

01

© 1991 г.

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПОДВЕШИВАНИЯ НА ДВУХСЛОЙНОМ ФЕРРОМАГНИТНОМ ПОЛОТНЕ

О. И. Горский, В. А. Дзензерский, Э. А. Зельдина, В. О. Кулиненко

Теоретически исследована возможность устойчивого магнитного подвешивания под двухслойным полотном, одним из слоев которого является ферромагнетик. Определена область устойчивого равновесия. Показано, что для улучшения характеристик подвеса целесообразно разнесение магнитов и слоев полотна.

Хорошо известна электродинамическая левитация магнита, движущегося вдоль проводящего полотна [1]. Этот принцип левитации получил широкое распространение в технике.

В настоящее время одним из эффективных направлений исследований является поиск смешанных систем левитации и подвешивания [2-4].

Целью данной работы является теоретическое доказательство возможности электродинамического подвешивания, основанного на взаимодействии движущегося магнита с вихревыми токами, наведенными в проводящем полотне.

Рассматривается магнит, движущийся со скоростью v под двухслойным полотном, одним из слоев которого является ферромагнетик. Каждый из слоев полотна характеризуется магнитной проницаемостью μ_1 и μ_2 , проводимостью σ_1 и σ_2 , толщиной слоя T_1 и T_2 . В общем случае $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $T_1 \neq T_2$, $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_0$, где μ_0 — магнитная проницаемость воздуха.

Двухслойное полотно делит пространство на четыре области (рис. 1). Область I находится под полотном, области II и III — это слои полотна, область IV — пространство над полотном.

В подвижной системе координат стационарные уравнения диффузии магнитного поля имеют вид

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{(i)}}{\partial z^2} = \mu_i \sigma_i v \frac{\partial \mathbf{H}^{(i)}}{\partial x}, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

где $\mathbf{H}^{(0)}$ — магнитное поле в области I, состоящее из собственного поля магнита и магнитного поля вихревых токов, наведенных в полотне вследствие движения магнита; $\mathbf{H}^{(1)}$, $\mathbf{H}^{(2)}$ — магнитные поля в областях II и III; $\mathbf{H}^{(3)}$ — магнитное поле в области IV.

Уравнения (1) дополняются граничными условиями на поверхности проводника и условиями сопряжения на границе раздела слоев полотна

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{(i)}(x, y, z) &= \mathbf{B}^{(i+1)}(x, y, z), \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}^{(i+1)} - \mathbf{H}^{(i)}) &= 0 \quad (i = 0, 1, 2), \\ \mathbf{B}^{(i)} &= \mu_i \mathbf{H}^{(i)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для $i=0$ $z=h$, для $i=1$ $z=h+T_1$, для $i=2$ $z=h+T_1+T_2$.
 На границах $z=-\infty$ и $z=\infty$ выполняются условия

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{(0)}(x, y, -\infty) &= 0, \\ \mathbf{B}^{(3)}(x, y, \infty) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Во всем рассматриваемом пространстве имеет место соленоидальность магнитного поля

$$\operatorname{div} \mathbf{B}^{(i)} = 0.$$

Нормальная составляющая j_z вихревого тока в проводящей области полагается равной нулю. Магнитная проницаемость предполагается кусочно-постоянной функцией, не зависящей от напряженности магнитного поля $\mu_i = \text{const.}$

