеркал с двумерными полями,

$$\frac{|\omega^2 F''|}{|\omega F'|} - \frac{[\omega^3 F'']}{[\omega^2 F']} = 1. \quad (18)$$

Формула (18) содержит только параметры отражения зеркал ω_i , в нее не входит явно угол α . Для нахождения параметров системы, при которых вдоль спрямленной линии фокусов сохраняется угловая фокусировка второго порядка, необходимо последовательно решать ряд уравнений: сначала (18), определяя параметры отражения ω_i , затем (10) относительно α , (8) относительно Δ , и т. д.

Можно ввести в систему дополнительную степень свободы, допустив, что в анализируемом пучке имеет место угловая дисперсия по энергии параболического типа, на практике для этого вдоль линии источника необходимо распределить потенциал [6]. Тогда параметры отражения составляющих систему зеркал трансформируются следующим образом:

$$\omega_i(K) \rightarrow \omega_i [1 + K(\alpha - \alpha_0)^2], \quad (19)$$

где K — коэффициент угловой дисперсии по энергии, задаваемый законом распределения потенциала на источнике.

В выражении для $(d^2L)/(d\alpha^2)$ появляется дополнительное слагаемое, пропорциональное K , а условие угловой фокусировки приобретает следующий вид:

$$\frac{[\omega^2 F'']}{[\omega F']} = \frac{1}{2} [(3 - K) \operatorname{tg}^2 \alpha - 1]. \quad (20)$$

Исключив $[\omega^2 F'']/[\omega F']$ из (13) и (20), придем к аналогу формулы (14)

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{(2 - K) \operatorname{tg} \alpha}{3 + \operatorname{ctg}^2 \alpha - K}. \quad (21)$$

Если $K=2$, то для всего класса электростатических двумерных полей линия фокусов системы зеркал спрямляется в направлении оси z ($\gamma=0$) и вдоль нее выполняется угловая фокусировка второго порядка.

Системам из электростатических зеркал с двумерными полями, имеющими плоскость симметрии, присущи инвариантные величины — электронно-оптические характеристики, которые зависят только от угла ввода пучка в систему α и не зависят от типа и параметров конкретно выбранного зеркала, они универсальны для всего класса зеркал с двумерными полями. Таким свойством, как известно, обладает величина относительной линейной дисперсии [4]

$$\frac{A_2}{L} = \frac{1}{L} \frac{dL}{d\varepsilon} = \frac{1}{2 \cos^2 \alpha}. \quad (22)$$

Инвариантом является угол наклона γ касательной к линии фокусов (формула (14)). Усиление требований к качеству угловой фокусировки и наложение условия спрямления линии фокусов множит число инвариантных величин в системе. Многократно продифференцировав L (6) по α и ε , можно убедиться в том, что производные от L являются линейными функциями относительно сумм типа $[\omega^m F^{(m)}]$, причем порядок производной определяет максимальный порядок входящей в нее суммы. Например,

$$\frac{d^2 L}{d\varepsilon^2} = \operatorname{ctg} \alpha \{[\omega F'] + [\omega^2 F'']\} \dots, \quad (23)$$

$$\frac{d^2 L}{d\alpha d\varepsilon} = -(1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha) [\omega F'] + 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha [\omega^2 F''] \dots, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 L}{d\alpha^3} = & -\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} \frac{d^2 L}{d\alpha^2} + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha \{-(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) (\Delta + [F]) - (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha) [\omega F'] + \\ & + (\operatorname{ctg}^2 \alpha - 5) [\omega^2 F''] + 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha [\omega^3 F'''] \dots\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\frac{d^3 L}{d\varepsilon^3} = \operatorname{ctg} \alpha \{[\omega F'] + 3 [\omega^2 F''] + [\omega^3 F''']\} \dots. \quad (26)$$

Пусть система фокусирует по α во втором приближении, исключим с помощью уравнений (8) и (9) суммы $[\omega F']$ и $[\omega^2 F'']$ из (23), (24), затем поделим (23) и (24) на L (6), придем к инвариантам

$$\frac{1}{L} \frac{d^2 L}{d\varepsilon^2} = \frac{1}{4} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) (1 + 3 \operatorname{tg}^2 \alpha), \quad (27)$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^2 L}{d\alpha d\varepsilon} = \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha). \quad (28)$$

