

## ФОКУСИРОВКА ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРОДОЛЬНЫМ РЕВЕРСНЫМ СТАЦИОНАРНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

*Л. А. Рогинский, А. В. Мищенко*

Изложен принцип действия и развита теория системы фокусировки пучков заряженных частиц с использованием стационарного реверсного продольного магнитного поля. Предложенная концепция фокусировки может рассматриваться как один из альтернативных вариантов разработки фокусирующих систем ускорителей интенсивных электронных пучков на энергии порядка нескольких сотен МэВ. Приведены соотношения для расчета основных параметров ускорителя, даны оценки допусков на эти параметры, изложены результаты расчетов нескольких вариантов ускорителя.

### Введение

В ускорителях интенсивных электронных пучков на энергии диапазона нескольких сотен МэВ целесообразно использовать циклические транспортный канал и фокусирующую систему для обеспечения многократного прохождения пучка через одни и те же ускоряющие устройства.

В проектах ускорителей последнего времени разрабатывается метод фокусировки с использованием продольного магнитного поля [1-3]. В настоящей работе этот метод существенно видоизменен по сравнению с системой фокусировки, принятой в модифицированном бетатроне [1], и спиральной фокусировкой, разрабатываемой для других установок [2, 3].

В Московском радиотехническом институте был предложен<sup>1</sup> способ фокусировки с использованием стационарного реверсного продольного магнитного поля. Фокусирующая система представляет собой совокупность магнитов, создающих продольное магнитное поле, величина индукции которого не меняется во времени, разделенных промежутками, свободными от поля, причем в каждом соседних двух магнитах векторы индукции продольного поля направлены навстречу друг другу. На поворотных участках дополнительно создается вертикальное заворачивающее поперечное магнитное поле, величина его индукции предполагается меняющейся во времени синхронно с изменением энергии частиц.

Наличие свободных промежутков, необходимых для конструктивных целей, приводит к периодическому изменению фокусирующей силы. Математически рассматриваемая система аналогична классической жесткой фокусировке, также обладающей периодичностью [4, 5]. Однако стационарность фокусирующего магнитного поля накладывает существенные особенности на свойства динамики частиц.

Во-первых, рабочая точка движется в процессе ускорения в пространстве параметров, характеризующих фокусировку. Для обеспечения устойчивости выбирается нулевая зона устойчивости, в которой величина  $\mu$  (набег фазы бетатронных колебаний на периоде фокусировки) изменяется от значения, близкого к  $\pi$ , до значения, близкого к нулю. Такой выбор параметров принципиально

<sup>1</sup> Приоритет от 04.10.88. № 4605573/25-142459.

отличает предлагаемую концепцию фокусировки от рассмотренной в [6], в которой считается возможным выбор далеких областей устойчивости.

Во-вторых, величина  $Q$ , равная числу бетатронных колебаний на кольце ускорителя, меняется в процессе ускорения в широких пределах (в десятки раз). Возможная из-за пересечения резонансных значений  $Q$  когерентная и некогерентная раскачка пучка устраняется правильным выбором темпа ускорения и величин допусков на разброс параметров фокусирующей системы.

### Фокусирующие свойства периодической системы со стационарным реверсным продольным магнитным полем

Для равновесных частиц фокусирующие свойства системы определяются квадратом индукции продольного магнитного поля  $B^2$  и не зависят от направления вектора индукции (вдоль вектора скорости частицы или против). Реверсы поля (т. е. чередование участков с противоположными направлениями индукции) предназначены для ослабления дрейфа частиц с неравновесным импульсом. Дрейф возникает только на заворачивающих участках, поэтому и реверс необходим, вообще говоря, только на этих участках. Однако он вводится по всей длине ускорителя, что необходимо для выполнения условия периодичности изменения фокусирующей силы.

Величина квадрата индукции поля  $B^2$  изменяется при переходе из магнита в свободный промежуток и наоборот. Истинная зависимость  $B^2$  от продольной координаты  $s$  определяется конструкцией магнитов, катушек и другими конструктивными особенностями. В качестве расчетной модели примем, что функция  $B^2(s)$  есть периодическая, кусочно-постоянная функция, равная  $B^2 = \text{const}$  внутри магнита и нулю между магнитами. Такая модель позволяет исследовать принципиальные особенности периодической фокусировки: расположение зон устойчивости и неустойчивости, их размеры, величины жесткости фокусировки и пределы ее изменения в процессе ускорения частиц.