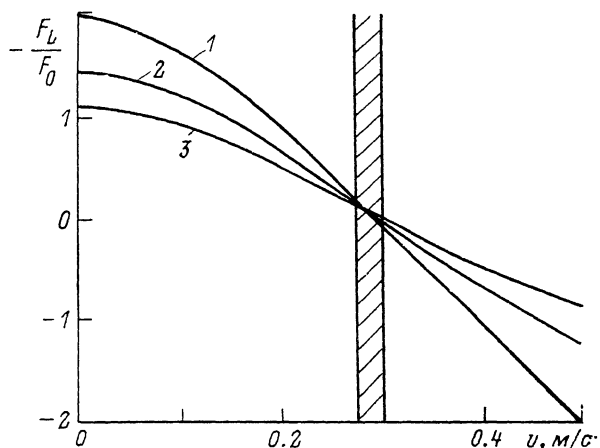
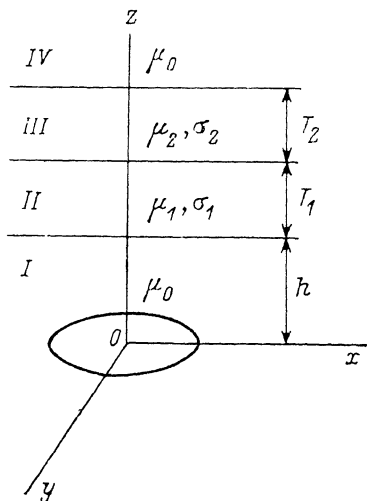


Рис. 1. Расчетная схема двухслойного полотна.

Рис. 2. Изменение силы подвешивания в зависимости от скорости для $T_1 = 0.08$ м.

h , м: 1 — 0.01, 2 — 0.03, 3 — 0.05.

Для решения системы уравнений (1) с граничными условиями (2), (3), так же как и для однослойного полотна [1], используется метод интегрального преобразования Фурье

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(0)} &= \mathbf{H}_0^{(0)} + \mathbf{a} e^{kz} e^{iky} e^{ik_x x}, \\ \mathbf{H}^{(1)} &= (\mathbf{b} e^{\alpha z} + \mathbf{c} e^{-\alpha z}) e^{iky} e^{ik_x x}, \\ \mathbf{H}^{(2)} &= (\mathbf{f} e^{\alpha_1 z} + \mathbf{g} e^{-\alpha_1 z}) e^{iky} e^{ik_x x}, \\ \mathbf{H}^{(3)} &= \mathbf{d} e^{-kz} e^{iky} e^{ik_x x}, \\ \alpha &= \beta k, \quad \alpha_1 = \beta_1 k, \\ \beta &= \beta_{11} + i\beta_{12}, \quad \beta_1 = \beta_{21} + i\beta_{22}. \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{H}_0^{(0)}$ — собственное магнитное поле движущегося магнита; $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$; k_x , k_y — параметры преобразования Фурье.

$$\beta_{11,12} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\frac{(\mu_1 \sigma_1 v k_x)^2}{k^4} + 1} \pm 1 \right]^{1/2}, \quad \beta_{21,22} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\frac{(\mu_2 \sigma_2 v k_x)^2}{k^4} + 1} \pm 1 \right]^{1/2}.$$

Коэффициенты \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} , \mathbf{d} , \mathbf{g} , \mathbf{f} удовлетворяют системе алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} a_x - b_x - c_x &= iW_1, \\ \beta a_x + \frac{\mu_1}{\mu_0} b_x - \frac{\mu_1}{\mu_0} c_x &= i\beta \frac{k_x}{k} W_2, \\ e^{-\beta k T_1} b_x + e^{\beta k T_1} c_x - e^{-\beta_1 k T_1} g_x - e^{\beta_1 k T_1} f_x &= 0, \\ \beta_1 e^{-\beta_1 k T_1} b_x - \beta_1 e^{\beta_1 k T_1} c_x - \frac{\mu_2}{\mu_1} \beta e^{-\beta_1 k T_1} g_x + \frac{\mu_2}{\mu_1} \beta e^{\beta_1 k T_1} f_x &= 0, \end{aligned}$$

$$e^{-\beta_1 k (T_1 + T_2)} g_x + e^{\beta_1 k (T_1 + T_2)} f_x - e^{-k (T_1 + T_2)} d_x = 0, \\ e^{-\beta_1 k (T_1 + T_2)} g_x - e^{\beta_1 k (T_1 + T_2)} f_x - \frac{\mu_0}{\mu_2} \beta_1 e^{-k (T_1 + T_2)} d_x = 0, \quad (4)$$