Включение дополнительного условия — спрямления линии фокусов (18), содержащего сумму $[\omega^3 F''']$, позволяет с помощью трех уравнений (8), (9) и (18) исключить уже три суммы $[\omega F]$, $[\omega^2 F'']$ и $[\omega^3 F''']$ из производных третьего порядка и после деления на L (6) получить новые инварианты

$$\frac{1}{L} \frac{d^3 L}{d\alpha^3} = -6 \operatorname{ctg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)^2, \quad (29)$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3 L}{d\varepsilon^3} = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \left[1 + \frac{3}{4} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) (3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 1) \right], \quad (30)$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3 L}{d\alpha^2 d\varepsilon} = -2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha), \quad (31)$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3 L}{d\alpha d\varepsilon^2} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) (1 + 3 \operatorname{tg}^2 \alpha). \quad (32)$$

На отдельных примерах рассмотрим системы двумерных зеркал, допускающие спрямление линии фокусов в условиях угловой фокусировки второго порядка.

1. Энергоанализатор из двух последовательно расположенных соосных цилиндрических зеркальных анализаторов (ЦЗА) с внутренним и внешним отражением пучка заряженных частиц (рис. 2). Перейдем к переменным p_1 и p_2 , ранее принятым в работах [6, 7], которые связаны с ω_1 и ω_2 следующими соотношениями:

$$p_1^2 = \omega_1 = \frac{w}{qu_1} \ln \frac{r_1}{r_0} \sin \alpha, \quad (33)$$

$$p_2 = \omega_2 = \frac{w}{qu_2} \ln \frac{r_0}{r_2} \sin^2 \alpha. \quad (34)$$

В новых переменных

$$F_1(\omega_1) = 4p_1 \theta_1, \quad (35)$$

где

$$\theta_1(p_1) = e^{p_1^2} \int_0^{p_1} e^{-x^2} dx$$

для ЦЗА с внешним отражением пучка;

$$F_2(\omega_2) = 4p_2\theta_2, \quad (36)$$

где

$$\theta_2(p_2) = e^{-p_2^2} \int_0^{p_2} e^{x^2} dx$$

для ЦЗА с внутренним отражением пучка. В новых переменных имеем

$$\begin{aligned} [\omega F'] &= \frac{1}{2} [p\dot{F}], & [\omega^2 F''] &= \frac{1}{4} [p^2\ddot{F} - p\dot{F}], \\ [\omega^3 F'''] &= \frac{1}{8} [p^3\dddot{F} - 3p^2\ddot{F} + 3p\dot{F}]. \end{aligned} \quad (37)$$

Точки в (37) обозначают дифференцирование по p . Квадратные скобки для системы из двух зеркал символизируют сумму двух слагаемых, относящихся

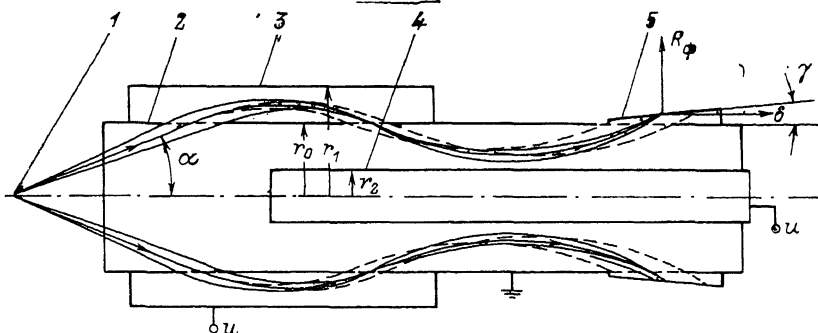


Рис. 2. Двухкаскадный ЦЗА со спрямленной линией фокусов.

1 — источник, 2—4 — электроды ЦЗА, 5 — поверхность фокусов; пунктир — траектории частиц с энергией, отличающейся на 10 % от основной.

