

04  
© 1992 г.ЭВОЛЮЦИЯ ПРИЭЛЕКТРОДНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПЛАЗМЕННЫХ  
КАНАЛАХ С ЭФФЕКТОМ ХОЛЛА

Л. М. Алексеева

Путем аналитического решения системы магнитогидродинамических уравнений с учетом эффекта Холла исследованы нестационарные течения в каналах плавного профиля. При больших значениях некоторой характерной комбинации величин (так называемого гамма-фактора) в зависимости от вида начального приэлектродного возмущения реализуются известные из численных экспериментов режимы стационарного прианодного скачка и анодного взрыва; имеет место также режим "катодной волны".

В работе [1] путем численного моделирования были выявлены характерные черты потоков плазмы с эффектом Холла; существование стационарного прианодного скачка в распределении величин; наличие резко нестационарного режима "анодного взрыва", при котором плазма внезапно разлетается из окрестности некоторой точки на поверхности анода; спонтанное появление быстро нарастающих мелкомасштабных неоднородностей. Стационарный прианодный скачок обнаруживает себя и при аналитическом решении системы магнитогидродинамических уравнений с учетом эффекта Холла [2–6]. В настоящей работе будут получены решения, соответствующие нестационарным решениям.

В практике численных расчетов найденное установившееся течение часто используется как начальное условие для численного эксперимента с несколько измененными параметрами. При увеличении параметра, отражающего роль эффекта Холла, сложилось впечатление [1], что анодный взрыв происходит в той области канала, где при меньших значениях этого параметра наблюдался прианодный скачок.

Мы также зададим начальное условие в виде приэлектродного скачка. Это позволит удобным образом выполнить "аналитическое моделирование численного моделирования". Кроме того, изучение эволюции приэлектродных возмущений представляет и самостоятельный интерес, поскольку на поверхности любого электрода плазма соприкасается с инородным веществом и так или иначе возмущается.

Пусть изотермический ( $P = D\rho$ , где  $P$  — давление  $\rho$  — плотность,  $D \equiv \text{const}$ ) поток плазмы течет между двумя электродами (анодом  $y = R_1(x)$  и катодом  $y_2 = R_2(x)$ ), на которых поддерживается заданное постоянное во времени распределение потенциала (электроды секционированы). Рассмотрим систему магнитогидродинамических уравнений с учетом эффекта Холла, использованную в [1, 4]. Для потока

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, 0), \quad \mathbf{H} = (0, 0, H), \quad \mathbf{E} = (E_x, E_y, 0), \quad \partial/\partial z \equiv 0$$

в системе декартовых координат  $x, y, z$  с осью  $x$ , направленной вдоль канала, эта система имеет вид

$$\partial\rho/\partial t + \text{div } \rho\mathbf{v} = 0,$$

$$\partial\mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla(P + H^2/2)/\rho,$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nu\Delta H + \text{rot}[\mathbf{v}\mathbf{H}] + \xi \left[ \nabla\frac{1}{\rho} - \nabla\frac{H^2}{2} \right],$$

$$E = vj - [vH] - \xi S, \quad S = \nabla(H^2 + P)/(2\rho).$$

Здесь  $\nu = c^2 \sqrt{4\pi\rho_*} / (4\pi\lambda_* l H_*)$  — магнитная вязкость,  $\xi = cm_i / (el \sqrt{4\pi\rho_*})$  — параметр обмена,  $c$  — скорость света;  $\lambda_*$  — проводимость плазмы (постоянная в силу изотермичности),  $l$  — длина канала,  $\rho_*$  и  $H_*$  — заданные в начальный момент в какой-либо точке вблизи входа канала значения соответственно плотности и магнитного поля,  $m_i$  — масса иона,  $e$  — абсолютная величина заряда электрона, остальные обозначения общепринятые, нормировка величин такая же, как в работах [1, 4].

