1992 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 62, в. 1
1992 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 62, N 1

01; 07

О ВЕЩЕСТВЕННОМ И МНИМОМ ЭФФЕКТЕ ГООСА—ХЕНХЕН

Н. С. Бухман

Рассмотрен мнимый эффект Гооса—Хенхен, возникающий в случае зависимости модуля коэффициента отражения плоской волны от ее угла падения и проявляющийся в повороте отраженного пучка в плоскости падения около его перетяжки, что приводит к смещению поперечного профиля распределения интенсивности отраженного пучка, малому вблизи перетяжки и значительному вдали от нее. В случае отражения от резкой границы раздела однородных сред мнимый эффект Гооса—Хенхен наиболее значителен при углах падения, несколько меньших угла полного внутреннего отражения.

1. Известно [1—6], что при отражении волнового пучка от плоской границы раздела однородных сред имеет место сдвиг пучка в плоскости падения по отношению к положению, предсказываемому геометрической оптикой (эффект Гооса—Хенхен). Причиной этого сдвига является зависимость комплексного коэффициента отражения плоской волны $V(\zeta)$ ($\zeta = \sin\theta$) от угла падения θ; в случае, когда в пределах угловой апертуры пучка модуль коэффициента отражения изменяется слабо, а зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения может быть аппроксимирована линейной функцией, сдвиг оказывается вещественным и описывается так называемым классическим выражением [4—6], которое в математическом отношении является следствием известной в фурье-анализе теоремы сдвига [7].

Ясно, что область применимости классического выражения ограничена не только требованием остронаправленности пучка, но и требованием медленности изменения модуля комплексного коэффициента отражения по сравнению с фазой коэффициента отражения. Для того чтобы “равноправно” учесть угловую зависимость как фазы, так и амплитуды коэффициента отражения, достаточно заметить, что $V = |V|e^{i\varphi} = \exp[i(\varphi - i\ln|V|)]$ и угловая зависимость модуля коэффициента отражения может быть учтена как угловая зависимость мнимой части его комплексной фазы, что приводит нас к “неоклассическому” выражению для комплексного сдвига Гооса—Хенхен

$$\Delta(\zeta_0) = \Delta_r(\zeta_0) + i\Delta_i(\zeta_0),$$

$$\Delta_r = k^{-1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}\right)\zeta_0, \quad \Delta_i = -k^{-1}\left(\frac{\partial}{\partial\zeta}\ln|V|\right)_{\zeta_0}, \tag{1}$$

где $\zeta = \sin\theta_0$ (θ_0 — угол падения пучка), k — волновое число.

Область применимости “неоклассического” выражения (1) ограничена в отличие от классического только требованием достаточной узости углового спектра пучка (малости его угловой апертуры). В настоящей работе мы, оставаясь в рамках соотношения (1), т. е. рассматривая пучки с достаточно малой угловой апертурой, проанализируем возможные проявления мнимой компоненты сдвига Гооса—Хенхен.

2. Отметим, что вещественная и мнимая компоненты сдвига имеют один порядок величины, например, в случае отражения P-поляризованного[1] пучка электромагнитных волн от плавного плазменного слоя (так как амплитуда и

[1]Электрический вектор P-поляризованной волны лежит в плоскости падения, электрический вектор S-поляризованной волны перпендикулярен плоскости падения.

фаза коэффициента отражения в этом случае одинаково резко зависят от угла падения [8]).

Если же говорить об отражении от резкой границы раздела непоглощающих сред, то мнимый сдвиг имеет место при докритических (меньших угла полного внутреннего отражения) углах падения, а вещественный — при закритических углах падения; при $\zeta_0 > n$ (n — относительный показатель преломления двух сред) $\Delta_i = 0$, $\Delta_r = 0$, причем при $\zeta_0 = n + \delta\zeta$ $(0 < \delta\zeta << n)$

$$\Delta_r = \frac{\sqrt{2n}}{km\sqrt{1-n^2}} (\delta\zeta)^{-1/2}, \tag{2}$$

а при $\zeta_0 < n$, напротив, $\Delta_r = 0$, $\Delta_i \neq 0$, причем при $\zeta_0 = n + \delta\zeta$ $(0 < -\delta\zeta << n)$

$$\Delta_i = -\frac{\sqrt{2n}}{km\sqrt{1-n^2}} (-\delta\zeta)^{-1/2} = -\Delta_r(-\delta\zeta). \tag{3}$$

В (2), (3) для электромагнитных волн S-поляризации $m = \mu_1/\mu$ (μ и μ_1 — магнитные проницаемости среды, в которой распространяется пучок, и среды, от границы с которой он отражается), для электромагнитных волн P-поляризация $m = n^2\mu/\mu_1$, для звука в жидкости $m = \rho_1/\rho$ (ρ и ρ_1 — плотности сред).