к первому и второму каскадам отражения. Подставим (37) в (18), после преобразования придем к следующему уравнению для условия спрямления линии фокусов в двухкаскадной системе ЦЗА:

$$\begin{aligned} & \frac{p_1^2 [1 + 3p_1\theta_1 + p_1^2 (1 + 2p_1\theta_1)] + p_2^2 [1 - 3p_2\theta_2 - p_2^2 (1 - 2p_2\theta_2)]}{p_1 [\theta_1 + p_1 (1 + 2p_1\theta_1)] + p_2 [\theta_2 + p_2 (1 - 2p_2\theta_2)]} = \\ & = \frac{p_1^3 [\theta_1 (3 + 2p_1^2) + p_1 (1 + 2p_1\theta_1) (5 + 2p_1^2)] - p_2^3 [\theta_2 (3 - 2p_2^2) + p_2 (1 - 2p_2\theta_2) (5 - 2p_2^2)]}{p_1^2 (1 + 2p_1\theta_1) (1 + 2p_1^2) + p_1\theta_1 (2p_1^2 - 1) + p_2^2 (1 - 2p_2\theta_2) (1 - 2p_2^2) - p_2\theta_2 (2p_2^2 + 1)}. \end{aligned} \quad (38)$$

Полагая равным нулю p_1 или p_2 в (38), имеем дело с уравнением, выражающим условие спрямления линии фокусов в одиночном ЦЗА с внешним или соответственно внутренним отражением пучка. Ни одно из этих уравнений, как оказалось, не имеет действительных решений, т. е. в одиночном ЦЗА линия фокусов не спрямляется.

Результаты расчета характеристик двухкаскадной системы ЦЗА иллюстрируются графиками на рис. 3. Множество совместных решений уравнений (38) и (10), отвечающих требованию спрямления линии фокусов в условиях сохранения угловой фокусировки второго порядка, представлено кривыми 1 ($p_2 = f_1(p_1)$) и 2 ($\alpha = f_2(p_1)$), каждая из которых имеет две ветви ($0a$ и ab (1), $0'a'$ и $a'b'$ (2)), сходящиеся в крайних точках a и a' при $p_1 = 0.4656$, $p_2 = 0.8360$, $\alpha = 17.252^\circ$. Вблизи p_1 характеристики системы Δ , γ , l , A_2 двузначны, для

практики интересны те их ветви, которые соответствуют верхнему плавно меняющемуся участку $0'a'$ кривой 2 (рис. 3). Приведем расчетные данные для характеристик одной из схем, в которой линия фокусов спрямляется в условиях сохранения угловой фокусировки второго порядка: $p_1=0.46000$, $p_2=74186$,

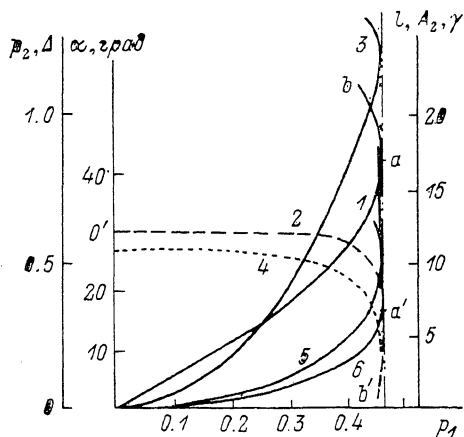


Рис. 3. Характеристики двухкаскадного ЦЗА.

1 — $p_2(p_1)$, 2 — $\alpha(p_1)$, 3 — $\Delta(p_1)$, 4 — $\gamma(p_1)$, 5 — $l(p_1)$, 6 — $A_2(p_1)$.

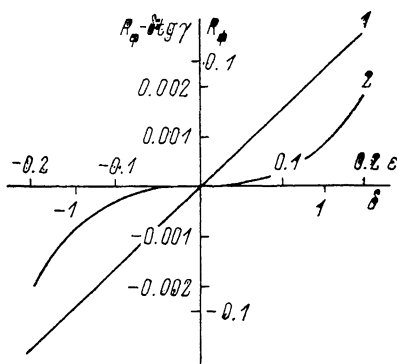


Рис. 4. Спрямленная линия фокусов ЦЗА.

1 — линия фокусов $R_\phi(\delta)$, 2 — отклонение линии фокусов от прямой $\delta \cdot \text{tg } \gamma$.