Постоянная  $D$  связана с параметром  $\beta$  (отношением газового давления к магнитному в выбранной точке вблизи входа) соотношением  $D = \beta/2$ . Отметим еще, что параметр обмена характеризует влияние эффекта Холла и выявляет разницу средних скоростей ионов и электронов

$$\xi j = \rho(\mathbf{v}^i - \mathbf{v}^e).$$

Рассмотрим поток  $w(x, y, t) = w_0(x, y) + \tilde{w}(x, y, t)$ , где  $w$  — любая из компонент вектора  $V = (\rho, P, v, H)$ , индексом нуль обозначены соответствующие величины стационарного бесколлового изомагнитного безвихревого потока идеально проводящей плазмы, а тильдой — величины малого добавочного поля.<sup>1</sup>

Ограничимся случаем канала с плавно изменяющимся профилем. Пусть

$$D \sim \Gamma^{-1}, \quad \xi \sim \nu \sim D^\alpha, \quad (1)$$

где  $\Gamma$  — некоторое большое число, а сечение канала

$$s(x) = (R_2(x) - R_1(x)) \sim \sigma \sim D^\lambda, \quad (2)$$

причем

$$(1 - \lambda) < \alpha < 0.5 < \lambda \leq 1. \quad (3)$$

Выбранная связь между параметрами позволяет провести разложение системы магнитогидродинамических уравнений вместе с условиями на поверхности электронов по величине  $\Gamma^{-1} \rightarrow 0$  [4]. При этом все электромагнитные величины оказываются выраженными через гидродинамические. В частности, продольный электрический ток, величиной которого можно характеризовать влияние эффекта Холла, имеет вид

$$\tilde{J}_x = \text{rot}_x \tilde{H} = -\xi \rho'_0 \tilde{\rho} / (\nu \rho_0), \quad (4)$$

где  $\tilde{\rho}$  есть решение краевой задачи

$$D^{-1} \frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial y^2} + \gamma(x) \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y},$$

$$\partial \tilde{\rho} / \partial y + \gamma(x) \tilde{\rho} = 0, \quad y = R_j(x). \quad (5)$$

Гамма-фактор

$$\gamma(x) = -\xi \rho'_0 / (\nu D),$$

входящий в [5], определяет свойства потоков с эффектом Холла [2, 6]. Из соотношений (1) видно, что параметр разложения  $\Gamma^{-1}$  представляет собой характерное значение гамма-фактора  $\gamma(x)$ .

Проведем решение задачи (5) для случая, когда в начальный момент возмущение было сконцентрировано вблизи электрода,

<sup>1</sup> Отметим, что линии  $y = R_j(x)$ , где  $j = 1, 2$ , представляют собой линии потока вещества стационарного течения  $V_0$  [4].

$$\tilde{t}|_{t=0} = \chi_A(x) \exp\{\zeta(x)\eta_1\}.$$

Здесь  $\eta_1 = y - R_1(x)$ , а  $\chi_A$  и  $\zeta \sim \gamma$  — произвольные функции (в предположениях работы [4] от  $\chi_A$  и  $\zeta$  требуются лишь, чтобы они не слишком резко менялись с  $x$  — их логарифмическая производная по порядку не превосходила  $\Gamma^{1-\lambda}$ ). Пусть

$$\tilde{v}_x|_{t=0} = \tilde{v}_y|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

Тогда из уравнения непрерывности получается второе начальное условие для задачи (5)

$$\partial \tilde{\rho} / \partial t|_{t=0} = 0. \quad (8)$$

Положим  $\varkappa = \zeta/\gamma$ . Очевидно, решение (5) для  $\varkappa = -1$  соответствует режиму стационарного скачка

$$\tilde{\rho} = \chi_A(x) \rho(x, y); \quad \rho(x, y) = \exp(-\gamma\eta_1). \quad (9)$$

Для решения краевой задачи при  $\varkappa \neq -1$  воспользуемся преобразованием Лапласа по переменной  $t$ . Введем оригинал  $\tilde{\rho}(t)$  и его изображение  $r(\Omega)$  формулами [7]

$$r(\Omega) = \int_0^{\infty} e^{-\Omega t} \tilde{\rho}(t) dt, \quad \text{Re } \Omega > c > 0,$$

$$\tilde{\rho}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\Omega t} r(\Omega) d\Omega.$$

Тогда уравнение (5) дает для  $r(x, y, \Omega)$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \gamma \frac{\partial r}{\partial y} - \frac{\Omega^2}{D} r = -\frac{\Omega}{D} \chi_A e^{\zeta\eta_1},$$

