

**ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ УСКОРЯЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ  
С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ГОФРОМ  
ДЛЯ КОЛЛЕКТИВНОГО УСКОРИТЕЛЯ ИОНОВ  
НА ОСНОВЕ МОДУЛИРОВАННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА**

*H. В. Ильина, Н. Е. Розанов*

Проведен численный расчет статических полей, создаваемых релятивистским трубчатым сильноточным электронным пучком (СЭП) в ускоряющих ячейках структуры с прямоугольным гофром с различными геометрическими размерами. Аналитически показано, что при гармонической временной модуляции тока СЭП набор энергии синхронных ионов определяется амплитудой первой пространственной гармоники продольного электрического поля. Найдено, что в коротких ускоряющих ячейках с длиной, меньшими или сравнимыми с их радиальными размерами, амплитуду ускоряющего поля можно увеличить почти в два раза, если участки меньшего радиуса сократить до длины, равной 20–30 % от длины ячеек, и соответственно удлинить участки большего радиуса.

### Введение

В последнее время не ослабевает интерес к методу коллективного ускорения ионов модулированным СЭП в гофрированной структуре, предложенному в 1973 г. [1]. Он был проверен в экспериментах [2] со слаботочным пучком, а недавно и на установке с сильноточным пучком [3].

Теоретические исследования возможностей этого способа ускорения с помощью аналитических методов начались с работы [1], где были определены ориентировочные требования к параметрам сплошного СЭП и гофрированной структуры. Позднее в работе [4] были найдены соотношения, связывающие ток пучка, глубину гоффра и амплитуду продольного электрического поля, а также определен профиль гофрированной поверхности, обеспечивающий гармоническое распределение поля вдоль оси системы. Эти результаты были обобщены в [5] на случай полигармонического распределения потенциала, когда в спектре поля присутствует несколько пространственных гармоник. В работе [6] получены аналогичные соотношения для более реальной ситуации, когда есть зазор между трубчатым пучком и лайнером, найден предельный ток пучка. Исследование динамики ионов при ускорении в сплошном пучке в структуре, форма гоффра которой создает гармоническое распределение потенциала с медленно меняющимся периодом, проведено в [7]. Изучена устойчивость их радиального и фазового движения, определены требования к допускам на основные параметры и показано, что они достаточно жесткие. В работе [8] проведена оптимизация процесса ускорения с целью увеличения темпа набора энергии при помощи согласованного увеличения глубины гладкого гоффра вдоль оси и ускорения ионов на периферии электронного пучка. С помощью данной методики сделан расчет [9] ускоряющей структуры для экспериментов [3]. Численный расчет статических полей, создаваемых нерелятивистским сплошным электронным потоком в лайнере, состоящем из отрезков труб разного внутреннего диаметра (называемом ниже прямоугольным гоффром), проведен в работе [10]. Найдено распределение потенциала в ускоряющей ячейке для гоффра с различными геометрическими размерами. На основе этих результатов

в [11] сделан расчет двумерной динамики ионов в полях модулированного пучка.

В данной работе численно найдено распределение полей, создаваемых трубчатым релятивистским СЭП в ускоряющей ячейке прямоугольного гофра, применительно к экспериментам [3]. Исследована зависимость амплитуды первой пространственной гармоники продольного электрического поля от геометрических размеров ускоряющей ячейки. Именно эта амплитуда, как показано аналитически, определяет набор энергии ионами при гармонической временной модуляции тока СЭП. Найдены оптимальные значения размеров ускоряющей ячейки с точки зрения темпа ускорения ионов, движущихся на периферии трубчатого электронного пучка. Сделано сопоставление расчетов с результатами экспериментов [3].

## 1. Постановка задачи. Основные предположения и уравнения

Трубчатый электронный пучок радиуса  $r_b$  распространяется в сильном продольном магнитном поле в структуре, представленной на рис. 1 и состоящей из чередующихся участков большего  $r_{\max}$  и меньшего  $r_{\min}$  радиусов с длинами  $2l_{\max}$  и  $2l_{\min}$  соответственно. Статический заряд пучка создает в ней квазипериодическое вдоль продольной оси  $\xi$  распределение потенциала электрического поля. Если ток пучка меняется во времени с частотой  $\omega$ , то в системе

