09

СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА В ПОЛЕ ОНДУЛЯТОРА ИЛИ ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

Н. С. Гинзбург

Рассмотрена неустойчивость сверхизлучательного типа, реализующаяся при движении электронного сгустка конечной длины в поле ондулятора или поле электромагнитной волны накачки. Показан беспороговый характер неустойчивости и определены ее инкременты. В результате развития неустойчивости происходит бунчировка частиц сгустка и их когерентное излучение на частотах, близких к частотам индивидуального излучения (рассеяния) частиц. При поступательной скорости сгустка, близкой к скорости света, частота высокочастотной компоненты излучения (в направлении поступательного движения) может существенно превосходить частоту осцилляций частиц.

1. В квантовой электронике хорошо известен эффект сверхизлучения Дике [1, 2], при котором ансамбль инвертированных двухуровневых молекул в результате развития индуцированных процессов когерентно излучает электромагнитный импульс. Как показано в ряде работ [3—6], классическим аналогом эффекта сверхизлучения могут служить излучательные неустойчивости в пространственно локализованных ансамблях электронов-осцилляторов с бесконечным (в пренебрежении столкновениями) временем жизни. В частности, неустойчивость сверхизлучательного типа может развиваться при движении электронного сгустка в ондуляторном поле [3, 5] или воздействии на него интенсивной электромагнитной волны накачки.

Настоящая работа посвящена исследованию линейной стадии сверхизлучательных процессов в указанных системах. Показано, что в сопровождающей системе отсчета, в которой электронный сгусток как целое покоится, а отдельные частицы осциллируют под действием внешней волны накачки, в сгустке развивается беспороговая излучательная неустойчивость. Частота излучения с точностью до плазменной частоты близка к частоте колебаний частиц в различных направлениях. В лабораторной системе отсчета, относительно которой сгусток движется, благодаря эффекту Допплера излучение будет разночастотным и его частота примерно соответствовать частоте спонтанного индивидуального излучения частиц в направлении наблюдения. Однако в отличие от обычного некогерентного спонтанного излучения, обусловленного случайными флуктуациями плотности электронов в сгустке, а также наличием фронтов импульса тока, обсуждаемое излучение вызвано развитием группировки электронов внутри сгустка и в этом смысле является когерентным, а потому и более интенсивным.

2. Рассмотрим одномерную модель. Допустим, что электронный сгусток представляет собой слой, безграничный в x-, y-направлениях и имеющий ширину b в z-направлении. Пусть электронный слой движется вдоль оси z с поступательной скоростью $v_{\|} = \beta_{\|}c$. Предположим, что на указанный слой электронов воздействует интенсивная плоская волна накачки, распространяющаяся навстречу поступательному движению частиц и задающаяся вектор-потенциалом,

$$\mathrm{A}_i = \mathrm{Re}\left[\mathrm{y}_0 A_i e^{i(\omega_i t + k_i z)}\right]. \tag{1}$$

В частном случае $\omega_i = 0$, $k = 2\pi/d$, d — период ондулятора, волна накачки может представлять собой периодическое магнитостатическое поле.

Дальнейшее рассмотрение проведем в сопровождающей системе отсчета K', движущейся с невозмущенной поступательной скоростью электронов. В этой системе отсчета поле, излучаемое (рассеиваемое) электронной плазмой, осциллирующей в поле накачки (1), может быть представлено в виде

$$\mathbf{A}'_s = \mathrm{Re}[\mathbf{y}_0 A'_s(z') e^{i\omega'_s t'}]. \tag{2}$$

Совместное воздействие на электроны полей (1), (2) при выполнении условий резонанса $\omega'_s \simeq \omega'_i$ ($\omega'_i = (\omega_i + k_i v_\parallel)\gamma$, $\gamma = (1 - \beta_\parallel^2)^{-1/2}$) приведет к возникновению усредненной пондеромоторной силы и развитию продольной группировки электронов в слое. С учетом силы кулоновского расталкивания частиц E_z продольное движение в линейном приближении опишется уравнениями

$$\frac{\partial v'_z}{\partial t'} = -\frac{e^2}{2m^2c^2}\frac{\partial}{\partial z'}\mathrm{Re}[A'_s A_i^{*\prime} e^{i((\omega'_s - \omega'_i)t' - k'_i z')}] + \frac{e}{m}E'_z, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t'} + \rho'_0 \frac{\partial v'_z}{\partial z'} = 0, \tag{4}$$

где ρ'_0 — невозмущенная плотность электронов слоя, ρ' — возмущения этой величины.