Видно, что в случае резкой границы раздела мнимый сдвиг при докритических ($\zeta_0 < n$) углах падения имеет один порядок величины с вещественным сдвигом при закритических ($\zeta_0 > n$) углах падения и может быть велик по сравнению с длиной волны. "Смешивание" вещественного и мнимого сдвига может происходить при околокритических углах падения и в поглощающей среде.

3. Теперь осталось проследить, как именно мнимый сдвиг изменяет структуру отраженного поля. Действительно, хотя мнимый сдвиг и не зависит, подобно вещественному, от профиля пучка, чувствительность пучка по отношению к мнимому сдвигу, как станет ясно из дальнейшего, зависит от его профиля.

Сразу отметим два обстоятельства. Во-первых, мнимый сдвиг в отличие от вещественного в принципе может исказить профиль интенсивности пучка, поскольку операция комплексного сопряжения не сохраняет (в общем случае) аналитичность функций.

Во-вторых, хорошо известна [9] тесная связь мнимых сдвигов волновых пучков с изменением направления их распространения, т.е. с поворотом пучков в пространстве; так, для гауссова пучка мнимый сдвиг в направлении, перпендикулярном его оси, приводит к отклонению направления его распространения от первоначального, причем положение перетяжки пучка в пространстве при этом не изменяется [10]. Ясно, что роль мнимого сдвига будет относительно велика в дальней зоне пучка (линейное отклонение увеличивается с удалением от перетяжки пучка) и мала вблизи перетяжки.[1]

Итак, пусть на границу раздела падает хорошо определенный волновой пучок[2] $E_{\text{пад}} e^{i\omega t}$, где

$$E_{\text{пад}} = A_{\text{пад}}(x_+, y_+, z_+) \exp(-ikz_+). \tag{4}$$

Тогда для отраженного пучка $E_{\text{отр}} e^{i\omega t}$ в рамках "неоклассического" приближения имеем

$$E_{\text{отр}} = V(\zeta_0)\, A^{(s)}_{\text{отр}}(x_-, y_-, z_-) \exp(-ikz_-), \tag{5}$$

где

[1] Если только рассматриваемый пучок вообще имеет перетяжку, т. е. область, в которой его фазовый фронт близок к плоскому.

[2] Мы для определенности рассматриваем случай электромагнитных волн. Состояние поляризации пучка считается фиксированным (P- или S-поляризация), поэтому мы оперируем скалярными амплитудами.

$$A^{(s)}_{\text{отр}}(x_-, y_-, z_-) = A_{\text{отр}}(x_-, y_- - \Delta\cos\theta_0\,, z_- - \Delta\sin\theta_0)\,,$$

$$A_{\text{отр}}(x_-, y_-, z_-) = A_{\text{пад}}(x_-, -y_-, z_-)\,. \tag{6}$$

В (4)—(6) $A_{\text{пад}}$ и $A_{\text{отр}}$, $A^{(s)}_{\text{отр}}$ — плавно изменяющиеся в пространстве (квазиоптические) амплитуды падающего и отраженного пучков ($A^{(s)}_{\text{отр}}$ с учетом сдвига, $A_{\text{отр}}$ без учета, т. е. в предположении $V = V(\zeta_0) = \text{const}$, когда $A_{\text{пад}}$ и $A_{\text{отр}}$ — одна и та же функция разных аргументов с точностью до замены знака перед вторым аргументом), граница сред обозначена $z = 0$ (ось z направлена в сторону среды, в которой распространяется пучок), плоскость падения пучка обозначена zy, комплексный сдвиг Δ [1] определен формулой (1). Геометрооптический закон отражения учтен в (4)—(6) выбором "лучевых" систем координат для падающего $(0x_+y_+z_+)$ и отраженного $(0x_-y_-z_-)$ пучков $(x_\pm = x$, $y_\pm = \mp y\cos\theta_0 - z\sin\theta_0$, $z_\pm = y\sin\theta_0 \mp z\cos\theta_0)$, сдвиг вдоль оси z_- в (5) появился в результате разложения сдвига Δ вдоль оси у по осям y_- и z_-.