где iW_1 — двумерное преобразование Фурье H_x^0 ,

$$W_2 = -\frac{k}{k_x} W_1.$$

Решение системы уравнений (4) позволяет получить a_x в виде

$$a_x = iW_1 \frac{\frac{\mu_1}{\mu_0} - \beta - \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} + \beta \right) \cdot D}{\frac{\mu_1}{\mu_0} + \beta - \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} - \beta \right) \cdot D}.$$

Здесь

$$D = \frac{\beta_1 \left(1 + \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_2} \right) - \beta \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} + \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_1} \right) + \left[\beta_1 \left(1 - \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_2} \right) + \beta \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_1} \right) \right] \cdot e^{-2\beta_1 k T_2}}{\beta_1 \left(1 + \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_2} \right) + \beta \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} + \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_1} \right) + \left[\beta_1 \left(1 - \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_2} \right) - \beta \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - \beta_1 \frac{\mu_0}{\mu_1} \right) \right] \cdot e^{-2\beta_1 k T_2}} \cdot e^{-2\beta_1 k T_1}.$$

Если в качестве модели магнита взяты двухпроводные нити, расположенные на расстоянии $2b$ друг от друга и движущиеся перпендикулярно своей длине, то

$$W_1 = \frac{\mu_0 I}{2\Pi} \sin(k_x b) e^{-k_x h} \quad (5)$$

и соответственно

$$F_L = F_0 \int_0^{\infty} e^{-2k_x h} \sin^2(k_x b) \operatorname{Re}(a_x) dk_x, \quad (6)$$

$$F_D = F_0 \int_0^{\infty} e^{-2k_x h} \sin^2(k_x b) \operatorname{Im}(a_x) dk_x, \quad (7)$$

где I — сила тока магнита, $F_0 = (2\mu_0 I^2) / \Pi$ — сила взаимодействия двухпроводных нитей со своим зеркальным отображением относительно полотна.

Нетрудно заметить, что при $T = T_1 + T_2$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$, $\sigma_1 = \sigma_2$ силовые характеристики (6), (7) точно совпадают с соответствующими выражениями F_L , F_0 для однослойного полотна [1].

Далее основное внимание было уделено доказательству существования устойчивого электродинамического подвеса под двухслойным полотном. Расчеты по формулам (6), (7) проводились в широком диапазоне параметров μ_1 , μ_2 , σ_1 , σ_2 , T_1 , T_2 , h , v . Расстояние между токовыми нитями было фиксированным — $2b = 0.3$ м. Подвес был найден при $\mu_1 = \mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, $\mu_2 = 1000 \cdot \mu_0$, $T_2 = 0.01$ м, $T_1 = 0.08$ м, $\sigma_1 = 3.13 \cdot 10^7$ (Ом·м) $^{-1}$, $\sigma_2 = 0$ (рис. 2). Для высот подвешивания $h = 0.01$, 0.03 и 0.05 м в районе $v = 0.3$ м/с существует область устойчивого равновесия, которая показана на рис. 2 штриховкой. Выбор проводимости слоев полотна σ_1 и σ_2 обусловлен электрическими параметрами существующих материалов. Величина скорости v не ограничивает общности существования устойчивого электродинамического подвеса и может быть увеличена уменьшением слоя T_1 .

Диапазон параметров, которые варьировались в процессе численного эксперимента, выбирался из следующих соображений. Предварительно рассчитывались сила притяжения к однослойному ферромагнитному магниту для $\mu = 1000\mu_0$, $T = 0.003$ м, $\sigma = 0$, $v = 0$ (рис. 3, кривая 1) и сила отталкивания от проводящего полотна при $\mu = \mu_0$, $T = 0.01$ м, $\sigma = 3.13 \cdot 10^7$ (Ом·м) $^{-1}$, $v = 1$ м/с (рис. 3, кривая 2) в зависимости от расстояния h . Определялось значение h , при котором указанные силы близки по своей абсолютной величине. Затем из условия $h_0 = T_1 + h$ находилась высота подвешивания магнита под двухслойным полотном.