$\alpha=22.5368^\circ$, $\Delta=1.1296$, $\gamma=5.3832$, $A_2=5.1593$, $l=L/r_0=8.8028$. Величины с размерностью длины выражены в долях r_0 . Схема, представленная на рис. 2, построена на основе этих данных. В координатах R_ϕ, δ (рис. 2) спрямленная линия фокусов для этой схемы показана кривой 1 на рис. 4, вдоль оси δ приведена также шкала энергии ϵ . Кривая 2 — график функции $R_\phi(\delta) - \delta \text{tg } \gamma$. Как видно

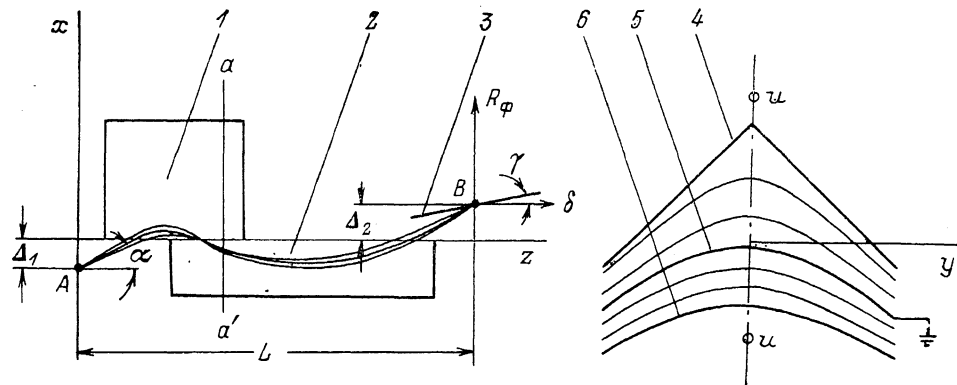


Рис. 5. Двухкаскадный ЦЗА со спрямленной линией фокусов.

1, 2 — каскады отражения; 3 — линия фокусов; 4—6 — электроды двухкаскадного ЦЗА.

из рис. 4, линия фокусов в диапазоне энергии $\pm 20\%$ (от основной $\epsilon=0$) отклоняется от прямой $\delta \text{tg } \gamma$ не более чем на $0.002r_0$. В таблице приведены данные, характеризующие размытие изображения из-за угловой кубической аберрации вдоль линии фокусов. Размытие оценивается величиной $\Delta l = l(\epsilon, \Delta\alpha) - l(\epsilon, 0)$, рассчитанной для траекторий с угловым разбросом $\Delta\alpha = \pm 2^\circ, \pm 4^\circ$. В ЦЗА в режиме угловой фокусировки второго порядка из-за отрицательного знака угловой кубической аберрации минимальное сечение фокусируемого пучка располагается несколько ближе гауссового фокуса [8]. Аналогично в двухкаскадном ЦЗА минимальное сечение фокусируемых пучков различной энергии находится на линии, предшествующей линии фокусов и смещенной от

ε	$\Delta\alpha$, град	p_1	p_2	Δ	Δl	Δl_1
-0.10	-4	0.36197	0.58376	1.06563	0.01510	0.00391
	-2	0.39942	0.64417		0.00171	-0.00335
	0	0.43639	0.70379		0.0	0.0
	2	0.47283	0.76255		-0.00098	0.00330
	4	0.50868	0.82038		-0.00738	0.00060
-0.06	-4	0.36992	0.59660	1.09155	0.01448	0.00310
	-2	0.40820	0.65833		0.00157	-0.00357
	0	0.44598	0.71926		0.0	0.0
	2	0.48322	0.77931		-0.00105	0.00330
	4	0.51987	0.83841		-0.00745	0.00063
-0.02	-4	0.37771	0.60916	1.11703	0.01401	0.00271
	-2	0.41680	0.67219		0.00148	-0.00363
	0	0.45537	0.73440		0.0	0.0
	2	0.49339	0.79572		-0.00106	0.00326
	4	0.53081	0.85607		-0.00730	0.00073
0.0	-4	0.38155	0.61534	1.12964	0.01385	0.00265
	-2	0.42103	0.67901		-0.00145	-0.00361
	0	0.46000	0.74186		0.0	0.0
	2	0.49840	0.80380		-0.00104	0.00324
	4	0.53620	0.86476		-0.00713	0.00083
0.02	-4	0.38534	0.62147	1.14219	0.01373	0.00268
	-2	0.42522	0.68577		0.00144	-0.00356
	0	0.46457	0.74924		0.0	0.0
	2	0.50336	0.81180		-0.00101	0.00321
	4	0.54154	0.87336		-0.00689	0.00097
0.06	-4	0.39283	0.63353	1.16718	0.01365	0.00295
	-2	0.43347	0.69909		0.00146	-0.00339
	0	0.47359	0.76379		0.0	0.0
	2	0.51314	0.82756		-0.00089	0.00320
	4	0.55205	0.89032		-0.00620	0.00141
0.10	-4	0.40017	0.64538	1.19212	0.01380	0.00348
	-2	0.44158	0.71216		0.00153	-0.00314
	0	0.48245	0.77807		0.0	0.0
	2	0.52273	0.84303		-0.00071	0.00324
	4	0.56237	0.90697		-0.00520	-0.00214