Уравнения движения частиц в сопровождающей системе координат можно записать в виде [7]

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} - \Omega(s) \frac{dy}{ds} - \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{ds} y + q_x^2 \cdot x &= f_x(s), \\ \frac{d^2y}{ds^2} + \Omega(s) \frac{dx}{ds} + \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{ds} x + q_y^2 \cdot y &= f_y(s), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x, y$  — отклонения частицы от оси канала фокусировки в горизонтальном (радиальном) и вертикальном направлениях,

$$\Omega = \frac{eB}{m\gamma\beta c} = \frac{B(\text{Гс})}{17.0384 \cdot \gamma \cdot \beta} \left( \frac{1}{\text{м}} \right), \quad (2)$$

$e, m$  — заряд и масса частицы;  $c$  — скорость света;  $\gamma, \beta$  — релятивистские параметры; числовой коэффициент в (2) соответствует электронному пучку;  $q_x^2, q_y^2$  — жесткости поперечных фокусирующих сил

$$q_x^2 = K^2 \cdot (1 - n) - \omega_{kx}^2, \quad (3)$$

$$q_y^2 = K^2 n - \omega_{ky}^2, \quad (4)$$

$K = 1/R$  — кривизна канала,  $n$  — показатель спада поперечного заворачивающего магнитного поля,

$$n = - \frac{R}{B_{\perp}} \frac{\partial B_{\perp}}{\partial x}, \quad (5)$$

$B_{\perp}$  — индукция заворачивающего поля.

Параметры  $\omega_{kx}^2, \omega_{ky}^2$  определяются силами собственного кулоновского расталкивания частиц в пучке и силами полей пространственного заряда, отраженных от стенок вакуумной камеры и полюсов магнитов. Функции  $f_x, f_y(s)$  (8) определяют возмущающие силы, обусловленные отклонением импульса ча-

стицы от равновесного значения и случайными ошибками заворачивающего поля.

При дальнейшем рассмотрении будем считать жесткости поперечных сил в обоих направлениях одинаковыми

$$q_x^2 = q_y^2 = q^2, \quad (6)$$

что выполняется при  $n = 0.5$  и  $\omega_{kx}^2 = \omega_{ky}^2 = \omega_k^2$

$$q^2 = \frac{K^2}{2} - \omega_k^2. \quad (7)$$

Используя комплексную переменную

$$z = x + iy = W(s) \cdot \exp\left(-\frac{i}{2} \int_0^s \Omega ds'\right), \quad (8)$$

преобразуем систему уравнений (1) к одному уравнению

$$\frac{d^2 W}{ds^2} + \omega^2(s) \cdot W = f(s) \cdot \exp\left(\frac{i}{2} \int_0^s \Omega ds'\right), \quad (9)$$

где

$$\omega^2(s) = \frac{\Omega^2(s)}{4} + q^2. \quad (10)$$

Из соотношения (8) следует, что  $|W| = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = r$ , где  $r$  — величина отклонения частицы от центра вакуумной камеры в плоскости, перпендикулярной к оси ускорителя. Из устойчивости решений уравнения (9) следует устойчивость движения частиц в ускорителе.

Для частиц с равновесной энергией и в отсутствие ошибок заворачивающего и фокусирующего полей уравнение (9) представляет собой однородное уравнение Хилла

$$\frac{d^2 W}{ds^2} + \omega^2(s) W = 0. \quad (11)$$

Периодическая функция  $\omega^2(s)$  является кусочно-постоянной, матрица периода [8] равна

$$M = \begin{pmatrix} \cos \varphi & l_d \cos \varphi + \frac{2}{\Omega} \sin \varphi \\ -\frac{\Omega}{2} \sin \varphi & -\frac{\Omega l_d}{2} \sin \varphi + \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где  $\varphi = (\Omega l_s)/2$ ;  $l_s$  — длина магнита;  $l_d$  — длина промежутка, свободного от магнитного поля; параметр Куранта [8]

$$\cos \mu = \frac{M_{11} + M_{22}}{2} = \cos \varphi - \frac{\Omega l_d}{4} \sin \varphi. \quad (13)$$

Из условия устойчивости  $|\cos \mu| \leq 1$  получим

$$\pi k \leq \varphi \leq 2\varphi_q + \pi k, \quad (14)$$

где  $k$  — любое целое число,

$$\varphi_q = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + (\Omega l_d/4)^2}}. \quad (15)$$

Соотношение (14) определяет совокупность областей устойчивости для параметра  $\varphi$ , между которыми располагаются области неустойчивости

$$\pi k + 2\varphi_q < \varphi < \pi \cdot (k + 1), \quad (16)$$

соответствующие  $|\cos \mu| > 1$ .