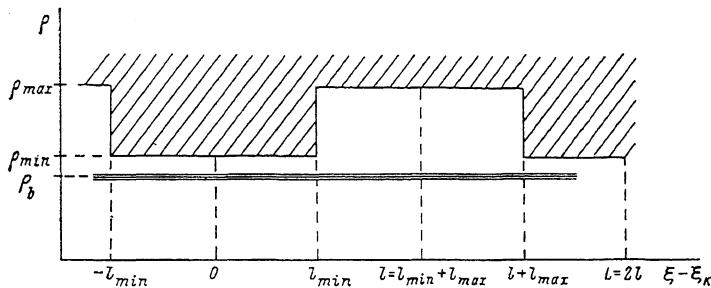


Рис. 1. Ускоряющая структура с прямоугольным гофром для коллективного ускорителя ионов на основе модулированного СЭП.

существует бегущая волна электрического поля с фазовой скоростью  $v_\phi \approx \omega L / (2\pi)$ . При медленном изменении длин участков  $L$  вдоль  $\xi$  можно обеспечить длительный синхронизм ускоряющей волны и ионов, инжектированных со скоростью  $v_i(0) \approx v_\phi(0)$ .

Задача состоит в расчете полей, создаваемых электронным пучком в структуре с прямоугольным гофром, а также процесса ускорения ионов этими полями. Сделаем следующие упрощающие предположения: 1) ток электронного пучка мал по сравнению с предельным вакуумным током; 2) амплитуда модуляции энергии электронов в гофрированной системе вдоль  $\xi$  намного меньше их средней энергии; 3) частота модуляции тока электронного пучка  $\omega$  достаточно мала, так что длина волны модуляции тока  $\lambda_\omega = 2\pi v_e / \omega$  ( $v_e$  — скорость электронного пучка) заметно больше длины каждой ускоряющей ячейки  $L(\xi)$ ; 4) выполняется условие  $\omega r_{\max} \ll c$ , где  $c$  — скорость света, при котором можно пренебречь вихревым электрическим полем; 5) справедливо неравенство  $\omega_b r_b \ll v_e$ , где  $\omega_b$  — ленгмюровская частота электронного пучка, при этом несущественным является учет его ленгмюровских колебаний; 6) сильное магнитное поле ( $\omega_c^2 \gg \omega_b^2$ ,  $\omega_c$  — циклотронная частота) «замораживает» поперечную динамику электронного пучка; 7) система обладает аксиальной симметрией, т. е.  $\partial/\partial\theta=0$ ,  $\theta$  — азимутальная координата, а поля зависят от продольной  $\xi$  и радиальной  $r$  координат; 8) в каждой ускоряющей ячейке с длиной  $L(\xi)$  относительное изменение энергии ускоряемых ионов мало, т. е. выполняется неравенство  $dL/d\xi \ll 1$ ; 9) ток и заряд ионов пренебрежимо малы, поэтому их влиянием на распределение полей можно пренебречь.

Сделанные предположения позволяют разделить задачу на две: нахождение пространственного распределения статического потенциала электрического поля, создаваемого в пределах одной ускоряющей ячейки с длиной  $L$  электронным пучком со статическим однородным по  $\xi$  током, и расчет процесса ускорения ионов в структуре, состоящей из цепочки ускоряющих ячеек с меняющимися геометрическими размерами, при учете временной модуляции тока электронного пучка.

Первая задача формулируется следующим образом. Найдем решение уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} = 2eN_0 \frac{\delta(\rho - \rho_b)}{\rho}, \quad (1)$$

где  $-e$  — заряд электрона;  $\delta(x)$  — дельта-функция для потенциала  $\Phi$ , создаваемого трубчатым электронным пучком с погонной плотностью  $N_0$ , однородной по  $\xi$ , в области  $\xi_k \leq \xi \leq \xi_k + L$  с границей, показанной на рис. 1.

Необходимо исследовать зависимость амплитуды и характера распределения электрического поля от геометрических размеров  $l$ ,  $l_{\min}$ ,  $\rho_b$ ,  $\rho_{\min}$  и  $\rho_{\max}$  с целью их выбора для реализации максимального темпа ускорения ионов, а также расчета процесса ускорения в условиях эксперимента [3].

Вторая задача формулируется и решается в разделе 3.

