промежутке при напряженности электрического поля до $3 \cdot 10^6$ В/м, не происходит. Показано, что существенное значение для инициирования пробоя имеет такой параметр, как давление насыщенных паров материала электрода.

Список литературы

[1] Вакуумные дуги. Теория и приложения / Под ред. Дж. Лафферти. М.: Мир, 1982. 432 с.
[2] *Четтертон П. А.* Электрический пробой в вакууме. М., 1983. 111 с. *Chatterton P. A.* // Electrical Breakdown of Gases / Ed. J. M. Meek, J. D. Graggs. 1978. Ch. 2. P. 129—208.

Поступило в Редакцию
19 ноября 1990 г.
В окончательной редакции
5 мая 1991 г.

10; 12 *Журнал технической физики, т. 61, в. 10, 1991*

© 1991 г.

СИЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ ВОЛНЫ РЭЛЕЯ НА РЕЗОНАТОРЕ

В. П. Плесский, А. В. Симонян

В недавних работах [1-3] было показано, что в области сильной неоднородности поверхности упругого тела (например, выступа с квадратным сечением) могут существовать локализованные акустические колебания «поверхностные резонансы» [1], затухающие во времени из-за излучения акустической энергии в глубь упругого полупространства. Добротность этих резонансов определяется геометрией структуры и может составлять от единиц до нескольких десятков.

В данной работе мы рассмотрим отражение и рассеяние волны Рэлея на простейшем поверхностном резонаторе — грузике массы m, прикрепленном к участку поверхности шириной $2a$ через пружину жесткости K (рис. 1). Задача считается двумерной, т. е. величины m и K берутся в расчете на 1 см. Рассматриваются два случая. В первом (рис. 1, *а*) резонатор реагирует только на вертикальные смещения поверхности, во втором (рис. 1, *б*) — на горизонтальные. Движение изотропной упругой среды будем описывать, вводя, как обычно [4-6], скалярный потенциал φ (соответствующий волнам сжатия) и векторный потенциал ($\vec{\psi}$ волны сдвига), который в нашей двумерной задаче имеет одну ненулевую компоненту $\vec{\psi}=(0,\ 0,\ \psi)$.

Общее решение волновых уравнений можно записать в виде

$$\varphi=\varphi_0 e^{p_0 y+i q_0 x}+\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \varphi(q)\, e^{py+iqx} dq, \quad \psi=\psi_0 e^{s_0 y+i q_0 x}+\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi(q)\, e^{sy+iqx} dq, \qquad (1)$$

где первые слагаемые описывают падающую слева на резонатор волну Рэлея, а вторые слагаемые соответствуют всему спектру рассеянных и отраженных волн. Ветви неоднозначных функций $p=\sqrt{q^2-k_l^2}$, и $s=\sqrt{q^2-k_t^2}$ ($k_{l,\,t}=\omega/v_{l,\,t}$ — волновые числа продольной и поперечной объемных волн, ω — частота, v_l и v_t — соответствующие скорости) выбираются так, чтобы колебания либо спадали в глубь полупространства (т. е. если p, s действительные, то $p,\ s>0$), либо волны излучались от резонатора (т. е. $\operatorname{Im} p,\ s<0$). Величины с индексом нуль в (1) удовлетворяют уравнению Рэлея $D(q_0,\ \omega)=4p_0 s_0 q_0^2-(q_0^2+s_0^2)^2=0$. При этом амплитуды φ_0 и $\vec{\psi}_0$ пропорциональны друг другу. Решение задачи в нашей модели сильно упрощается тем обстоятельством, что неизвестной величиной является одно число — смещение поверхности $u_0 e^{-i\omega t}$ в точке $x=0$ (области прикрепления резонатора). Задав это смещение, находим силу $F = k u_0 e^{-i\omega t} \times \omega_0^2/(\omega_0^2 - \omega^2)$, с которой резонатор действует на упругое полупространство, создавая напряжение $\sigma_{yy} = F/2a$ (или $\sigma_{xy} = F/2a$ во втором случае). Зная эти напряжения, мы решаем двумерную задачу Лэмба [5] и находим (с точностью до неизвестного множителя u_0) спектры рассеянных волн $\varphi(q)$ и $\vec{\psi}(q)$. Подставляя эти спектры в формулы (1), находим смещение поверхности в точке $x=0$