Для постоянной во времени величины фокусирующего поля параметр

$$\varphi = \frac{\Omega l_s}{2} = \frac{eBl_s}{2m\gamma\beta c} \quad (17)$$

изменяется в процессе ускорения обратно пропорционально энергии частиц  $\gamma$ . Для того чтобы величина  $\varphi$  не выходила за пределы области устойчивости, нужно использовать зону устойчивости (14), соответствующую  $k=0$ ,

$$0 < \varphi < 2\varphi_q \quad (18)$$

Параметры фокусирующей системы  $B, l_s, l_d$  выбирают таким образом, чтобы при энергии инжекции  $\gamma = \gamma_{\text{инж}}$  величина  $\varphi$  была близка к  $2\varphi_q$ , что соответствует  $\mu \simeq \pi$ . В процессе ускорения величина  $\varphi$  уменьшается, но остается в пределах области устойчивости (18).

Если в целях увеличения жесткости фокусировки выбрать более далекие области устойчивости, то в процессе ускорения параметр  $\varphi$  будет пересекать зоны неустойчивости. Однако быстрое пересечение даже одной области неустойчивости, как показывают численные расчеты, проведенные по программе ТРАКТ [7], приводит к недопустимому увеличению размеров пучка и когерентной раскачке. Выбор зоны устойчивости (18) в периодической фокусирующей системе со стационарным продольным магнитным полем является единственно возможным.

### Влияние погрешностей параметров фокусирующей системы на устойчивость движения пучка частиц

Отклонения параметров пучка и канала фокусировки от расчетных значений порождают возмущающие силы случайного и неслучайного характера, вызывающие когерентную раскачку пучка и раскачку его размеров. Рассмотрим влияние ошибки в энергии частиц. Ее можно представить в виде суммы двух составляющих: когерентной, заключающейся в одинаковом отклонении энергии всех частиц пучка от равновесного значения и некогерентной — случайном разбросе частиц пучка по энергии. Воздействие когерентной составляющей определяется уравнением (9), в котором  $f(s) = (\Delta\mathcal{E})/(\mathcal{E}_s R(s))$ , где  $(\Delta\mathcal{E})/\mathcal{E}_s$  — относительная ошибка в энергии,  $R(s)$  — радиус кривизны равновесной траектории. В круговом канале фокусировки (без прямолинейных промежутков)  $R(s) = \text{const} = R$  возмущающая сила  $f(s)$  постоянна, отклонение пучка от оси камеры под действием этой силы по порядку величины равно

$$r_{\text{ког}} \simeq \frac{R}{Q^2} \frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_s}, \quad (19)$$

где  $Q = (\mu N)/(2\pi)$  — число бетатронных колебаний на полной длине канала,  $N$  — число периодов фокусировки.

Для рассматриваемой системы фокусировки величина  $Q$  может достигать больших значений, особенно в начале цикла ускорения. В качестве примера рассмотрим один из вариантов ускорителя, для которого проводились подробные аналитические и численные расчеты: длина фокусирующего магнита  $l_s = 20$  см, длина свободного промежутка  $l_d = l_s = 20$  см, величина индукции фокусирующего поля  $B = 5$  кГс, полная длина ускорителя  $L = 300$  м. Для этих параметров величина  $Q$  при энергии инжекции  $\mathcal{E}_{\text{инж}} = 10$  МэВ составляет  $Q_{\text{инж}} \simeq 280$ , при конечной энергии  $\mathcal{E}_{\text{кон}} = 500$  МэВ,  $Q_{\text{кон}} = 5.1$ . Такие величины  $Q$  обеспечивают эффективное подавление воздействий от когерентных ошибок по энергии.

Наличие прямолинейных промежутков в канале фокусировки существенно влияет на динамику пучка. Возмущающая сила становится импульсной, она постоянна на заворачивающих участках и равна нулю на прямолинейных. Отклонение пучка под действием такой силы по порядку величины равно (при постоянном  $Q$ ).

$$r_{\text{кор}} \approx \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_s} \frac{R |F(s)|}{q^2 \left| \sin \frac{\pi Q}{m} \right|}, \quad (20)$$

где  $q = (Q/L) \pi R$  — число бетатронных колебаний на заворачивающем участке;  $L$  — полная длина ускорителя;  $F(s)$  — функция с максимальным значением порядка 1;  $m$  — число суперпериодов, включающих заворачивающий и прямолинейный участки, на кольце ускорителя.