Рассмотрим в качестве простого примера осесимметричный гауссов пучок [3], распространяющийся (в своей собственной "лучевой" системе координат) вдоль оси z_+

$$A_{\text{пад}} = \frac{\exp\left(-\dfrac{x_+^2 + y_+^2}{a^2(1 - iD(z_+))}\right)}{a^2(1 - iD(z_+))}\,, \tag{7}$$

где a — ширина пучка в перетяжке (в фокусе), расположенной при $z = z_n$; $D(z_+) = 2(z_+ - z_n)/(ka^2)$ — дифракционная длина.

Тогда для отраженного пучка (в его собственной "лучевой" системе координат) имеем (5), где

$$A^{(s)}_{\text{отр}} = \frac{\exp\left(-\dfrac{x_-^2 + (y_- - y_c(z_-))^2}{a_s^2(1 - iD_s(z_-))}\right)}{a_s^2(1 - iD_s(z_-))}\exp\left(-i\Delta\theta k y_- + i\Delta\theta^2 k(z - z_{ns})/2\right)\times$$

$$\times\exp(\Delta\theta^2 k^2 a_s^2/4)\,. \tag{8}$$

В (8) $D_s(z_-) = 2(z - z_{ns})/(ka_s^2)$ — дифракционная длина, a_s и z_{ns} — "перенормированные" вследствие сдвига вдоль оси, z_- — ширина пучка в перетяжке и положение перетяжки вдоль оси z_-, $y_c(z_-)$ и $\Delta\theta$ — возникающие вследствие сдвига вдоль оси y_- линейное и угловое отклонения оси пучка от ее геометрооптического положения $(y_- = 0)$,

$$a_s^2 = a^2 - 2\Delta_i\sin\theta_0/k\,,$$

$$z_{ns} = z_n + \Delta_r\sin\theta_0\,,$$

$$y_c(z_-) = (\Delta_r - \Delta_i D_s(z_-))\cos\theta_0 = \Delta_r\cos\theta_0 + \Delta\theta(z_- - z_{ns})\,,$$

---

[1] Для общности рассматривается случай комплексного Δ. В случае резкой границы двух непоглощающих сред Δ либо вещественно ($\zeta_0 > n$), либо мнимо ($\zeta_0 < n$).

$$\Delta\theta = -2\Delta_i \cos\theta_0/(ka_s^2) = \frac{\partial y_c(z_-)}{\partial z_-}. \tag{9}$$

Из (8), (9) видно, что мнимый сдвиг приводит не только к отклонению направления распространения пучка от предписываемого геометрической оптикой, но и к изменению его "внутренних" параметров (например, ширины пучка). Впрочем, в пределах применимости "неоклассического" приближения изменение параметров пучка, как нетрудно убедиться, не может быть велико. Поэтому, не углубляясь в обсуждение вопроса о целесообразности и допустимости учета "перенормировки" внутренних параметров пучка за счет мнимого сдвига (этот вопрос должен решаться индивидуально в зависимости от специфики задачи[1]) рассмотрим лишь вопрос об относительной значимости вещественного и мнимого сдвигов в деле отклонения оси пучка $y_c(z_-)$ от предписываемого геометрической оптикой значения $y_c = 0$.

Очевидно, $y_c(z_-) = y_{c\,\text{вещ}} + y_{c\,\text{мн}}(z_-)$, где $y_{c\,\text{вещ}} \equiv \Delta_r \cos\theta_0$, $y_{c\,\text{мн}} \equiv -\Delta_i \cos\theta_0 \times D_s(z_-)$. Как и следовало ожидать, при сопоставимых Δ_i и Δ_r роль мнимого сдвига по сравнению с вещественным мала вблизи перетяжки пучка $(D_s << 1)$, заметна во френелевской зоне [9] $(D_s \sim 1)$ и велика в дальней зоне $(D_s >> 1)$. Если, как это часто делается при обсуждении эффекта Гооса—Хенхен, иметь в виду поле отраженного пучка на границе раздела, то под D_s в (9) следует понимать значение дифракционной длины пучка на границе раздела $D_{s\,\text{гр}} \simeq -2z_n/(ka^2)$ (z_n — расстояние от перетяжки пучка до точки отражения); если пучок сфокусирован на границу раздела, то $D_{s\,\text{гр}} << 1$ и мнимый сдвиг на границе раздела не проявляется; в противном случае мнимый сдвиг необходимо учитывать. Например, возвращаясь к конкретному случаю отражения от резкой границы (2), (3), имеет для сдвига оси пучка на границе раздела при соответственных докритических ($\zeta_0 = n - \delta\zeta$) и закритических ($\zeta_0 = n + \delta\zeta$) значениях угла падения

$$\frac{y_c(n-\delta\zeta)}{y_c(n+\delta\zeta)} = -\frac{z_n}{z_k}, \quad z_k = ka^2/2, \tag{10}$$

гдк z_k — конфокальный параметр пучка [11].