Изменение силы подвешивания магнита для двухслойного полотна от расстояния h иллюстрирует рис. 4. Эта серия расчетов соответствует $T_1=0.05$ м, $T_2=0.01$ м, $v=0.48$ м/с. Из рисунка следует, что область устойчивого равновесия подвешенного магнита составляет $0.01 \leq h \leq 0.035$ м.

Отметим, что только модель двухслойного полотна позволяет доказать возможность существования устойчивого равновесия подвешенного магнита. Расчеты, проводимые по модели однослойного ферромагнитного полотна [1], устойчивого электродинамического подвеса не дают.

Высота подвешивания h превосходит клиренс в электромагнитных системах подвешивания [5]. В то же время величина $F_L=0.1F_0$ недостаточно велика, что затрудняет использование такого способа подвешивания в реальных системах.

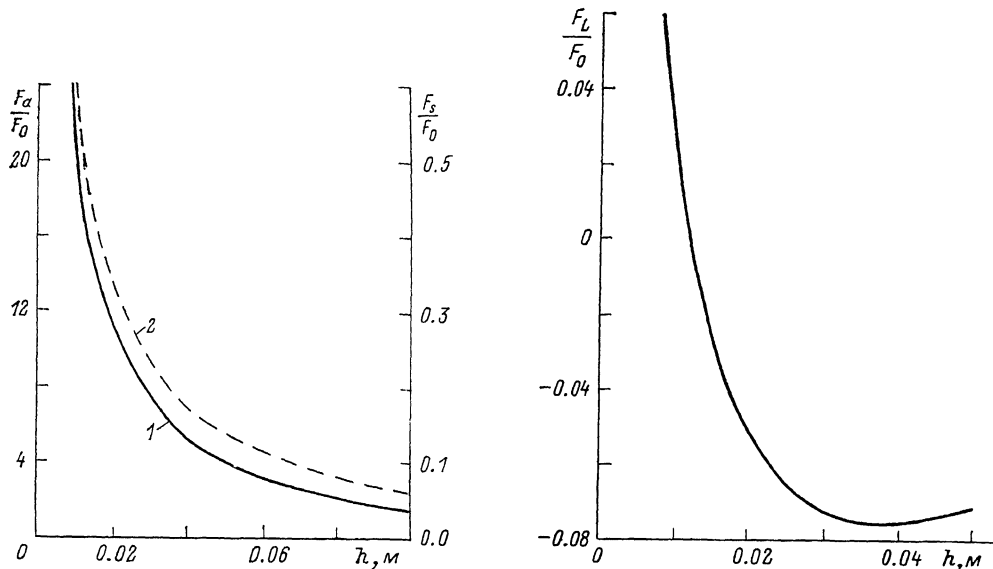


Рис. 3. Силы притяжения и отталкивания для однослойного полотна.

1 — сила притяжения, 2 — сила отталкивания.

Рис. 4. Зависимость силы подвешивания от расстояния h .

Одной из возможностей улучшения характеристик подвеса под двухслойным полотном является разнесение магнитов и слоев полотна. Пусть электродинамическое отталкивание и ферромагнитное притяжение действуют независимо (рис. 5). Магнит 1 с неизвестной МДС $J_1 N_1$ взаимодействует с полотном 2 (электродинамическое отталкивание), а магнит с заданной МДС $J_2 N_2$ — с феррополотном (притяжение). Для устойчивого подвешивания тела необходимо выполнение следующих условий

$$P_2 \leq F_L \leq P_1,$$

$$P_1 \geq \frac{F_{\text{пр}}(0) F_{\text{от}}(-1) - F_{\text{пр}}(-1) F_{\text{от}}(0)}{F_{\text{от}}(-1) - F_{\text{от}}(0)},$$

$$P_2 \leq \frac{F_{\text{пр}}(0) F_{\text{от}}(1) - F_{\text{пр}}(1) F_{\text{от}}(0)}{F_{\text{от}}(1) - F_{\text{от}}(0)},$$

где $F_{\text{пр}} (i=0, 1, -1)$ — сила притяжения в равновесном положении, при приближении магнита 3 к полотну 4, при удалении магнита 3 от полотна 4 соответственно; $F_{\text{от}} (i=0, 1, -1)$ — сила отталкивания магнита 1 от полотна 2 в тех же положениях.