При  $Q$ , кратном  $m$ , знаменатель в соотношении (20) обращается в нуль, что соответствует резонансной раскачке пучка. Для ослабления воздействия резонансных гармоник прямолинейные промежутки предпочтительно выбирать как можно меньшей длины, что увеличивает количество суперпериодов  $m$  и уменьшает число резонансных значений  $Q$ .

Принципиальная особенность рассматриваемой фокусирующей системы, заключающаяся в изменении величины  $Q$  в широких пределах, накладывает ограничения на возможности аналитического исследования влияния возмущающих сил на динамику пучка, так как в процессе ускорения не только пересекается множество резонансных значений  $Q$ , но быстро меняется и скорость пересечения резонансов.

Адекватное изучение воздействия возмущений можно осуществить численным исследованием математической модели ускорителя. Численные эксперименты были проведены с помощью программы ТРАКТ [7], являющейся усовершенствованной модификацией программы TRANSPORT [9]. Модель ускорителя в целом представляется в виде совокупности математических моделей фокусирующих и ускоряющих элементов реального ускорителя.

Основной результат большого количества численных экспериментов, проведенных для разных вариантов ускорителей, заключается в определении порядка величин допусков на основные параметры фокусирующей и ускоряющей систем. Допуск на относительную ошибку в величине фокусирующего и заворачивающего полей составляет 1 %, на когерентную и некогерентную ошибки в импульсе частиц пучка 10 %, на смещение концов фокусирующих магнитов 0.01 см, при темпе ускорения порядка 10–20 МэВ — на оборот. Наиболее жестким оказывается допуск на смещение магнитов, что объясняется большой величиной продольного фокусирующего поля (порядка 10 кГс), при которой небольшие перекосы магнитов приводят к появлению значительной поперечной составляющей поля.

## Заключение

Предложенная концепция фокусирующей системы циклического ускорителя может рассматриваться как один из альтернативных подходов к проблеме разработки ускорителя интенсивных электронных пучков на высокие энергии. Аналитическими и численными исследованиями показана принципиальная осуществимость предложенной системы и ее техническая реализуемость. Основные параметры и допуски на них находятся в пределах современных технических возможностей.

Проведенное в работе исследование охватывает только принцип действия предложенной системы фокусировки. Для разработки реального проекта ускорителя требуется решить ряд теоретических и технических проблем, таких как разработка систем ввода, вывода частиц, осложненных наличием большого фокусирующего продольного магнитного поля и малыми по длине промежутками, свободными от поля, исследование динамики электронных пучков с учетом реального распределения продольного магнитного поля по оси ускорителя и в присоединенной области, исследование фазовых колебаний частиц, их связь с бетатронными колебаниями, исследование различных типов неустойчивостей (например, типа ВВU) в реверсном магнитном поле.

В заключение авторы выражают признательность Л. А. Юдину за ценные советы и помощь в работе.

## Список литературы

- [1] *Goldin J., Pasour J., Rershing D. E. et al.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1983. Vol. NS-30. N 4. P. 3165.
- [2] *Roberson C. W., Mondelli A., Chernin D.* // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 507—510.
- [3] *Mondelbaum B., Ishizuka H., Lindley G. et al.* // Proc. of Intern. Conf. on Plasma Science. Missouri (USA), 1984. P. 47—51.
- [4] *Коломенский А. А., Лебедев А. Н.* Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962. 352 с.
- [5] *Ливингуд Дж.* Принципы работы циклических ускорителей. М.: ИЛ, 1963. 493 с.
- [6] *Дербенев Я. С., Мартиросян Ю. Л., Петросян М. Л.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 8. С. 85—88.
- [7] *Капчинский М. И., Корнев И. Л., Рогинский Л. А.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 9. С. 61—66.
- [8] *Курант Е. Д., Снайдер Х. С.* // ПСФ. 1958. Т. 4. С. 94—143.
- [9] *Brown K. L., Howry S. K.* TRANSPORT/360. A computer program for designing charged particle beam transport. SLAG. Report N 91. Stanford (California), 1970. 174 p.

Московский радиотехнический  
институт

Поступило в Редакцию  
15 октября 1990 г.  
В окончательной редакции  
24 января 1991 г.