нее на расстояние, зависящее от величины угловой расходимости пучка, что подтверждается данными последнего столбца таблицы, характеризующими размытие пучков различной энергии Δl_1 вдоль линии минимального сечения, которая при $\Delta\alpha = \pm 4^\circ$ смещена на $d\Delta = 0.0196$ от линии фокусов. Приведем значения восьми инвариантов для схемы $\alpha = 22.5368^\circ$:

$$\gamma = 5.3832^\circ, \quad \frac{1}{L} \frac{dL}{d\varepsilon} = 0.5861, \quad \frac{1}{L} \frac{d^2L}{d\varepsilon^2} = 0.4444, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\varepsilon^3} = 0.4864,$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha^3} = -19.8670,$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\varepsilon^3} = 0.3370, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha^2 d\varepsilon} = -2.3444, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha d\varepsilon^2} = 0.3688.$$

2. Энергоанализатор из двух последовательно расположенных электростатических гиперболических зеркальных анализаторов (ГЗА). На рис. 5 слева представлена схема двухкаскадного ГЗА в сечении плоскостью симметрии поля

$$\varphi(x, y) = a(x^2 - y^2) + bx, \quad (39)$$

справа в сечении плоскостью aa' показаны электроды зеркал и эквипотенциали гиперболического поля (39). Впервые ГЗА с угловой фокусировкой второго порядка был рассчитан в работе [1].

Согласно принятым нами обозначениям, $g(x) = x^2 + (b/a)x$, интеграл (3) берется в конечном виде

$$F(\omega) = 2\sqrt{\omega} \operatorname{arctg} \left[\frac{2\sqrt{\omega}}{b/a} \right], \quad (40)$$

где

$$\omega = \frac{w \sin^2 \alpha}{aq}.$$

В первом каскаде $a < 0$, $b > 0$, во втором каскаде $a > 0$, $b > 0$, $m = b/a$ имеет размерность длины и является масштабным фактором. Введем новую переменную $\beta = (2/m)\sqrt{\omega}$, для каждого из каскадов имеем

$$F_1 = -m_1 \beta_1 \operatorname{arth} \beta_1, \quad (41)$$

$$F_2 = m_2 \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2, \quad (42)$$

где $m_1/m_2 = -1$.

Проекция на ось z участка плоской траектории от источника до изображения в долях $|m|$ составляет

$$l = \operatorname{ctg} \alpha (\Delta + \beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 + \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2). \quad (43)$$

Условие спрямления линии фокусов (18) суть

$$A - B = 1, \quad (44)$$

$$A = \frac{\frac{1}{2} \beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 - \frac{1}{2} \frac{\beta_1^2}{1 - \beta_1^2} - \frac{\beta_1^4}{(1 - \beta_1^2)^2} + \frac{1}{2} \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2 - \frac{1}{2} \frac{\beta_2^2}{1 + \beta_2^2} + \frac{\beta_2^4}{(1 + \beta_2^2)^2}}{\beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 + \frac{\beta_1^2}{1 - \beta_1^2} + \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2 + \frac{\beta_2^2}{1 + \beta_2^2}}, \quad (45)$$