Для двухпроводных нитей, движущихся с одинаковой скоростью независимо над ферромагнитным и неферромагнитным проводящими полотнами при $\mu_1=\mu_0=1.257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, $\mu_2=500\mu_0$, $\sigma_1=3.13 \cdot 10^7$ (Ом·м) $^{-1}$, $\sigma_2=0$, $T_2=25$ мм,

были получены следующие параметры устойчивого подвешивания. Для ферромагнитного полотна толщиной $T_1=3$ мм при $v=15$ м/с подъемная сила составила $F_L=P=1.7F_0$, относительная магнитодвижущая сила $(J_1N_1)/(J_0N_0)=7$, для $T_1=1$ мм $F_L=P=3F_0$. При скорости $v=30$ м/с, $T_1=3$ мм $F_L=P=1.3F_0$, $(J_1N_1)/(J_0N_0)=0.884$, для $T_1=1$ мм $F_L=0.9F_0$, $(J_1N_1)/(J_0N_0)=0.8$, где J_0N_0 — необходимое значение МДС для компенсации веса.

При увеличении проводимости ферромагнитного полотна, например $\sigma \approx 6\sigma_0$, можно получить для $v=30$ м/с $F_L=2.3 \cdot F_0$, $T_1=3$ мм, $T_2=25$ мм.

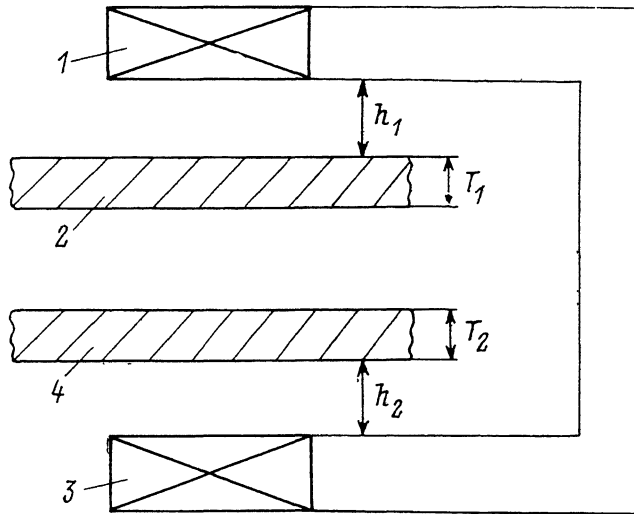


Рис. 5. Расчетная схема разнесенной по слоям системы.

1 — магнит с МДС J_1N_1 , 2 — ферромагнитное полотно, 3 — магнит с МДС J_2N_2 , 4 — ферромагнитное полотно.

В рассмотренной комбинации электродинамического отталкивания и ферромагнитного притяжения величина силы подвешивания существенно выше, чем у двухслойного полотна, однако все еще не превышает 15—30 % от «чистой» силы притяжения. Отметим, что увеличение скорости расширяет область параметров устойчивого подвешивания.

Список литературы

- [1] Reitz J. R., Davis L. C. // J. Appl. Phys. 1972. Vol. 43. N 4. P. 15—47.
- [2] Asher G. M., Williams J. T., Walters C. R. et al. // IEEE Trans. Magn. 1982. Vol. 18. N 2. P. 540—545.
- [3] Бонштедт А. В., Широносков В. Г. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 5. С. 82—85.
- [4] Горский О. И., Дзензерский В. А., Зельдина Э. А., Кулиненко В. О. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 18. С. 4—8.
- [5] Tsukamoto O., Yasude Y., Chen J. // IEEE Trans. Magn. 1988. Vol. 24. N 2. P. 1497—1500.

Отделение физико-технических проблем
транспорта на сверхпроводящих
магнитных ИГТМ
Днепропетровск

Поступило в Редакцию
28 декабря 1990 г.
В окончательной редакции
5 мая 1991 г.