После введения безразмерных величин  $\varphi = \Phi/(2eN_0)$ ,  $r = \rho/\rho_{\min}$ ,  $z = (\xi - \xi_k)/\rho_{\min}$ ,  $l \rightarrow l/\rho_{\min}$ ,  $l_{\min} \rightarrow l_{\min}/\rho_{\min}$  и функции  $u = \varphi - \varphi_0$ , где

$$\varphi_0(r) = \begin{cases} \ln r_b, & r \leq r_b, \\ \ln r, & r > r_b, \end{cases} \quad (2)$$

уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial u}{\partial r} = 0. \quad (3)$$

Границные условия для «потенциала»  $u$  получаются из условия  $\varphi=0$  на металлической поверхности, из аксиальной симметрии системы, а также из симметрии (при  $dL/d\xi \ll 1$ ) распределения потенциала по  $z$  относительно плоскостей  $z=0$  и  $z=l$

$$u|_r = -\varphi_0 = -\ln r, \quad \frac{\partial u}{\partial r}(0, z) = \frac{\partial u}{\partial z}(r, 0) = \frac{\partial u}{\partial z}(r, l) = 0. \quad (4)$$

Параметры задачи: 1)  $r_b \leq 1$ , 2)  $r_{\max} \geq 1$ , 3)  $0 < l \leq 10$ , 4)  $0 < l_{\min} < l$ .

## 2. Расчет статических полей в ускоряющей ячейке

Уравнение (3) с граничными условиями (4) решалось численно на равномерной сетке по  $z$  и  $r$  методом установления с помощью неявной схемы второго порядка по каждой из координат [12]. Погрешность решения, как показали тестовые расчеты, составляла не более 1 %. Для проверки выбранного метода проводился также ряд расчетов для ячеек с плавным профилем гофра, создающим гармоническое по  $z$  распределение потенциала. Результаты имеют хорошее согласие с выводами работ [6, 8]. Так, амплитуда первой гармоники продольного электрического поля растет с увеличением  $r_{\max}$  вплоть до некоторого значения  $r_{\max}^{\text{opt}}$  [8], а амплитуды высших пространственных гармоник пренебрежимо малы. При  $r_{\max} > r_{\max}^{\text{opt}}$  чисто гармонического решения не существует, а растут амплитуды более высоких пространственных гармоник.

Расчеты статических полей, создаваемых зарядом электронного пучка в ускоряющей ячейке на рис. 1, показали, что их пространственное распределение позволяет ускорять ионы, одновременно удерживая их вблизи «стенки» трубчатого электронного пучка, т. е. в области максимального ускоряющего поля [8]. Пример распределения потенциала  $\varphi$  по  $r$  для некоторых сечений  $z$  показан на рис. 2, a, а распределения по  $z$  в некоторых сечениях  $r$  — на рис. 2, б. В этом варианте  $r_b=0.9$ ,  $r_{\max}=2.0$ ,  $l=1.5$ ,  $l_{\min}=l/2$ . Видно, что перепад потенциала по  $z$  монотонно растет при увеличении  $r$ . Заметно, что вблизи  $r=r_b$ ,  $z=1.5$

существует минимум потенциала. Ионы, попавшие в эту область, будут удерживаться статическим электрическим полем вблизи «стенки» трубчатого электронного пучка. Радиальное поле, выталкивающее ионы из области  $r \approx r_b$  к оси системы на участке вблизи точки  $z=0$ , будет меньше фокусирующего поля при  $z \approx l$  вследствие временной модуляции тока СЭП.

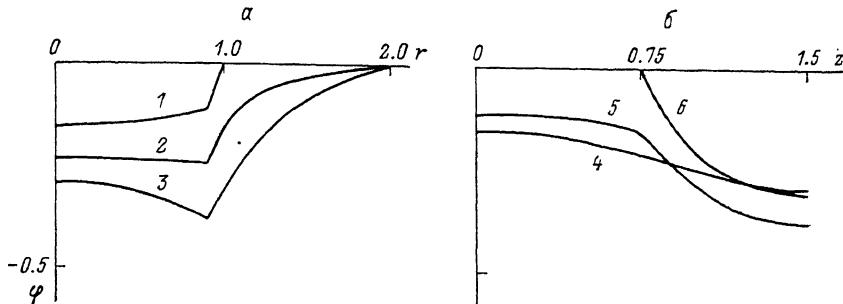


Рис. 2. Распределения потенциала  $\varphi$  по радиусу  $r$  (а) и продольной координате  $z$  (б) в различных сечениях.