В предположении, что невозмущенный статический заряд электронов скомпенсирован ионным фоном, для кулоновского поля имеем

$$\frac{\partial E'_z}{\partial z'} = 4\pi\rho'. \tag{5}$$

Представляя кулоновское поле, а также возмущения продольной скорости и плотности в виде

$$E'_z;\ V'_z, \rho' = \mathrm{Re}[\widehat{E}'_z(z');\ V'_z(z'), \widehat{\rho}'(z') e^{i[(\omega'_s - \omega'_i)t' - k'_i z]}],$$

для амплитуды модуляции плотности имеем

$$\widehat{\rho}' = -\frac{e^2\rho'_0}{2m^2c^2[(\omega'_s - \omega'_i)^2 - \omega'^2_p]}\left(\frac{\partial}{\partial z'} - ik'_i\right)^2 A'_s A'^*_i, \tag{6}$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi e\rho_0/m}$ — электронная плазменная частота.

Амплитуда рассеиваемого поля может быть найдена из волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 A'_s}{\partial z'^2} + \frac{\omega'^2_s}{c^2}A'_s = -\frac{4\pi}{c}j'_y \tag{7}$$

со следующими излучательными граничными условиями на концах электронного слоя:

$$\left[\frac{\partial A'_s}{\partial z'} + i\frac{\omega'_s}{c}A'_s\right]\Bigg|_{z' = b'} = 0, \quad \left[\frac{\partial A'_s}{\partial z'} - i\frac{\omega'_s}{c}A_s\right]\Bigg|_{z' = 0} = 0, \tag{8}$$

где $b' = b\gamma$ — ширина слоя в сопровождающей системе отсчета.

Входящая в правую часть (7) поперечная компонента электронного тока на частоте ω'_s определяется соотношением

$$j'_y = -\frac{e}{mc}\left(\rho'_0 A'_s + \frac{1}{2}\rho' A'_i\right). \tag{9}$$

Подставляя (9) с учетом (6) в (7), приведем последнее уравнение к виду

$$\frac{\partial^2 A'_s}{\partial z'^2} + \frac{\omega'^2_s - \omega'^2_p}{c^2} A_s' = -\frac{\omega'^2_p \alpha'^2_i}{4[(\omega'_s - \omega'_i)^2 - \omega'^2_p]} \left(\frac{\partial}{\partial z'} - ik'_i\right)^2 A'_s \,. \qquad (10)$$

Решение уравнения (10) следует искать в виде

$$A'_s = C_1 e^{ik'_{s1} z'} + C_2 e^{ik'_{s2} z'} \,, \qquad (11)$$

где $C_{1,2}$ — произвольные постоянные; $k'_{s1,2}$ — корни вытекающего из (11) дисперсионного уравнения

$$\left[k'^2_s - \frac{\omega'^2_s}{c^2} + \frac{\omega'^2_p}{c^2}\right]\left[(\omega'_s - \omega'_i)^2 - \omega'^2_p\right] = -\frac{\omega'^2_p \alpha'^2_i}{4}(k'_s - k'_i)^2 \,. \qquad (12)$$

Подставляя (11) в граничные условия (8), приходим к характеристическому уравнению, определяющему собственные частоты колебаний слоя,

$$e^{i(k'_{s1} - k'_{s2})b'} = \frac{(k'_{s1} - \omega'_s/c)\,(k'_{s2} + \omega'_s/c)}{(k'_{s1} + \omega'_s/c)\,(k'_{s2} - \omega'_s/c)} \,. \qquad (13)$$

Наша задача состоит в доказательстве существования нарастающих по времени $\mathrm{Im}\,\omega_s < 0$ собственных мод рассматриваемой системы. Далее удобно перейти к безразмерным обозначениям