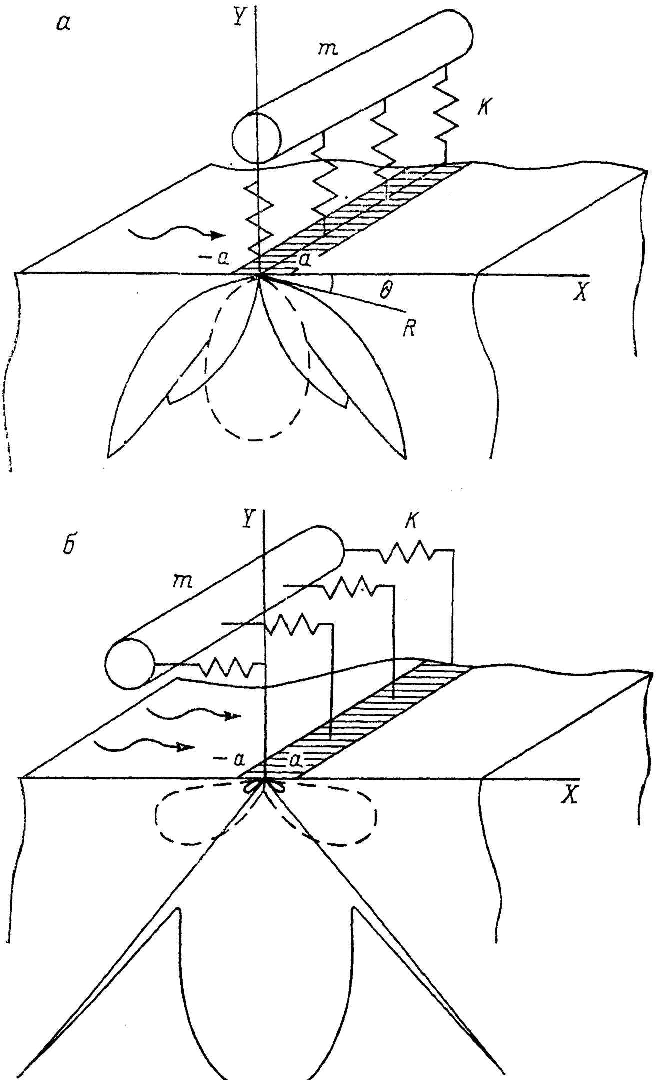

Рис. 1. Модель резонатора.

и таким образом получаем уравнение для определения u_0, а значит, и всех остальных величин. Описанная процедура дает решение

$$u_0 = -p_0 k_t^2 \varphi_0 / [(q_0^2 + s_0^2) \cdot (1 - \varepsilon \cdot I \cdot \omega^2/(\omega_0^2 - \omega^2))],$$

$$\varphi(q) = -u_0 \frac{\varepsilon \Pi(q) \cdot (q^2 + s^2)}{D(q)} \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \psi(q) = -2i \frac{qp}{q^2 + s^2} \varphi(q), \tag{2}$$

где

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} p \cdot k_t^2 \cdot \Pi(q)/D(q)\, dq.$$

Здесь ω, q_0 и ψ_0 — частота, волновое число и амплитуда падающей волны; $\Pi(q)=\sin qa/(\pi qa)$ — фурье-образ функции, описывающей распределение напряжений, создаваемых резонатором на полосе $-a<x<a$; $D(q)=4q^2ps-(q^2+s^2)^2$ — рэлеевский определитель, обращающийся в нуль при $q=q_0$ и имеющий точки ветвления при $q=\pm k_l$; $\pm k_t$. Собственная частота резонатора равна $\omega_0=\sqrt{K/m}$, $\varepsilon=K/(2\cdot\mu)$ — основной параметр задачи ($\varepsilon\equiv 2\cdot\pi^2\cdot m/(\lambda_t^2\cdot\rho)$), где ρ — плотность звукопровода. Физический смысл параметра ε в том, что масса резонатора сравнивается с массой звукопровода с размерами $\lambda_t\times\lambda_t$ под резонатором (λ_t — длина сдвиговой волны на частоте ω_0).

Вычет в полюсе $q=-q_0$ в интегралах (1), (2) позволяет рассчитать коэффициент отражения R волны Рэлея от резонатора, а вычет в полюсе $q=q_0$ (с учетом

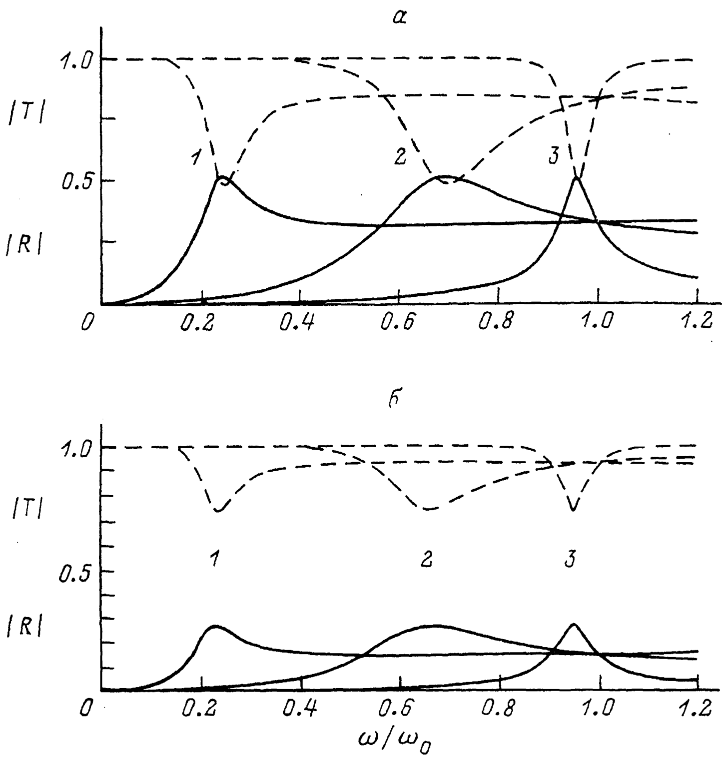

Рис. 2.