$$B = \frac{-\frac{3}{4} \beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 + \frac{3}{4} \frac{\beta_1^2}{1 - \beta_1^2} - \frac{1}{2} \frac{\beta_1^4}{(1 - \beta_1^2)^2} - \frac{2\beta_1^6}{(1 - \beta_1^2)^3} - \frac{3}{4} \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2 + \frac{3}{4} \frac{\beta_2^2}{1 + \beta_2^2} + \frac{1}{2} \frac{\beta_2^4}{(1 + \beta_2^2)^2} - \frac{2\beta_2^6}{(1 + \beta_2^2)^3}}{\frac{1}{2} \beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 - \frac{1}{2} \frac{\beta_1^2}{1 - \beta_1^2} - \frac{\beta_1^4}{(1 - \beta_1^2)^2} + \frac{1}{2} \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2 - \frac{1}{2} \frac{\beta_2^2}{1 + \beta_2^2} + \frac{\beta_2^4}{(1 + \beta_2^2)^2}}. \quad (46)$$

Условие угловой фокусировки второго порядка (10) в плоскости симметрии поля

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{2} \beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 - \frac{1}{2} \frac{\beta_1^2}{1 - \beta_1^2} - \frac{\beta_1^4}{(1 - \beta_1^2)^2} + \frac{1}{2} \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2 - \frac{1}{2} \frac{\beta_2^2}{1 + \beta_2^2} + \frac{\beta_2^4}{(1 + \beta_2^2)^2}}{\beta_1 \operatorname{arth} \beta_1 + \frac{\beta_1^2}{1 - \beta_1^2} + \beta_2 \operatorname{arctg} \beta_2 + \frac{\beta_2^2}{1 + \beta_2^2}} = \\ & = \frac{1}{2} (1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha). \end{aligned} \quad (47)$$

Результаты расчета характеристик двухкаскадного ГЗА в режиме спрямления линии фокусов и угловой фокусировки второго порядка представлены на рис. 6. При полной аналогии с ЦЗА отчетливо выражена двузначность функций. Предельными точками β_1 и функций $\beta_2 = f_1(\beta_1)$, $\alpha = f_2(\beta_1)$ являются $|\beta_1| = 0.4463$, $\beta_2 = 1.1595$, $\alpha = 23.1104^\circ$. Приведем характеристики системы для случая $|\beta_1| = 0.43$. Они двузначны и представлены двумя группами данных. Первая группа: $\beta_2 = 0.8119$, $\alpha = 26.6078^\circ$, $\Delta = 0.3482$, $A_2 = 1.3730$, $l = 2.1951$, инварианты: $\gamma = 8.1622^\circ$,

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{d\varepsilon} = 0.6255, \quad \frac{1}{L} \frac{d^2L}{d\varepsilon^2} = 0.5482, \quad \frac{1}{L} \frac{d^2L}{d\alpha d\varepsilon} = 0.6266, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha^2} = -18.7430,$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\varepsilon^3} = 0.2406, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha^2 d\varepsilon} = -2.5019, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha d\varepsilon^2} = 0.5492.$$

Вторая группа: $\beta_2=1.6793$, $\alpha=18.2274^\circ$, $\Delta=0.6815$, $A_2=4.4011$, $l=7.9411$, инварианты: $\gamma=3.0848^\circ$,

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{d\epsilon} = 0.5542, \quad \frac{1}{L} \frac{d^2L}{d\epsilon^2} = 0.3673, \quad \frac{1}{L} \frac{d^2L}{d\alpha d\epsilon} = 0.3650, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha^3} = -22.3858,$$

$$\frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\epsilon^3} = 0.0802, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha^2 d\epsilon} = -2.2169, \quad \frac{1}{L} \frac{d^3L}{d\alpha d\epsilon^2} = 0.2419.$$

Величины с размерностью длины выражены в долях $|m|$. Схема двухкаскадного ГЗА на рис. 5 построена по численным величинам первой группы. Как и в случае ЦЗА, в двухкаскадном ГЗА осуществляется высокое качество спрямления линии фокусов и фокусировки пучков различной энергии вдоль нее [9].