откуда

$$r = A_1 \exp(b_1 y) + A_2 \exp(b_2 y) + Q,$$

где

$$Q = \chi_A \gamma^{-1} D^{-0.5} \exp(\zeta\eta_1) (\omega/T) [(T - \sigma)^{-1} + (T + \sigma)^{-1}], \quad (10)$$

$$b_1 = \gamma(-1 - T)/2; \quad b_2 = \gamma(-1 + T)/2; \quad T = \sqrt{1 + \omega^2}; \quad \sigma \equiv 1/2\varkappa + 1/2, \quad (11)$$

$$\omega = 2\Omega \gamma^{-1} D^{-0.5}$$

Коэффициенты  $A_i$  (зависящие от  $x$  и  $\Omega$ ) найдутся из граничного условия задачи (5) на аноде и катоде

$$A_1 b_2 \exp(b_1 R_2) + A_2 b_1 \exp(b_2 R_2) = F_2,$$

$$A_1 b_2 \exp(b_1 R_1) + A_2 b_1 \exp(b_2 R_1) = F_1,$$

где

$$F_j = (\zeta + \gamma) Q|_{R_j}.$$

Определитель этой системы

$$\Delta = b_1 b_2 e^{(sT - R_2 - R_1)\gamma/2} (1 - e^{-\gamma s T})$$

дает

$$\Delta^{-1} = -\frac{4}{\gamma^2 \omega^2} e^{(R_1 + R_2 - sT)\gamma/2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-n\gamma s T},$$

приводя к выражению для  $r(\Omega)$

$$r = r_B + Q, \quad (12)$$

$$r_B = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-\gamma s T n} \right] \frac{2(1+\varepsilon) \chi_A}{\gamma \sqrt{D}} \frac{\omega}{T} \times \\ \times \left\{ C_I \left[ m(T-\sigma)^{-1} + p(T+\sigma)^{-1} - 2mp(T-1)^{-1} \right] + \right. \\ \left. + C_{II} \left[ p(T-\sigma)^{-1} + m(T+\sigma)^{-1} - 2mp(T+1)^{-1} \right] \right\},$$

где

$$m = (1-\sigma)^{-1}, \quad p = (1+\sigma)^{-1}, \\ C_I = \exp(\zeta s + \hat{\eta}_2) \exp(-\hat{\theta}_1 T) - \exp(-\hat{\eta}_1) \exp(-\hat{\eta}_1 T); \\ C_{II} = \exp(-\hat{\eta}_1) \exp(-\hat{\theta}_2 T) - \exp(\zeta s + \hat{\eta}_2) \exp(-\hat{\eta}_2 T); \\ \hat{\eta}_j = \gamma \eta_j / 2, \quad \hat{\theta}_j = \gamma(s + \eta_j) / 2, \\ \eta_2 = R_2(x) - y.$$

Каждое слагаемое в (10), (12), (13) как функция  $\omega$  с точностью до постоянного множителя имеет структуру

$$M(\omega) = \omega g(T) / T. \quad (14)$$

Учитывая, каким образом  $\omega$  и  $T$  связаны с  $\Omega$ , найдем оригинал каждого такого слагаемого

$$M(\omega) \doteq \frac{\gamma \sqrt{D}}{2} \left\{ f(\tau) - \tau \int_0^{\tau} q^{-1} J_1(q) f(u) du \right\}, \quad (15)$$

где  $f(t)$  — оригинал функции  $g(\Omega)$ ,  $q = \sqrt{\tau^2 - u^2}$ , а

$$\tau = \gamma \sqrt{D} t / 2. \quad (16)$$

Отметим, что для слагаемых в (10)

$$g(t) = (T + B)^{-1}, \quad (17)$$

тогда как во всех членах (13)

$$g(T) = \exp(-\mu T) / (T + B), \quad (18)$$

где  $\mu > 0$  и  $B$  — константы.

Оригиналом

$$g(\Omega) \doteq f(t)$$

последнего выражения является функция

$$f(t) = \exp[-B(t - \mu)] U_{\mu}(t). \quad (19)$$

Здесь  $U_{\mu}(t)$  есть ступенчатая функция

$$U_{\mu}(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < \mu, \\ 1 & \mu < t. \end{cases} \quad (20)$$