$z$ : 1 — 0, 2 — 0.9, 3 — 1.5;  $r$ : 4 — 0, 5 — 0.9, 6 — 1.0.

С ростом значения  $r_{\max}$  при фиксированных остальных параметрах величина ускоряющего поля, как показали расчеты, увеличивается при всех значениях радиуса. На рис. 3 приведены зависимости от  $r_{\max}$  амплитуды первой пространственной гармоники продольного электрического поля  $E_1$ , нормированной на  $2eN_0/\rho_{\min}$ , в разложении в ряд Фурье по  $z$ , полученные в варианте с  $r_b=0.9$ ,  $l=0.5$ ,  $l_{\min}=l/2$  для  $r=0$  (кривая 1) и  $r=r_b$  (кривая 2). Видно, что зависимости являются монотонными и выходящими на асимптоты.

Анализ результатов расчета показывает, что заметный рост амплитуды первой гармоники  $E_1$  происходит при увеличении  $r_{\max}$  до значения  $r_{\max}^{\text{опт}}$ , при котором еще существует гофр с плавной границей, реализующей гармоническое распределение потенциала по  $z$  [4]. При  $r_{\max} > r_{\max}^{\text{опт}}$  слабый рост значения  $E_1$  продолжается. Однако максимальное значение  $E_1$ , реализующееся при  $r_{\max} \gg r_{\max}^{\text{опт}}$ , превышает значение, наблюдаемое при  $r_{\max} = r_{\max}^{\text{опт}}$ , не более чем на 10 %.

Заметим, что именно амплитуда  $E_1$  первой пространственной гармоники электрического поля, как будет показано ниже, определяет темп ускорения ионов при гармонической временной модуляции тока пучка.

Зависимость амплитуды первой пространственной гармоники  $E_1$  от значения радиуса пучка  $r_b$  при остальных фиксированных параметрах, как следует из вида уравнения (3), граничных условий (4) и подтверждается расчетами, в сделанных предположениях отсутствует. Действительно, лишь погонная плотность в случае однородного по  $z$  СЭП влияет на распределение потенциала вне пучка. Значение  $r_b$  оказывает влияние на положение минимума потенциала в его радиальном распределении. Именно в этой области будут фокусироваться ионы. Поэтому чем ближе электронный пучок к стенке гофра, тем больше амплитуда ускоряющего поля будет в области расположения дна потенциальной ямы для ионов.

Влияние длины полуячейки  $l$  на амплитуду первой пространственной гармоники безразмерного продольного электрического поля  $E_1$  в сечении  $r=r_b$  иллюстрирует кривая 1 на рис. 4 в случае  $r_b=0.9$ ,  $l_{\min}=l/2$ . Значения  $r_{\max}$  при

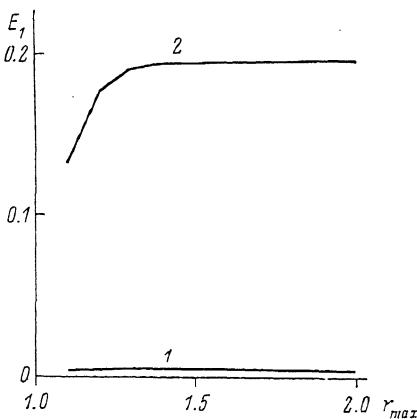


Рис. 3. Зависимость амплитуды первой пространственной гармоники продольного электрического поля  $E_1$  от радиуса  $r_{\max}$ .

этом выбирались достаточно большими, чтобы не влиять на  $E_1$  при всех  $l$ . Видно, что с ростом  $l$  величина  $E_1$  сначала растет, а при  $l \geq 2$  медленно уменьшается. На рис. 4 показаны также зависимости  $E_1$  от  $l$  при  $r_b=0.9$ ,  $l_{\min}=l/2$  и при фиксированном  $r_{\max}=1.6$ , соответствующем радиусу системы, использованной в экспериментах [8], в разных сечениях  $r$  (кривые 2—5). Видно, что с ростом  $r$  значение  $E_1$  растет при всех  $l$ . С ростом  $l$  расхождение между кривыми, относящимися к разным сечениям  $r$ , уменьшается. Причина состоит в различной степени радиальной неоднородности продольного электрического поля для разных  $l$ . Так, при  $l \leq 1$  зависимость амплитуды  $E_1$  от  $r$  очень сильная и согласуется при  $r \geq 0.8$  с полученной в [8]