Сравнивая сдвиг пучка $y_c(z_-)$ с его текущей шириной в сечении $z_- a_s(z_-) = a_s\sqrt{1 + D_s^2(z_-)}$, получим

$$\frac{y_c(z_-)}{a_s(z_-)} = \frac{\Delta_r \cos\theta_0}{a_s\sqrt{1 + D_s^2(z_-)}} - \frac{\Delta_i \cos\theta_0}{a_s}\frac{D_s(z_-)}{\sqrt{1 + D_s(z_-)}}. \tag{11}$$

Из (11) видно, что при $\Delta_r \sim \Delta_i$ вещественный сдвиг проявляется вблизи перетяжки пучка и малозаметен в дальней зоне, а мнимый сдвиг не проявляется вблизи перетяжки, зато его роль стабильна в дальней зоне: при $D_s(z_-)$, $z_- > \pm\infty$ $y_c(z_-)/a_s(z_-) \to \mp\Delta_i \cos\theta_0/a_s = \text{const}$.

4. В заключение обсудим случай, когда в угловую апертуру пучка попадает угол полного внутреннего отражения. Ясно, что в этом случае и классическое, и "неоклассическое" приближения неприменимы и необходимо, как это делается в [4], предпринимать прямое вычисление характеристик отраженного пучка. При этом следует иметь в виду, что в этом случае в процессе отражения будет одновременно задействован и вещественный, и мнимый сдвиги, что не может не привести к связанному с мнимым сдвигом изменению направления распространения пучка по сравнению с геометрооптическим. Поэтому приведенные в [4] результаты расчетов поля отраженного пучка на границе раздела в условиях

[1] Удержание тех или иных поправок определяется конкуренцией двух независимых малых параметров $(ka)^{-1} << 1$ (квазиоптика) и $\Delta/a << 1$ (применимость "неоклассического" приближения).

неприменимости классического приближения оставляют открытым вопрос о структуре отраженных пучков вдали от поверхности раздела (применение геометрической оптики для "продолжения" "поверхностных" результатов [4] в пространство в случае неприменимости классической теории [1, 2] недопустимо).

Что же касается сформулированного и подтвержденного конкретными расчетами в [4] вывода об отсутствии сдвига Гооса—Хенхен на поверхности раздела для достаточно остронаправленных волновых пучков при закритических углах падения, то следует иметь в виду, что этот вывод (вместе с разобранными в [4] примерами) относится к частному случаю сфокусированности пучка на границу раздела (в терминах [4] это обстоятельство фиксируется как случай слабой деформации пучка при распространении к отражающей границе и проявляется в рассмотрении пучков с плоским фазовым фронтом, что допустимо лишь вблизи перетяжки (фокуса) пучка).[1]

Действительно, вблизи перетяжки пучка его мнимый сдвиг не приводит к сдвигу профиля интенсивности пучка (для гауссова пучка это показано в разделе 3; в общем случае это утверждение следует из справедливого для любой вещественной функции $f(x)$ соотношения $|f(x+i\Delta x)|^2 = |f(x)|^2 + O(\Delta x^2) \simeq |f(x)|^2$). В более общем случае, когда пучок не сфокусирован в точности на границу раздела, такой вывод, как показано в разделе 3, несправедлив.

Список литературы

[1] *Бреховских Л. М.* // УФН. 1953. Т. 50. № 4. С. 539—576.
[2] *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
[3] *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
[4] *Годин О. А.* // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 11. С. 2094—2103.
[5] *Годин О. А.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 1. С. 17—25.
[6] *Годин О. А.* // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 31—36.
[7] Радиотехнические цепи и сигналы / Под ред. К. А. Самойло. М.: Радио и связь, 1982. 528 с.
[8] *Бухман Н. С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 8. С. 912—918.
[9] *Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З.* Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982. 272 с.
[10] *Бухман Н. С., Гутман А. Л.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 1. С. 163—165.
[11] *Пахомов И. И., Цибуля А. Б.* Расчет оптических систем лазерных приборов. М.: Радио и связь, 1986. 152 с.

Плодоовощной институт им. И. В. Мичурина
Воронеж

Поступило в Редакцию
20 марта 1991 г.

[1] Даже самый остронаправленный пучок наряду с ближней зоной имеет также промежуточную и дальнюю.