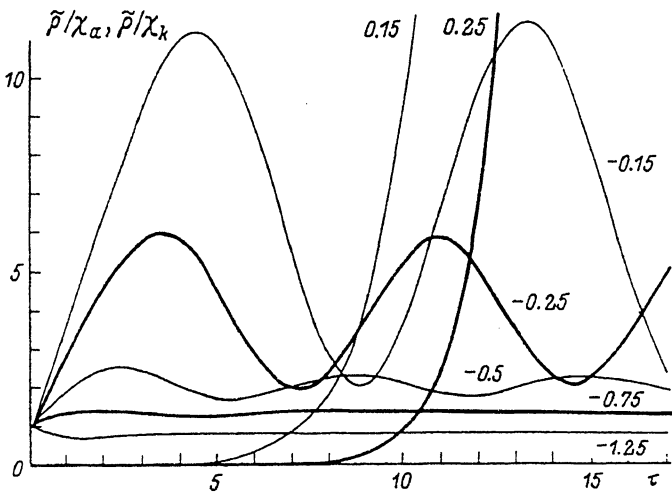


Рис. 1. Временной ход возмущения плотности на аноде, нормированного на начальное возмущение на аноде для  $\varepsilon < 0$  и на катоде для  $\varepsilon > 0$ .

Жирные линии — режимы, для которых приведены пространственные распределения (рис. 2—5). У кривых указаны значения  $\varepsilon$ .

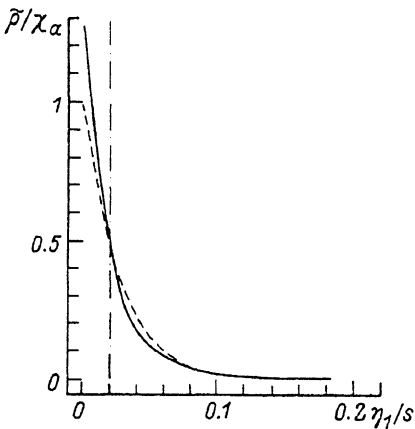


Рис. 2. Режим стационарного скачка.

Распределение возмущения плотности по сечению канала при  $\varepsilon = -0.75, \tau = 0$  (штриховая линия),  $\tau = 5, 10, 15$  (сплошная линия; совпадает с функцией стационарного скачка). Вертикальный штрихпунктир — внешняя граница скачка  $\eta_1/s = 0.02$ .

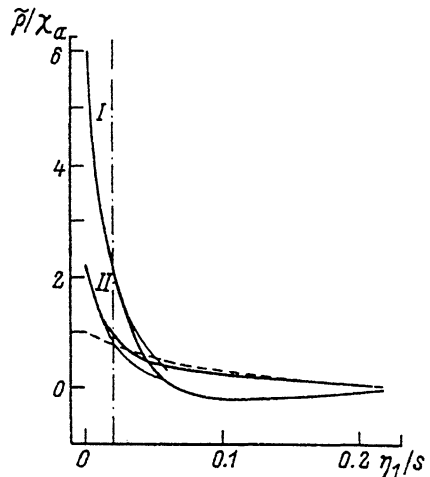


Рис. 3. Режим пульсирующего скачка.

Распределение возмущения плотности по сечению канала при  $\varepsilon = -0.25, \tau = 0$  (штриховая линия),  $\tau = 3.5, 11$  (кривая I); 7, 14.5 (кривая II), тонкие линии — функции стационарного скачка с соответствующей амплитудой. Вертикальный штрихпунктир — то же, что и на рис. 2.

Подставляя (18) в (15), имеем для всех слагаемых в (13)

$$M(\omega) = \gamma\sqrt{D} D_{\mu,B}(\tau)/2, \quad (21)$$

где

$$D_{\mu,B}(\tau) = \exp(B\mu) [\exp(-B\tau) - \tau K_{\mu,B}(\tau)] U_{\mu}(\tau),$$

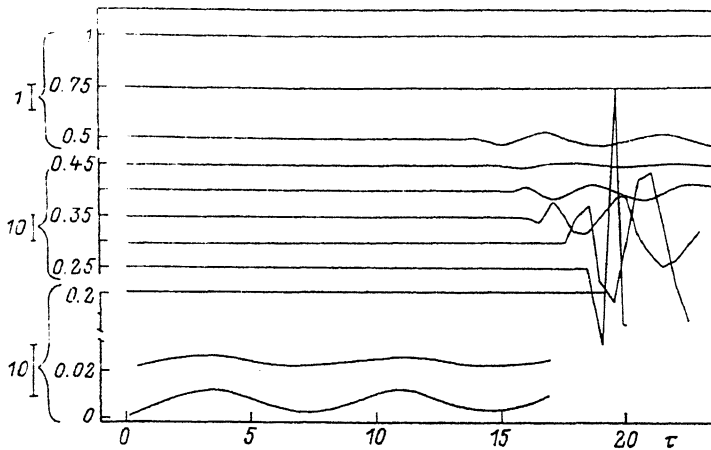
$\tilde{\rho}/\chi_a \quad \eta_1/s$ 


Рис. 4. Режим пульсирующего скачка, временной ход возмущения плотности при разных значениях  $\eta_1/s$ .