$$E_1(r) \propto \exp[2\pi(r-1)/2l].$$

При  $l \geq 1$  продольное поле практически однородно по радиусу. Из сравне-

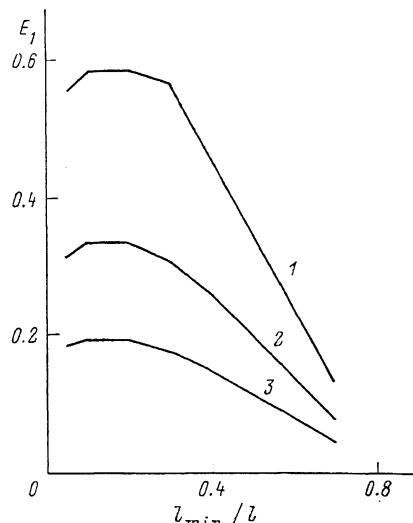
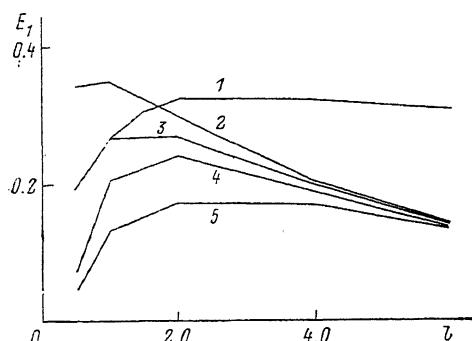


Рис. 4. Зависимости амплитуды первой пространственной гармоники продольного электрического поля  $E_1$  от длины полужайчки  $l$  при  $r_b=0.9$  для достаточно большого  $r_{\max}$  (1) и при  $r_{\max}=1.6$  (2—5).

$r$ : 2 — 1.0, 3 — 0.9, 4 — 0.8, 5 — 0.

Рис. 5. Зависимости амплитуды первой пространственной гармоники продольного электрического поля  $E_1$  от отношения  $l_{\min}/l$  в различных сечениях.

$r$ : 1 — 0, 2 — 0.9, 3 — 0.8.

ния кривых 1 и 3 на рис. 4 следует также, что значение  $r_{\max}=1.6$  является недостаточно большим, чтобы реализовать при  $l > 1$  максимально возможное значение амплитуды  $E_1$ .

На рис. 5 показаны зависимости амплитуды первой пространственной гармоники поля  $E_1$  от  $l_{\min}/l$  при  $l=0.5$ ,  $r_b=0.9$  и достаточно больших  $r_{\max}$ , при которых нет зависимости  $E_1$  от  $r_{\max}$ , в различных сечениях  $r$ . Видно, что существует оптимальное значение  $l_{\min}^{\text{opt}}$ , при котором  $E_1$  достигает максимума, причем оно отличается при данных параметрах от 0.5l.

Значение отношения  $l_{\min}^{\text{opt}}/l$ , как показали расчеты, зависит от длины полужайчки  $l$ , точнее, от отношения  $l/r_{\max}$ . В коротких ячейках с  $l \leq r_{\max}$ , как видно из рис. 5, отношение  $l_{\min}^{\text{opt}}/l$  близко к 0.2—0.3. С увеличением длины ячейки до значений  $l \geq r_{\max}$  величина  $l_{\min}^{\text{opt}}$  приближается к 0.5l.

Таким образом, отказ от использования ускоряющих ячеек с  $l_{\min}=0.5l$  и переход к ячейкам с  $l_{\min} \approx 0.2-0.3l$  и соответственно с  $l_{\max} \approx 0.8-0.7l$  в ускоряющей структуре [8], где  $l \leq r_{\max}$ , позволят увеличить амплитуду ускоряющего поля почти в два раза при прежних параметрах СЭП.

### 3. Расчет процесса ускорения синхронного иона. Сравнение с экспериментом

Полученные результаты позволяют провести расчет процесса ускорения синхронного иона в структуре с прямоугольным гофром и различными геометрическими размерами.