$\bar{k}_{1,2} = k'_{s1,2} c/\omega'_i$, $\quad \Omega = \omega'_s/\omega'_i$, $\quad q = \omega'_p/\omega'_i$, $\quad \bar{k}_i = k'_i c/\omega'_i$, $p = \omega'_p/\omega'_i\, \alpha'_i/\alpha$, $\alpha'_i = eA'_i/mc^2$, $\delta = 1 - \Omega$, в которых дисперсионное уравнение (12) приобретает вид

$$\bar{k}^2[\delta^2 - q^2 + p^2] - 2p^2\bar{k}_i\bar{k} + [-\Omega^2 + q^2]\,[\delta^2 - q^2] + p^2\bar{k}_i^2 = 0 \,. \qquad (14)$$

Естественно предположить, что частоты собственных мод системы сдвинуты от частоты поля накачки на величину порядка редуцированной плазменной частоты, т.е.

$$\delta = \pm\sqrt{q^2 - p^2} + \varepsilon \,, \ |\varepsilon| << \sqrt{q^2 - p^2} = \frac{\omega'_p}{\omega'_i}\sqrt{1 - \alpha'^2_i/4} \,. \qquad (15)$$

В таком предположении волновые числа двух нормальных волн системы, согласно (14), даются соотношениями

$$\bar{k}_1 = [1 \pm \sqrt{q^2 - p^2} - p^2/\alpha + (\bar{k}_i^2 - 1)/2]/\bar{k}_i \,, \qquad (16)$$

$$\bar{k}_2 = \pm\frac{p^2\bar{k}_i}{\varepsilon\sqrt{q^2 - p^2}} - \bar{k}_1 \,. \qquad (17)$$

Соответственно предполагая $|\bar{k}_2| >> 1$, приведем характеристическое уравнение (13) к виду

$$R = \exp[\mp ip^2\bar{k}_i\bar{b}/\varepsilon\sqrt{q^2 - p^2} + 2i\bar{k}_1\bar{b}] \,, \qquad (18)$$

где

$$R = \frac{\bar{k}_1 \mp \sqrt{q^2 - p^2} - 1}{\bar{k}_1 \pm \sqrt{q^2 - p^2} + 1}, \quad \bar{b} = b'\omega_i/c. \tag{19}$$

Если плотность слоя достаточно мала $q,p << 1$, а приведенное волновое число волны накачки близко к единице (например, при ондуляторной накачке и поступательной скорости сгустка, близкой к скорости света; $k'_i = \gamma k_i$, $\omega'_i = \gamma\beta_{||}k_1$ и $\bar{k}_i^2 - 1 = \gamma^{-2} << 1$), эффективный коэффициент отражения

$$R \simeq \pm \sqrt{q^2 - p^2}\,(\bar{k}_i - 1)/2 - p^2/4\,, \quad |R| << 1\,. \tag{20}$$

Решения (18) для величины ε даются соотношениями

$$\varepsilon = \pm \frac{ip^2\bar{k}_i\bar{b}(|\ln|R|| - 2i\bar{k}_1\bar{b} - 2\pi i n - i\varphi)}{\sqrt{q^2 - p^2}\,[|\ln|R||^2 + (2\bar{k}_1\bar{b} + 2\pi n + \varphi)^2]}, \tag{21}$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$, $\varphi = \arg R$.

Очевидно, использованное выше предположение $|\varepsilon| << \sqrt{q^2 - p^2}$ выполнено, если ширина слоя достаточно мала

$$p^2\bar{b}/(q^2 - p^2)|\ln|R|| << 1\,. \tag{22}$$

С учетом соотношений (15), (21) для собственных частот колебаний слоя имеем

$$\omega'_{sn} = \omega'_i\left[1 \mp \sqrt{q^2 - p^2} \mp \frac{ip^2\bar{k}_i\bar{b}(|\ln|R|| - 2i\bar{k}_1\bar{b} - 2\pi i n - i\varphi)}{\sqrt{q^2 - p^2}\,[|\ln|R||^2 + (2\bar{k}_1\bar{b} + 2\pi n + \varphi)^2]}\right]. \tag{23}$$