$\eta_1/s = 0$  соответствует аноду,  $\eta_1/s = 1$  — катоду. Масштаб величин  $\tilde{\rho}/\chi_a$  показан вертикальными отрезками слева,  $\varepsilon = -0.25$ .

$$K_{\mu,B}(\tau) = \int_{\mu}^{\tau} q^{-1} J_1(q) \exp(-Bu) du. \quad (22)$$

Оригиналом же для функции  $g(\omega)$  в форме (17) является  $f(t) = \exp(-Bt)$ , что дает при подстановке в (15)

$$M(\omega) = \gamma \sqrt{D} d_{0,B}(\tau) / 2, \quad (23)$$

$$d_{0,B}(\tau) = \exp(-B\tau) - \tau K_{0,B}(\tau). \quad (24)$$

Отметим, что при  $\tau \rightarrow 0$  функция  $d_{0,B}(\tau) \rightarrow 1$ , а  $D_{\mu,B}(\tau) \rightarrow 0$ . Теперь можно составить оригинал выражения (12). В дальнейшем мы будем рассматривать процесс лишь в том временном интервале, пока  $\tau < \hat{s}$  ( $\hat{s} \equiv \gamma s / 2$ ). В этот промежуток времени в  $\tilde{\rho}(t)$  дают вклад только лишь те слагаемые (13), у которых  $\mu < \hat{s}$ . Объединяя оригиналы (21), (23) в выражение для  $\tilde{\rho}$  в соответствии с (12), (10), (13), имеем окончательно для  $\tau < \hat{s}$  при  $\varepsilon \neq -1$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(x, y, t) = & \chi_A \{ \exp(\xi \eta_1) (d_{0,-\sigma} + d_{0,\sigma}) - \\ & - (1 + \varepsilon) \{ \exp(-\hat{\eta}_1) \cdot [m D_{\hat{\eta}_1, -\sigma} + p D_{\hat{\eta}_1, \sigma} - 2mp D_{\hat{\eta}_1, -1}] + \\ & + \exp(\xi s + \hat{\eta}_2) [p D_{\hat{\eta}_2, -\sigma} + m D_{\hat{\eta}_2, \sigma} - 2mp D_{\hat{\eta}_2, 1}] \}. \end{aligned} \quad (25)$$

Поведение функций  $\tilde{\rho}$  для случая  $\gamma s = 50$  при разных  $\varepsilon = \xi/\gamma$  показано на рис. 1—5 (интегралы  $K_{\mu,B}$  вычислены методом Гаусса). Обсудим его подробнее, привлекая выражения [4] для компонент скорости при начальном условии  $\tilde{v}_x = \tilde{v}_y = 0$ ,

$$\tilde{v}_x = \frac{\rho_0'}{\rho_0} \int_0^t \tilde{\rho} dt \quad \tilde{v}_y = -\frac{D}{\rho_0} \int_0^t \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} + \gamma \tilde{\rho} \right) dt. \quad (26)$$

Понадобятся также выражения для компоненты, связанной с  $\tilde{w}$  части электрического поля  $E$  при  $\gamma s \gg 1$  (т. е. при  $\lambda < 1$ )