Уравнения продольного движения иона, находящегося в радиальной потенциальной яме, т. е. в точке  $r=r_b$ , в размерном виде имеют вид

$$\frac{d\epsilon_i}{dz} = q_i E_z(z, t_i), \quad \frac{dt_i}{dz} = \frac{1}{v_i}, \quad (5)$$

где  $\epsilon_i = m_i v_i^2 / 2$ ,  $v_i$ ,  $q_i$ ,  $m_i$  — энергия, скорость, заряд и масса нерелятивистского иона;  $t_i$  — время прихода иона в точке  $z$ ;  $z$  — продольная координата, отсчитываемая здесь от начала ускоряющей структуры.

Выражение для электрического поля  $E_z$  в случае малой частоты модуляции тока СЭП, когда он мало меняется на длине нескольких ускоряющих ячеек, найдем аналогично тому, как это сделано в работах [1, 5, 7, 8],

$$E_z(z, t) = -2eN(z, t) \frac{\partial \varphi}{\partial z}(z, r_b). \quad (6)$$

Здесь  $N(z, t)$  — погонная плотность пучка, зависящая от времени и медленно меняющаяся вдоль  $z$  вследствие модуляции тока СЭП на входе в систему

$$N(z, t) = N_0 - \frac{\alpha N_0}{2} \left[ 1 - \cos \omega \left( t - \frac{z}{v_e} \right) \right], \quad (7)$$

$N_0$  — максимальное значение погонной плотности;  $\alpha$  — глубина ее модуляции;  $\varphi(z, r_b)$  — статическое распределение по  $z$  нормированного на  $2eN_0$  потенциала при  $r=r_b$ , рассчитанное выше для фиксированной погонной плотности пучка.

Интегрируем уравнение для  $\epsilon_i$ , используя (7),

$$\begin{aligned} \epsilon_i(z_{k+1}) - \epsilon_i(0) = & -2eq_i \sum_k \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left\{ N_0 - \frac{\alpha N_0}{1} \times \right. \\ & \left. \times \left[ 1 - \cos \omega \left( t_i(z) - \frac{z}{v_e} \right) \right] \right\} \frac{\partial \varphi_k}{\partial z}(z, r_b) dz. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $z_k$  и  $z_{k+1}$  — координаты начала и конца  $k$ -й ускоряющей ячейки,  $\varphi_k(z, r_b)$  — распределение потенциала в  $k$ -й ячейке вдоль  $z$  в сечении  $r=r_b$ . Воспользуемся предположением о малости изменения энергии иона в каждой ячейке для нахождения зависимости

$$t_i(z) \approx t_i(z_k) + \frac{z - z_k}{v_i(z_k)} \quad (9)$$

и упрощения выражения (8)

$$\epsilon_i(z_{k+1}) - \epsilon_i(0) = -eq_i \alpha N_0 \sum_k \int_{z_k}^{z_{k+1}} \cos \left[ \omega t_i(z_k) + \frac{\omega}{v_i(z_k)} (z - z_k) - \frac{\omega z}{v_e} \right] \frac{\partial \varphi_k}{\partial z} dz. \quad (10)$$

Используя условие синхронизма иона с ускоряющей волной

$$L_k \equiv z_{k+1} - z_k = \frac{2\pi}{\omega} \left( \frac{1}{v_i(z_k)} - \frac{1}{v_e} \right)^{-1} \quad (11)$$

и разложение продольного электрического поля, нормированного на  $2eN_0/\rho_{\min}$ , в ряд Фурье в сечении  $r=r_b$  в  $k$ -й ячейке

$$E_k(z, r_b) = \sum_n E_{kn}^c \cos \frac{2\pi n z}{L_k} + E_{kn}^s \sin \frac{2\pi n z}{L_k}, \quad (12)$$

где  $E_{nk}^c = 0$  вследствие выбора положения  $z_k$  относительно ячеек, получаем, что-

$$\epsilon_i(z_{k+1}) - \epsilon_i(0) = -\frac{eq_i \alpha N_0}{2\rho_{\min}} \sum_k E_{k1}^s(r_b) L_k \sin \psi_k, \quad (13)$$

причем

$$\psi_k \equiv \omega \left( t_i(z_k) - \frac{z_k}{v_i(z_k)} \right)$$

связана с синхронной фазой  $\phi_s$  ускоряемой частицы соотношением  $\phi_s = \psi_k + (\pi/2)$ . Из выражения (13) видно, что величина набранной энергии определяется амплитудами первых пространственных гармоник продольного электрического поля в ячейках, а высшие ( $n > 1$ ) пространственные составляющие поля при гармонической временной модуляции тока СЭП (7) не дают вклада в энергию иона.