Верхний знак в (23) соответствует нарастающим по времени модам, из которых максимальным инкрементом обладает мода $n = 0$,

$$\mathrm{Im}\,\omega'_{\max} \simeq \frac{\omega'_p\omega'_i b'\alpha'^2_i}{4\sqrt{1 - \alpha'^2_i/4c|\ln|R||}}. \tag{24}$$

Важно подчеркнуть беспороговый характер неустойчивости.[1]

Подставляя соотношение (21) в (17), получим

$$\bar{k}_{2n} = \bar{k}_1 + \frac{2\pi n - \varphi}{\bar{b}} - \frac{i|\ln|R||}{\bar{b}}. \tag{25}$$

Следовательно, фазовые скорости обеих нормальных волн направлены в отрицательном направлении оси z: $\mathrm{Re}k_{1,2} > 0$, но групповые скорости этих волн взаимно противоположны: групповая скорость волны с индексом 2 направлена в положительном направлении оси z, т. е. в направлении нарастания этой волны.

С учетом вытекающего из граничных условий (8) соотношения между амплитудами нормальных волн

$$C_1/C_2 = -(\bar{k}_2 - \Omega)/(\bar{k}_1 - \Omega) \tag{26}$$

для величины потока электромагнитной энергии основной моды $n = 0$ имеем

[1] Беспороговый характер неустойчивости при наличии потерь на излучение обусловлен бесконечным временем жизни электрона в области взаимодействия с ВЧ полем. Заметим для сравнения, что в ЛСЭ генераторах с внешними резонаторами самовозбуждение носит пороговый характер, поскольку электрон живет в резонаторе конечное время (время пролета).

$$S' = \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}[E'_g H'^*_x] = \frac{\omega'_i}{8\pi}\mathrm{Im}[A'_s \partial A'^*_s/\partial z'] =$$

$$= \omega\frac{'^2_i}{8\pi c}|C_1|^2[2|R|^{(1-\bar{z}^{-1}/\bar{b})} - 1]\exp(2|\mathrm{Im}\omega'_s|t'). \qquad (27)$$

Согласно (27), поток энергии при $\bar{z}' < \bar{z}'_* = 1 - \ln\frac{1}{2}/\ln|R|$, т. е. при $|R| \ll 1$ на большей части длины слоя, направлен в отрицательном направлении оси $\bar{z}'$ и только на небольшом участке $\bar{z}' > \bar{z}'_*$ в положительном направлении. Тем не менее поток энергии, излучаемый слоем, в сопровождающей системе отсчета в положительном направлении оси z' несколько превосходит величину, излучаемую в противоположном,

$$|S'||_{\bar{z}'=\bar{b}}/|S'||_{\bar{z}'=0} = \frac{1}{1-2|R|}. \qquad (28)$$

3. Рассмотрим теперь сверхизлучение движущегося электронного слоя в лабораторной системе k. Если в сопровождающей системе отсчета частоты, излучаемые слоем, в $\pm z'$-направлениях совпадали и определялись соотношениями (23), то в лабораторной системе при поступательной скорости сгустка $v_{\|}$, близкой к скорости света, эти частоты будут существенно отличаться

$$\omega^{+}_{sn} = \gamma(1 \pm \beta_{\|})\,\mathrm{Re}\,\omega'_{sn},$$

$$\omega^{+}_{s} = (n=0) \simeq \frac{1}{(1\mp\beta_{\|})}\left[\omega_i + k_i v_{\|} - \frac{\omega_p}{\gamma^{3/2}}\sqrt{1-\alpha_1^2/4}\right]. \qquad (29)$$

Соответственно мощность, излучаемая слоем в положительном направлении оси z, будет существенно превосходить мощность, излучаемую в противоположном направлении,

$$\frac{P^+}{P^-} = \frac{1+\beta}{1-\beta}\,\frac{|S'|\,\big|_{z'=b'}}{|S'|\,\big|_{z'=0}} \simeq 4\gamma^2. \qquad (30)$$

С учетом движения источника [7] потоки электромагнитной энергии (вектора Пойнтинга) через неподвижные площадки, расположенные слева и справа от источника, будут еще более различаться

$$\frac{S^+}{S^-} = \frac{(1+\beta)^2}{(1-\beta)^2}\,\frac{|S'|\,\big|_{z'=b'}}{|S'|\,\big|_{z'=0}} \simeq 16\gamma^4. \qquad (31)$$

Таким образом, в лабораторной системе отсчета основная доля энергии излучения будет сосредоточена в коротковолновой компоненте. Очевидно, что главным источником энергии излучения является энергия поступательного движения частиц.