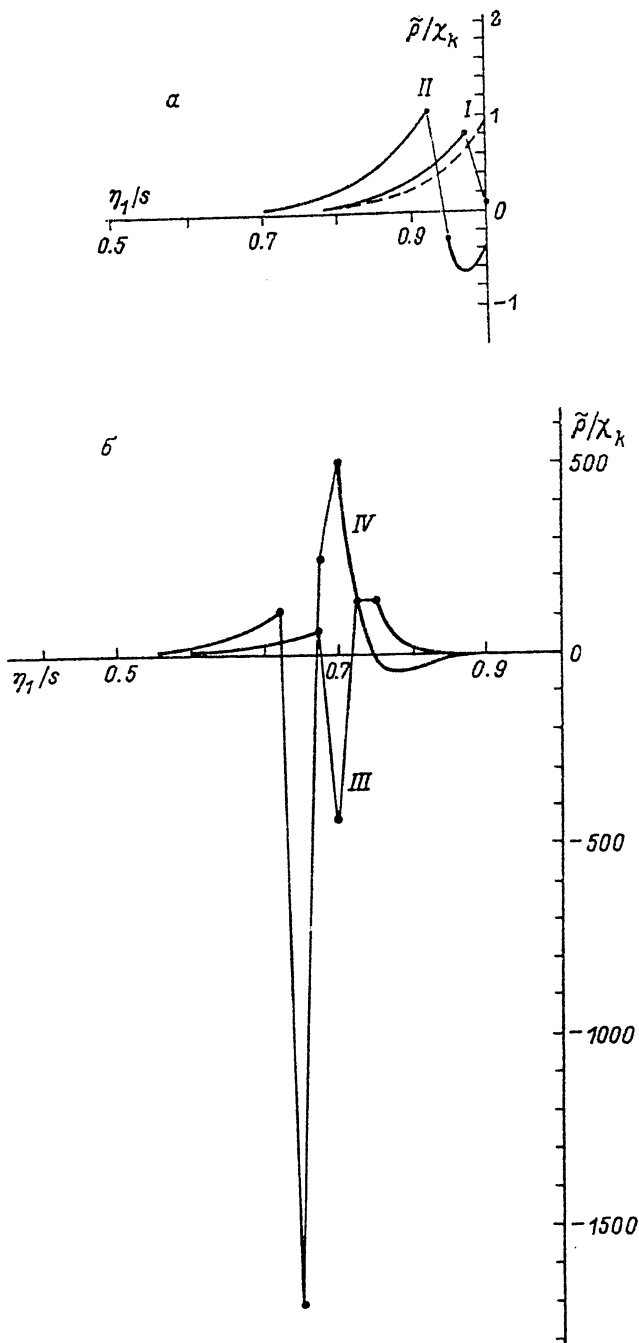


Рис. 5. Режим катодной волны. Распределение возмущения плотности по сечению при  $\alpha = 0.25$ .  
 а, б —  $\tau$ : штриховая линия — 0, I — 0.5, II — 1.5, III — 8, IV — 9.

$$E_{x, \tilde{w}} = 0,$$

$$E_{y, \tilde{w}} = \xi^2 \rho_0' v^{-1} \rho_0^{-1} \left[ (2\gamma)^{-1} \partial \tilde{\rho} / \partial y + \tilde{\rho} \right]. \quad (27)$$

Заметим, что решение линейной задачи (5) определяется с точностью до постоянного множителя, поэтому существует неопределенность в знаке  $\chi_A$ . Однако в случае прианодных возмущений, как показано на качественном уровне в [5], нелинейные процессы в конечном итоге снимают это вырождение. В условиях, соответствующих численному эксперименту [1], возмущение плотности  $\tilde{\rho}$  у анода оказывается отрицательным. Поэтому при обсуждении результатов будем иметь в виду  $\chi_A < 0$ . Согласно (4),  $\tilde{f}_x = \partial \tilde{H} / \partial y < 0$ . Поэтому у нас, так же как и в [1], отрицательному вблизи анода  $\tilde{\rho}$  соответствуют увеличенные значения  $(H_0 + \tilde{H})$  на аноде.

Найденные распределения  $\tilde{\rho}$  говорят о неравноправии анода и катода: заданное в начальный момент у анода возмущение (случай  $\xi < 0$ ) в течение всего исследованного времени не сказывается на прикатодной области; если же начальное возмущение  $\tilde{\rho}$  было сосредоточено вблизи катода (случай  $\xi > 0$ ), то оно, "оторвавшись" от катода, перемещается в сторону анода и выглядит как некоторое подобие волнового пакета (рис. 5, а, б), в дальнейшем назовем его катодной волной.