Из формулы (13) следует, что если  $E_{k1}^s = \text{const} = E_1$  и  $\sin \psi_k = \text{const} = -\cos \phi_s$ , то в ускорителе реализуется постоянный темп ускорения ионов, равный

$$\frac{d\varepsilon_i}{dz} = \frac{eq_i a N_0}{2\rho_{\min}} E_1 \cos \phi_s. \quad (14)$$

Результат согласуется с полученным в работе [8]. Темп ускорения (14) пропорционален погонной плотности электронного пучка, глубине ее модуляции, обратно пропорционален минимальному радиусу гофра  $\rho_{\min}$  и не зависит от энергии инжекции ионов и частоты модуляции тока пучка. Для поддержания постоянной по длине ускорителя амплитуды ускоряющего поля можно либо согласованно увеличивать величину  $\rho_{\max}$  [8] (при этом реализуется близкое к синусоидальному распределение по  $z$  электрического поля), либо по всей длине сделать ее одинаковой и максимально требуемой.

Проанализируем процесс ускорения синхронного иона в структуре с прямоугольным гофром в экспериментах по коллективному ускорению ионов с помощью модулированного СЭП [3].

В этих экспериментах использовался электронный пучок с энергией 0.2–0.3 МэВ, радиусом  $\rho_b \leq 1.5$  см и током  $I_0 = eN_0 v_b = 1.8$  кА, промодулированным на частоте  $f = \omega/(2\pi) \approx 190$  МГц с амплитудой  $(\alpha I_0)/2 = 0.8$  кА. Ускорялись протоны плазмы, образующейся при попадании электронного пучка на полиэтиленовый коллектор, набирающие в статическом электрическом поле, создаваемом зарядом СЭП вблизи коллектора, энергию около 40 кэВ, которую можно рассматривать в качестве начальной  $\varepsilon_i(0)$ . Протоны ускорялись навстречу электронному пучку, поэтому в формулах координата  $z$  растет от нуля вблизи коллектора СЭП, где ионы имеют энергию  $\varepsilon_i(0)$ , в сторону, противоположную направлению движения электронного пучка. Ускоряющая структура, рассчитанная в [9] по методике, изложенной в [8], имеет длину около 1 м и состоит из 45 ускоряющих ячеек с прямоугольным гофром. Длина ячеек меняется от  $L_1 = 13$  мм у коллектора СЭП до  $L_{45} = 39$  мм в конце структуры. Поперечные размеры ее  $\rho_{\min} = 15$  мм,  $\rho_{\max} = 25$  мм. Выбранный закон изменения длины ячеек задает постоянный темп ускорения волны, равный 0.3 МэВ/м. В экспериментах были зарегистрированы протоны, ускоренные до энергий порядка 200 кэВ, ток их оценивался как 0.1 А, длительность импульса  $\sim 1$  мкс [3].

Найдем, как меняется ширина сепараторы вдоль оси ускорителя. Информацию об этом дает значение синхронной фазы иона относительно волны, определяемое уравнением

$$\cos \psi_{sk} = \frac{2\rho_{\min}}{eq_i a N_0 E_{k1}} \left( \frac{d\varepsilon_i}{dz} \right)_k. \quad (15)$$

Подставляя сюда  $(d\varepsilon_i/dz)_k = 0.3$  МэВ/м, указанные выше значения  $\rho_{\min}$  и  $\alpha N_0$ ,  $q_i = e$ , а также значения  $E_{k1}$ , найденные с помощью кривой 3 на рис. 4 для разных  $L_k = 0.5 L_k$ , соответствующих длинам ячеек, находим, что  $\cos \psi_{sk}$  уменьшается от 0.7 в начале ускорителя до 0.5 в конце его. Таким образом, коэффициент захвата ионов волной в экспериментах близок к оптимальному.

Напомним, что кривые 2–4 на рис. 4 построены для значения  $\rho_{\max}$ , соответствующего условиям эксперимента [3]. Из рисунка видно, что для  $r < 1$  существуют оптимальные длины ячеек. Можно убедиться, что вблизи такого оптимума при  $r = r_b = 0.9$  работает ускоряющая структура.