Движение заряженных частиц в плоскости y, z , перпендикулярной основной траектории, в первом приближении описывается уравнением

$$\frac{d^2y}{dz^2} + \Omega^2 y = 0, \quad (48)$$

где $\Omega^2 = -((\text{tg}^2 \alpha)/\omega)$, в первом каскаде ($\omega_1 < 0$, $\Omega^2 > 0$) заряженные частицы испытывают фокусирующее действие

$$y \sim \sin\left(\frac{2 \text{tg} \alpha}{\beta_1 m_1} z\right),$$

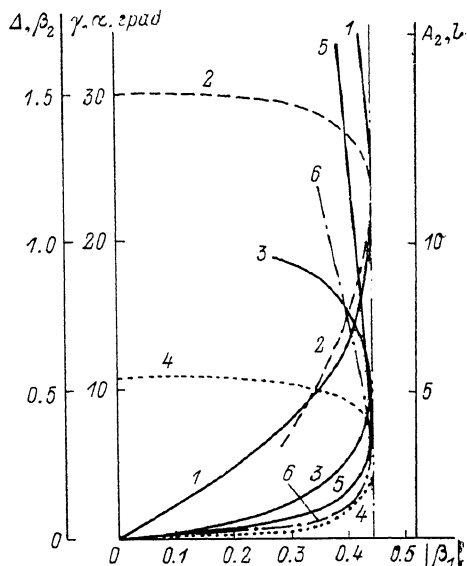


Рис. 6. Характеристики двухкаскадного ГЗА. 1 — $\beta_2(\beta_1)$, 2 — $\alpha(\beta_1)$, 3 — $\Delta(\beta_1)$, 4 — $\gamma(\beta_1)$, 5 — $l(\beta_1)$, 6 — $A_2(\beta_1)$.

во втором каскаде ($\omega_2 > 0$, $\Omega^2 < 0$) — расфокусирующее действие

$$y \sim \exp\left[\frac{2 \text{tg} \alpha}{\beta_2 m_2} z\right].$$

В схеме, показанной на рис. 5 для случая $\beta_1 = -0.430$, $\beta_2 = 0.8119$, результирующее действие поля в двух каскадах приводит к размытию изображения в направлении оси y .

Заключение

1. Для энергоанализирующих систем из электростатических зеркал с двумерными полями и общей плоскостью симметрии выведен критерий спрямления линии фокусов второго порядка по углу расходимости пучка в плоскости дисперсии.

2. Установлен ряд новых инвариантов двумерных электростатических зеркал — электронно-оптических характеристик, зависящих только от угла ввода пучка заряженных частиц в систему и универсальных для всего класса зеркал с двумерными полями.

3. На примерах цилиндрического и гиперболического электростатических полей рассчитаны двухкаскадные системы зеркал, допускающие спрямление линии фокусов в условиях сохранения угловой фокусировки второго порядка в широком диапазоне энергии.

4. Показано, что формирование в пучке угловой дисперсии по энергии параболического типа позволяет в зеркалах с двумерными полями изменять угол наклона спрямленной линии фокусов и повышать качество угловой фокусировки.

Список литературы

- [1] Бредов М. М. // ЖТФ. 1959. Т. 29. Вып. 8. С. 1032—1038.
- [2] Голиков Ю. К., Коломенков В. Ю. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 4. С. 673—677.
- [3] Голиков Ю. К., Иванов В. Г., Коломенков В. Ю., Матышев А. А. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 5. С. 1010—1012.
- [4] Фишкова Т. Я. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 7. С. 1358—1363.
- [5] Гликман Л. Г., Голоскоков Ю. В., Исакова З. Д. и др. // ДАН СССР. 1990. Т. 312. № 4. С. 869—872.
- [6] Зашквара В. В., Ашимбаева Б. У. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 11. С. 56—63.
- [7] Зашквара В. В., Ашимбаева Б. У., Былинкин А. Ф. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 10. С. 2021—2025.
- [8] Hafner H., Simpson J. Ard, Kuyatt C. E. // Rev. Sci. Instr. 1968. Vol. 39. N 11. P. 33—35.
- [9] Зашквара В. В., Ашимбаева Б. У. Деп. в ВИНТИ. М., 1990.

Институт ядерной физики
АН КазССР
Алма-Ата

Поступило в Редакцию
21 ноября 1990 г.