КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

04 Журнал технической физики, т. 61, в. 10, 1991

ДИНАМИКА ТОНКИХ ПУЧКОВ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Н. В. Петвиашвили

1. Получена система уравнений, описывающих взаимодействие и распространение тонких пучков частиц вдоль равновесного магнитного поля в плазме. Вследствие условия вмороженности циркуляции магнитного поля пучка в безразмерных единицах оказывается равной циркуляции скорости плазмы вокруг пучка. Получен интеграл движения двух пучков в неоднородном магнитном поле.

2. Задача о распространении пучков частиц в замагниченной плазме представляет интерес как для эксперимента, так и для теории. В работе [1] были проведены эксперименты по созданию плазмы с помощью электронного пучка в установке типа токамак. Часто проводятся эксперименты и по инжекции электронных пучков в космической плазме. В [2] было показано, что тонкий электронный пучок может пройти вдоль силовой линии земного магнитного поля от северной полярной области до южной и, отразившись, вернуться назад. По-видимому, малый поперечный размер пучка делает его устойчивым относительно коллективных эффектов [3]. Если пучок достаточно тонкий и плотность тока в нем много больше, чем в плазме, то его можно приближенно представить в виде токово-вихревой нити бесконечно малой толщины.

3. Динамика вихревых нитей в обычной гидродинамике исследована в [4, 5] и других работах. Для проведения аналогичных исследований в случае магнитной гидродинамики воспользуемся системой уравнений Кадомцева—Погуце, которая в безразмерной форме имеет вид [6]

$$\partial_t U + \partial_z J = -[\nabla\Psi, \nabla U]_z + [\nabla A, \nabla J]_z, \quad U = (\partial_x^2 + \partial_y^2)\Psi, \tag{1}$$

$$\partial_t A + \partial_z \Psi = [\nabla A, \nabla\Psi]_z, \quad J = (\partial_x^2 + \partial_y^2) A. \tag{2}$$

Здесь выбрана локальная декартова система координат с осью z, направленной под малым углом к равновесному магнитному полю B_0. За единицу времени принята обратная циклотронная частота ионов Ω_{Bi}^{-1}, за единицу скорости альвеновская скорость C_A, за единицу длины $r_A = C_A/\Omega_{Bi}$, за единицу магнитного поля B_0. В этих единицах скорость плазмы в плоскости (x, y) равна $\mathbf{V}_\perp = [\zeta, \nabla\Psi]_z$, а магнитное поле в той же плоскости $\mathbf{B}_\perp = [\zeta, \nabla A]_z$, плотность тока J направлена почти вдоль ζ, где ζ — единичный вектор вдоль оси z. Уравнение (1) описывает взаимодействие завихренности плазмы с током, а уравнение (2) есть уравнение вмороженности магнитного поля в плазму.

Ищем решение системы (1), (2) в виде токово-вихревых нитей

$$U = 2\pi \sum \Gamma_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i); \quad J = 2\pi \sum I_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \tag{3}$$

Здесь Γ_i и I_i — соответственно циркуляция скорости плазмы и магнитного поля вокруг пучка, δ — двумерная функция Дирака, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор в плоскости (x, y), $\mathbf{r}_i(z, t)$ — координаты токово-вихревой нити в этой плоскости. Тогда скорость и магнитное поле равны

$$\mathbf{V}_\perp = \sum_i \Gamma_i \frac{[\zeta, (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)]}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2} + \mathbf{V}_{\perp 0}, \tag{4}$$

$$\mathbf{B}_\perp = \sum_i I_i \frac{|\zeta, (\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)|}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2} + \mathbf{B}_{\perp 0}. \tag{5}$$

Здесь $B_\perp \ll B_0$ — слабое равновесное поле в плоскости (x, y); $\mathbf{V}_{\perp 0}$ — скорость плазмы в отсутствие нитей. Электрический заряд нити в замагниченной плазме приводит к вращению плазмы вокруг нити, так что $2\pi \cdot \Gamma_i$ циркуляция скорости плазмы вокруг пучка совпадает с погонной плотностью заряда пучка. Выражения (3)—(6) при $\mathbf{r} \to \mathbf{r}_i$ выходят за рамки применимости магнитогидродинамического приближения. Пределы применимости таких расходящихся величин в обычной гидродинамике обсуждаются в [5]. Подставляя (3)—(5) в (1), (2), приводим эту систему к виду

$$\Gamma_i \dot{\mathbf{r}}_i + I_i \partial_z \mathbf{r}_i = \sum_{i \neq j} M_{i,j} \frac{[\zeta, \rho_{i,j}]}{\rho_{i,j}^2} + I_i \mathbf{B}_{\perp 0}(\mathbf{r}_i) + \Gamma_i \mathbf{V}_{\perp 0}(\mathbf{r}_i), \tag{6}$$

$$I_i = \pm \Gamma_i, \; M_{i,j} = \Gamma_i \Gamma_j - I_i I_j, \; \rho_{i,j} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j. \tag{7}$$

Уравнение (6) описывает движение токово-вихревой нити в слабоменяющихся полях $\mathbf{B}_{\perp 0}$, $\mathbf{V}_{\perp 0}$ и полях других нитей. Первое равенство (7) следует из уравнения вмороженности как условие компенсации сингулярностей. Знаки плюс и минус соответствуют направлению распространения изгибов пучка, что происходит с альфвеновской скоростью.

4. Рассмотрим интересный частный случай стационарного взаимодействия двух вихрей когда $\mathbf{V}_{\perp 0}=0$, $\partial_t=0$. Из (6) имеем уравнение, замкнутое относительно $\rho \equiv \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$,

$$\partial_z \rho = \gamma [\zeta, \rho]/\rho^2 - \beta \rho_x \eta \quad \beta \equiv \partial_x B_{y0}. \tag{8}$$

Здесь η — единичный вектор вдоль y. Считаем, что $B_{\perp 0}$ направлено вдоль y и линейно зависит от x. Тогда (8) имеет первый интеграл $\rho^2 \exp(-\beta \rho_x^2/\gamma) = \text{const}$. Из этого следует, что два пучка могут довольно сильно влиять на траекторию друг друга, что может быть использовано в экспериментах. Более интересные задачи со многими пучками и задачи о распространении пучков в тороидальной плазме могут быть решены численно с использованием системы (6), (7).

Список литературы

[1] *Ono M., Yasuhara F., Yumoto K.* // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. P. 2165—2168.
[2] *Cartwright D. G., Monson S. J., Kellogg P. J.* // J. Geophys. Res. 1978. Vol. 83. P. 16—24.
[3] *Карбушев Н. И.* // Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 24. С. 91—93.
[4] *Новиков Е. А., Седов Ю. Б.* // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. Вып. 3 (9). С. 868.
[5] *Pumir A., Siggia E. D.* // Ph. Fluid. 1987. Vol. 30. N 6. P. 1606—1626.
[6] *Кадомцев Б. Б., Погуце О. П.* // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. Вып. 2. С. 575—589.

Институт физики земли
им. О. Ю. Шмидта
Москва

Поступило в Редакцию
28 апреля 1990 г.
В окончательной редакции
31 мая 1991 г.

---

01 *Журнал технической физики, т. 61, в. 10, 1991*

О ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ

А. С. Зильберглейт, Г. В. Скорняков

В работах [1-3] рассмотрены квазистатические тепловые процессы в двухпараметрических системах, один из компонентов которых состоит из пара и жидкости, находящихся в термодинамическом равновесии, а другой — идеаль-