4. Исследованная выше сверхизлучательная неустойчивость будет проявляться в реальном эксперименте, если выполнено условие

$$|\mathrm{Im}\,\omega'_s|\,T' \gg 1, \qquad (32)$$

где $T' = L/c\,\gamma^{-1}$, L — длина области накачки (длина ондулятора) в лабораторной системе отсчета.

Сделаем оценку инкрементов сверхизлучательной неустойчивости применительно к электронному сгустку, формируемому в стэнфордском линейном ускорителе [8]: $b \simeq 1$ мм, $\gamma \simeq 85$, $\omega_p = 7\cdot 10^9\ \mathrm{c}^{-1}$. При параметре ондуляторности $\alpha_i \simeq 1$ и периоде ондулятора $d = 3$ см ($\omega'_i \simeq 5\cdot 10^{12}\ \mathrm{c}^{-1}$) для основной моды получаем

$$\left|1 - \frac{\mathrm{Re}\,\omega'_s}{\omega'_i}\right| \simeq 1.2\cdot 10^{-4}, \quad |\mathrm{Im}\,\omega'_s| \simeq 1.5\cdot 10^{10}\ \mathrm{c}^{-1}.$$

Таким образом, нарастание возмущений в e раз будет иметь место при длине ондулятора $L \sim 1.7$ м. На полной длине ондулятора $L \sim 5$ м, использованного в эксперименте [8], возмущения нарастут в e^3 раз. Заметим, однако, что эта оценка по формуле (24) носит экстраполяционный характер, поскольку в рассматриваемом примере $\bar{b} = 1.4\cdot 10^3$, $|R| \simeq 2.5\cdot 10^{-9}$ и условие применимости (22) указанной формулы нарушено.

Рассмотрим теперь пример сверхизлучательной неустойчивости при воздействии на сгусток электромагнитной волны накачки СВЧ диапазона. Пусть интенсивность поля накачки ~ 1.6 гВт/см^2 ($\alpha_i \simeq 0.25$), длина волны $\lambda_i = 1$ см, протяженность сгустка $b = 1$ см, энергия частиц 2 Мэв ($\gamma = 5$), плотность частиц $\rho_0 = 10^{12}$ см$^{-3}$ ($\omega_p = 5.6\cdot 10^{10}\ \mathrm{c}^{-1}$). При значениях параметров $\bar{b} = 3\cdot 10^2$, $R = 6\cdot 10^{-7}$ и для инкремента неустойчивости в сопровождающей системе отсчета из (24) имеем $\mathrm{Im}\,\omega'_s = 8.5\cdot 10^9\ \mathrm{c}^{-1}$. Следовательно, в лабораторной системе отсчета нарастание колебаний в e раз будет иметь место при пролете сгустков расстояния $L \sim 12$ см. Длина коротковолновой компоненты излучения составит ~ 0.01 см.

Список литературы

[1] *Dicke R. H.* // Phys. Rev. 1954. Vol. 93. N 6. P. 99—108.
[2] *Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В.* // УФН. 1989. Т. 159. № 2. С. 194—260.
[3] *Bonifacio R. H., Maroli C., Piovella N.* // Opt. Comm. 1988. Vol. 68. N 5. P. 369—375.
[4] *Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 24. № 9. С.1095—1116.
[5] *Гинзбург Н. С.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т.14. Вып. 5. С. 440—444.
[6] *Гинзбург Н. С., Зотова И. В.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 14. С.83—87.
[7] *Железняков В. В.* Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977.
[8] *Deacon D. A. G., Elias K. L. R., Madey J. M. J.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1077. Vol. 38. N 16. P. 892—894.

Институт прикладной физики РАН
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию
2 июля 1990 г.
В окончательной редакции
7 марта 1991 г.