Из гистограммы, приведенной в [3], следует, что энергия протонов в пике, отвечающем за ускорение с помощью рассматриваемого метода, лежит в диапазоне от 130 до 340 кэВ. Разброс ускоренных протонов, оцененный по размеру сепараторы, составляет примерно 10 кэВ. Таким образом, расчетные значения энергии протонов попадают в диапазон энергий, наблюдавшихся в экспериментах.

Наконец, отметим, что ускоряющие ячейки в этих экспериментах были короткими, т. е.  $l_k < r_{\max}$ . Поэтому отказ от гофра с ячейками с равными значениями  $l_{\min k} = l_{\max k} = l_k/2$  и переход к ячейкам с  $l_{\min k} \approx (0.2-0.3) l_k$  и соответственно с  $l_{\max k} \approx 0.8-0.7 l_k$  позволяют увеличить амплитуду ускоряющей волны и темп ускорения при  $\cos \phi_s = 0.5$  почти в два раза до значения  $\sim 0.5-0.6$  МэВ/м при прежних параметрах СЭП.

### Заключение

В работе приведены результаты численного расчета ускоряющей структуры с прямоугольным гофром для коллективного ускорителя ионов на основе модулированного трубчатого сильноточного электронного пучка.

Найдены распределение и значения статических полей, создаваемых релятивистским СЭП в ускоряющих ячейках с различными геометрическими размерами. Исследована зависимость амплитуды первой пространственной гармоники продольного электрического поля от геометрических размеров ускоряющей ячейки. Аналитически показано, что именно эта амплитуда определяет набор энергии синхронным ионом при гармонической временной модуляции тока СЭП. Подтверждено, что существуют оптимальные размеры ускоряющих ячеек с точки зрения темпа ускорения ионов, движущихся на периферии трубчатого СЭП, и даны рекомендации по их выбору.

Сопоставление расчетов с результатами экспериментов по ускорению ионов [3] показало их разумное согласие.

Найдено, что в коротких ускоряющих ячейках с длинами, меньшими или сравнимыми с их радиальными размерами, амплитуду ускоряющего поля можно увеличить почти в два раза, если участки меньшего радиуса сократить до длины, равной 20–30 % от длины ячеек, и соответственно удлинить участки большего радиуса. Это позволит в частности, на установке [3] ускорять ионы с темпом 0.5–0.6 МэВ/м при прежних параметрах СЭП.

### Список литературы

- [1] Лымарь А. Г., Хижняк Н. А., Беликов В. В. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика высоких энергий и атомного ядра. Харьков, 1973. Вып. 3 (5). С. 78–80.
- [2] Беликов В. В., Лымарь А. Г., Хижняк Н. А. // Письма в ЖТФ. 1975. Т. 1. Вып. 13. С. 615–617.
- [3] Маркееев С. В., Маркееев А. М., Мещерев Р. А. и др. Препринт МРИАН СССР. № 8905. М., 1989. 16 с.
- [4] Лебедев А. Н., Пазин К. Н. // Атомная энергия. 1976. Т. 41. № 4. С. 244–247.
- [5] Лымарь А. Г., Папкович В. Г., Хижняк Н. А. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 1. С. 196–198.
- [6] Гапанович В. Г. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 8. С. 1483–1488.
- [7] Маркееев А. М., Мещерев Р. А., Никулин М. Г., Розанов Н. Е. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 6. С. 1168–1173.
- [8] Маркееев А. М., Розанов Н. Е. // Тез. докл. Всесоюз. семинара «Плазменная электроника». Харьков, 1983. С. 240–241.
- [9] Маркееев А. М., Розанов Н. Е. // Аннотации докл. II Всесоюз. семинара по линейным ускорителям заряженных частиц. Харьков, 1989. С. 88.
- [10] Лымарь А. Г., Кузнецова Г. Г., Беликов В. В., Хижняк Н. А. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Техника физического эксперимента. Харьков, 1979. № 2 (4). С. 72–74.
- [11] Асеев Г. Г., Коростелев А. Н., Кузнецова Г. Г. и др. // Тр. IX Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. С. 203–205.
- [12] Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977. 439 с.

Московский радиотехнический институт  
АН СССР

Поступило в Редакцию

4 мая 1990 г.

В окончательной редакции  
17 января 1991 г.