Проследим за изменением во времени значения  $\tilde{\rho}$  на аноде. Как видно из рис. 1, в зависимости от значения  $\varkappa = \xi / \gamma$  могут наблюдаться три характерных режима: возмущение либо устанавливается с течением времени, либо пульсирует, либо резко возрастает в какой-то определенный момент времени. Распределение возмущений по сечению канала показывает, что эти режимы соответствуют стационарному скачку, пульсирующему скачку (анодному взрыву) и приходу на анод катодной волны (рис. 2—5). Первый случай имеет место, когда  $\varkappa$  несильно отличается от (-1). Тогда в канале устанавливается стационарное распределение, близкое к  $\tilde{\rho} = A(x)$ , где  $\rho$  — функция стационарного скачка (9). Его амплитуда  $A(x)$  на аноде для  $\varkappa > -1$  превосходит начальную величину возмущения  $\chi_A$  на аноде, при  $\varkappa < -1$  она меньше нее (рис. 1). Поскольку

$$\partial \rho / \partial y + \gamma \rho = 0, \quad (28)$$

то при отрицательных  $\varkappa$  компонента  $E_{y, \tilde{w}}$ , как видно из второго соотношения (27), положительна, что соответствует увеличению  $E_y$  у анода, выявленному в работе [1].

По мере приближения отрицательных  $\varkappa$  к нулю на аноде появляются и увеличивают свою амплитуду колебания (рис. 1, кривые для  $\varkappa = -0.5, -0.25, -0.15$ ). Пространственное распределение (рис. 4) для  $\varkappa = -0.25$  выявляет интересную особенность возмущений такого рода. До  $\tau \approx 14$  плотность  $\tilde{\rho}$  отлична от нуля лишь вблизи анода (рис. 4), где имеет место пульсирующий скачок (рис. 3). Затем в серединной части канала как бы спонтанно<sup>2</sup> возникают и быстро нарастают мелкомасштабные флуктуации. Наибольшую амплитуду они имеют там, где появляются позже, в более близких к аноду областях. Значения  $\tilde{\rho}$  здесь быстро меняются (ломаные линии на рисунке проведены через изолированные расчетные точки). Как видно из рисунка, область этих беспорядочных флуктуаций все время остается отделенной от катода. В течение определенного времени зона мелкомасштабных флуктуаций отделена маловозмущенной областью и от анода.

При положительных  $\varkappa$  возмущение, волнообразно распространяясь от катода в анодную часть канала, достигает очень большой величины (значения в максимуме, который становится весьма острым, требуют специального исследования, во всяком случае имеются точки, где  $\tilde{\rho}$  более чем на шесть порядков превосходит начальное возмущение  $\chi_k$  на катоде).

<sup>2</sup>Необходимым, но недостаточным условием появления флуктуаций является "включение" в момент  $\tau = \tau_2$  членов с  $D\eta_{2,B}$  в (25).



Теперь, пользуясь выражениями (26) для скорости, обсудим режимы подробнее. Как видно из (26), (28), в режимах, приводящих к стационарному скачку, производная  $\partial \tilde{v}_y / \partial t$  при  $t = 0$  близка к нулю, а когда установится скачок, эта производная исчезает совсем. Поэтому компонента  $\tilde{v}_y$  в режимах с  $\varkappa \approx -1$  очень мала. Компонента  $\tilde{v}_x$  значительно больше, она линейно нарастает со временем и направлена в сторону выхода (напомним, что случай  $\gamma > 0$ , который мы рассматриваем, соответствует  $\rho'_0 < 0$ ). В катодной волне  $\tilde{\rho}$  меняется беспорядочно, соответственно будет меняться и скорость.

Интересен случай пульсирующего скачка. Как видно из рис. 1, возмущение на аноде в этом режиме велико и знак его за исследованный промежуток времени не меняется. Поэтому сохраняет свой знак и продольная скорость  $\tilde{v}_x$ . Она направлена в сторону выхода и рывками увеличивается со временем. Априори ясно, что значения  $\tilde{v}_y$  в прианодной области должны быть значительно меньше, поскольку выражение (26) для  $\tilde{v}_y$  содержит слагаемые разных знаков. Поскольку  $|\varkappa| < 1$ , то в начальный момент  $(\partial \tilde{\rho} / \partial y + \gamma(x) \tilde{\rho}) < 0$ ; соответственно  $\tilde{v}_y > 0$  и вещество отлетает от анода. Рассмотрим промежуток времени, когда еще нет нерегулярных пульсаций. Из рис. 3 видно, что вблизи анода меняется с  $y$  как функция стационарного скачка  $\rho$  (тонкая кривая) и, когда устанавливаются регулярные колебания пульсирующего скачка, в соответствии с (28)  $\partial \tilde{v}_y / \partial t$  обращается в нуль. Однако в интервале  $0.01 \leq \eta_1 / s \leq 0.03$  (где  $\tilde{\rho}$  в моменты  $\tau$ , соответствующие кривой II, распределена по  $y$  более плавно, чем функция стационарного скачка) производная  $\partial \tilde{v}_y / \partial t \geq 0$  в течение всего исследованного времени  $\tau$ . Другими словами, в этом интервале  $\eta_1 / s$  вещество ускоряется рывками (поскольку в моменты, соответствующие кривой I на рис. 3,  $\partial \tilde{v}_y / \partial t = 0$ ) и отлетает от анода. При еще больших  $\eta_1 / s$  поведение  $\partial \tilde{v}_y / \partial t$  должно быть более сложным.