ε: 1 — 10, 2 — 1, 3 — 0.1.

наличия падающей волны) — коэффициент прохождения T волны через резонатор

$$R=2i\pi\frac{\varepsilon p_0\Pi(-q_0)\cdot k_t^2/D'_q|_{q=-q_0}}{1-\omega_0^2/\omega^2+\varepsilon\cdot I},\quad T=1+2i\pi\frac{\varepsilon p_0\Pi(q_0)\cdot k_t^2/D'_q|_{q=q_0}}{1-\omega_0^2/\omega^2+\varepsilon\cdot I}.$$

Вполне аналогичные выражения для второго случая здесь не приводятся. На рис. 2, *а* (случай вертикального резонатора) и *б* (горизонтальный резонатор) показана зависимость $|T|$ (штриховые кривые) и $|R|$ от частоты падающей волны при нескольких значениях параметра ε. Отметим, что с увеличением ε резонансная частота уменьшается, т. е. упругое тело играет роль дополнительной пружины, присоединенной последовательно. Максимальное значение модуля коэффициента отражения $|R|_{\max}$ в нашей модели зависит только от коэффициента Пуассона σ материала подложки (рис. 3).

Амплитуды продольной φ_p и поперечной ψ_p рассеянных в объем волн вдали от резонатора ($R\cdot k_{l,\,t}\gg 1$) можно найти, вычислив интегралы (1), (2), по методу перевала

$$\varphi_p = k_l \varphi(q = k_l \cos\theta) \cdot \sin\theta \cdot \sqrt{2\pi/(k_l R)} \cdot e^{i(k_l R - \pi/4)},$$
$$\psi_p = k_t \psi(q = k_t \cos\theta) \cdot \sin\theta \cdot \sqrt{2\pi/(k_t R)} \cdot e^{i(k_t R - \pi/4)}. \quad (3)$$

Здесь функции $\varphi(q)$ и $\psi(q)$ даются формулами (2), R и θ — полярные координаты точки наблюдения.

Рассчитывая коэффициенты преобразования волны Рэлея в объемные волны при ее рассеянии на резонаторе удобно иметь дело с потоками энергии [6, 7]. На рис. 1 в полярных координатах схематически показаны диаграммы направленности рассеянных продольных (штриховые линии) и поперечных объемных волн. Получена частотная зависимость коэффициентов трансформации энергии падающей волны Рэлея в энергию рассеянных во всех направлениях продоль-

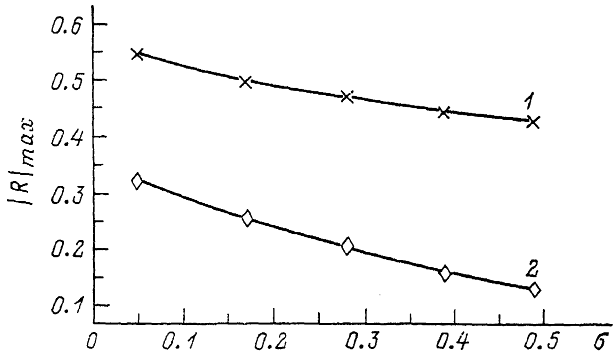

Рис. 3.
1 — случай 1, *2* — случай 2.

ных η_l и поперечных η_t объемных волн. В качестве проверки подсчитана сумма $|R|^2 + |T|^2 + \eta_l + \eta_t$ и она оказалась равной 1 с точностью не хуже $3 \cdot 10^{-3}$ на всех частотах, включая резонансную.

Таким образом, при рассеянии волны Рэлея на резонаторе взаимодействие на резонансной частоте оказывается очень сильным и коэффициент отражения волны $|R|$ может достигать величины 0.4—0.5 в достаточно широкой полосе частот ($\approx$40 %).

В приборах и устройствах на ПАВ такие элементы могут служить в качестве локальных отражателей (зеркал). По-видимому, именно возбуждение внутренних резонансов наблюдалось недавно [8] в элементах с большим «эффектом накопления энергии».

Список литературы

[1] *Maradudin A. A., Reyan P., McGurn A. R.* // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 38. N 5. P. 3068—3074.
[2] *Maradudin A. A., McGurn A. R.* // Phys. Rev. B. 1989. Vol. 39. N 12. P. 8732.
[3] *Maradudin A. A.* // Resent Dev. Surface Acoust. Waves. Proc. Eur. Mech. Colloq. N 226. Berlin, 1988. P. 100—128.
[4] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965.
[5] *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. С. 700—711.
[6] *Красильников В. А., Крылов В. В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984.
[7] *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* // УФН. 1989. Т. 157. № 1. С. 88—89.
[8] *Yamanouchi K., Meguro T., Chen Z. H.* // Proc. IEEE Ultrasonics Symp. 1987. P. 173—176.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР
Фрязинская часть
Московской обл.

Поступило в Редакцию
26 ноября 1990 г.