Эти черты соответствуют описанию регулярной (до возникновения беспорядочных колебаний) стадии анодного взрыва, которая описана в [1] (в частности, на рис. 18 работы [1] отчетливо видно превышение скорости  $\tilde{v}_x$  над  $\tilde{v}_y$ ). Затем, согласно [1], быстро нарастают беспорядочные пульсации, мы видим их и в нашем канале. Это дает основание отождествить режим пульсирующего скачка и анодного взрыва, описанного в [1].

Отметим еще одну подробность. В серединной части канала при появлении мелкомасштабных флуктуаций, когда  $\tilde{\rho}$  быстро меняет величину и знак, должно иметь место беспорядочное движение вещества. При этом у анода некоторое время картина еще остается регулярной и по-прежнему усиливается у анода продольная струя.

Возможно, анодный взрыв проявляет себя и в природных условиях — в магнитосфере Земли [8]. Поток магнитосферной плазмы можно уподобить течению плазмы в канале, где действует эффект Холла [9, 10]. Об ее движении судят, наблюдая за перемещением на небе различных светящихся неоднородностей — так называемых форм полярных сияний. В типичных признаках резко нестационарного процесса — суббури узнаются только что описанные черты: разлет вещества из некоторой точки (магнитосферного “анода” [8]), формирующий характерную светящуюся выпуклость; появление снаружи от выпуклости мелкомасштабных быстро меняющихся возмущений “лучистых форм”; последующее образование специфической формы — “движущегося к западу изгиба” (движущегося рывками), которое естественно интерпретировать как результат выноса вещества (неоднородностей) из области анодного взрыва продольной струей, направленной именно на запад — к выходу из магнитосферного канала.

Заметим, что и другие черты, характерные для нестационарного потока плазмы с эффектом Холла, являются типичными для магнитосферы. Так, многочисленные узкие области очень сильного электрического поля (поперечного к магнитному), постоянно наблюдаемые со спутников, по мнению автора, являются проявлением описанных выше беспорядочных мелкомасштабных пульсаций (рис.

4 и 5), с которыми связано нестационарное электрическое поле (27).

Сходство свойств потоков плазмы в каналах конечной толщины при различных значениях параметров, изученных путем численного моделирования [1], в узком канале со специально выбранными параметрами, который мы исследовали в настоящей работе в лабораторных установках (см. обзорную часть работы [1]) и в магнитосфере Земли, указывает на универсальность процессов, связанных с влиянием эффекта Холла на течение плазмы.

Благодарю Б. А. Тверского и А. В. Гетлинга за внимание к работе и обсуждение результатов.

#### Список литературы

- [1] Брушлинский К. В., Морозов А. И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах. Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А.Леонтовича. Вып. 8. М.: Атомиздат, 1974. С. 88—163.
- [2] Алексеева Л. М. Препринт НИИЯФ МГУ. N 88-38/59. М., 1988. 42 с.
- [3] Алексеева Л. М. // ДАН СССР. 1990. Т. 310. № 3. С. 567—571.
- [4] Алексеева Л. М. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 2. С. 64—73.
- [5] Алексеева Л. М. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 21. С. 1310—1312.
- [6] Алексеева Л. М. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 10. С. 1—4.
- [7] Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. С. 343.
- [8] Алексеева Л. М. // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 4. С. 826—828.
- [9] Алексеева Л. М., Гетлинг А. В., Савельев В. В. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1982. Т. 22. № 4. С. 612—616.
- [10] Алексеева Л. М. // Итоги науки и техники. Сер. Физика плазмы / Под ред. В. Д. Шафранова. Т. 4. М.: ВИНТИ, 1983. С. 113—193.

Научно-исследовательский институт  
ядерной физики  
Московского университета  
им. М. В. Ломоносова.

Поступило в Редакцию  
26 июля 1990г.