

01; 09; 10
© 1992 г.

ФОКУСИРОВКА РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПУЧКА ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ВИГГЛЕРА

Н. В. Смоляков

В общем виде рассмотрена фокусировка релятивистского пучка частиц в магнитном поле плоского вигглера. Получены аналитические выражения для горизонтального и вертикального фокусных расстояний вигглера. Показано, что сумма обратных фокусных расстояний вигглера практически не зависит от величины поперечного развала поля (вызванного конечной шириной магнитных полюсов). Рассчитано влияние сильнопольевого сверхпроводящего вигглера на частоты бетатронных колебаний накопителя электронов "Сибирь-2".

Введение

Для генерации жесткого электромагнитного излучения широко используются плоские вигглеры и ондуляторы, устанавливаемые в прямолинейном промежутке накопителя электронов и создающие знакопеременное магнитное поле [1, 2]. Влияние вигглера и ондулятора на динамику пучка не имеет принципиальных различий, поэтому в дальнейшем ондулятор будет рассматриваться как частный случай вигглера с относительно слабым периодическим полем и большим числом периодов. Магнитное поле вигглера должно оказывать минимальное воздействие на динамику пучка накопителя. Симметричность вигглера относительно горизонтальной плоскости идеальной замкнутой орбиты накопителя позволяет избежать смещения пучка в вертикальном направлении. Для компенсации смещения идеальной замкнутой орбиты по горизонтали требуется, чтобы интеграл вертикальной компоненты поля вигглера вдоль этой орбиты был равен нулю. Обычно еще налагается условие симметрии магнитного поля вигглера относительно вертикальной плоскости, которая проходит через середину вигглера и перпендикулярна пучку накопителя. Для выполнения этих двух требований по краям вигглера с полудельным числом периодов устанавливаются дополнительные корректирующие полюса с половинным магнитным полем [3].

Магнитное поле вигглера обладает фокусирующими свойствами в горизонтальном и вертикальном направлениях. Это приводит к соответствующим сдвигам частот бетатронных колебаний. Горизонтальная фокусировка вызвана поперечным развалом поля — неоднородностью магнитного поля в горизонтальном направлении, перпендикулярно направлению движения пучка. Эта неоднородность обусловлена конечной шириной магнитных полюсов. Вертикальная фокусировка вызвана как развалом магнитного поля, так и краевой фокусировкой.

В общем случае проблема устойчивости движения пучка частиц в неоднородном магнитном поле представляет собой весьма сложную задачу (см. монографии [4, 5] и приведенные там ссылки). Вместе с тем механизмы фокусировки пучка частиц в поворотном магните синхротрона (градиентная и краевая фокусировки) изучены достаточно подробно [4—6]. С использованием механизма краевой фокусировки в [7] получена оценка величины вертикального фокусного расстояния трехполюсного вигглера. При этом его магнитное поле для простоты аппроксимировалось кусочно-постоянной функцией с резкими границами. В [8] проведен более подробный анализ фокусирующих свойств плоского периодического

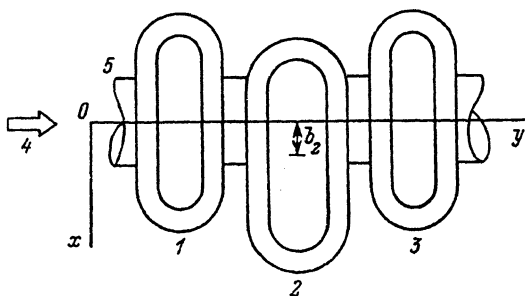


Рис. 1. Схема трехполюсного витглера (вид сверху).

1—3 — магнитные полюса с обмотками, 4 — пучок электронов, 5 — вакуумная камера.

магнитного поля витглера. Изменения сдвигов частот бетатронных колебаний, вносимых витглером с широкими полюсами (так что развалом поля можно пренебречь), показали хорошее согласие с расчетами [7, 9, 10]. Однако в [7, 8] не рассматривалось влияние поперечного развала поля витглера на его фокусирующие свойства, так что полученные в этих работах результаты справедливы только для витглера с бесконечно широкими полюсами. Влияние витглера с большим числом периодов синусоидального магнитного поля (с учетом постоянного поперечного

развала поля) на динамику пучка накопителя рассмотрено в [11, 12]. Аналогичный анализ для случая трехполюсного витглера был приведен в [13]. Магнитное поле каждого из трех полюсов витглера аппроксимировалось соответствующими участками синусоид, величина развала поля витглера полагалась постоянной, не зависящей от продольной координаты. Влияние фокусирующих свойств синусоидального поля витглера на характеристики лазера на свободных электронах рассмотрено в [14].

Для накопителя электронов "Сибирь-2" [15—17] в ИАЭ им. И.В.Курчатова изготавливается плоский сверхпроводящий трехполюсный витглер с амплитудой магнитного поля до 11 Тл [18]. В [19] на основе численного решения уравнений движения частиц в магнитном поле этого витглера были рассчитаны сдвиги частот бетатронных колебаний. Полученные результаты показали недостаточную точность модельных расчетов, проведенных в [13]. Для анализа фокусирующих свойств витглера и выбора его оптимальной конструкции необходимо более детально учитывать форму магнитного поля витглера.

В данной работе в общем виде рассмотрена фокусировка релятивистского пучка частиц в витглере с магнитным полем произвольной формы. Получены аналитические выражения для фокусных расстояний витглера. Рассчитано влияние сверхпроводящего витглера на частоты бетатронных колебаний накопителя "Сибирь-2".

1. Интегральные уравнения движения частицы

Пусть магнитная система плоского витглера зеркально симметрична относительно горизонтальной плоскости xOy , пучок частиц движется в положительном направлении оси y (рис. 1). Магнитное поле $H(x, y, z)$ в плоскости $z = 0$ направлено вдоль оси z и описывается функцией $H_z(x, y)$. Пусть y_0, y_1 — начальная и конечная продольные координаты области магнитного поля, $L_1 = y_1 - y_0$ — ее длина, $H_z(x, y_0, 1) = 0$. Из уравнений Максвелла следует, что при малых z

$$H_x(x, y, z) = z \frac{\partial H_z(x, y)}{\partial x},$$

$$H_y(x, y, z) = z \frac{\partial H_z(x, y)}{\partial y},$$

$$H_z(x, y, z) = \left[1 - \frac{z^2}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] H_z(x, y). \quad (1)$$

Интегрируя уравнения движения частицы в магнитном поле, получим следующую систему интегральных уравнений:

$$\beta(t) = \beta(t_0) + \frac{e}{mc\gamma} \int_{t_0}^t [\beta(t') \times \mathbf{H}(r(t'))] dt',$$

$$r(t) = r(t_0) + c \int_{t_0}^t \beta(t') dt', \quad (2)$$

где e, m — заряд и масса частицы; γ — приведенная энергия ($\gamma \gg 1$); c — скорость света; $r(t)$ — траектория движения частицы; $\beta(t)$ — ее приведенная скорость.

Система уравнений (2) содержит уравнение для $y(t)$. Перейдем от независимой переменной t (время) к переменной y (продольная координата). В результате получим следующую точную систему интегральных уравнений:

$$\beta_x(y) = \beta_x(y_0) + q \int_{y_0}^y [H_z(r(y')) - H_y(r(y')) \cdot \operatorname{tg} \xi(y')] dy', \quad (3)$$

$$\xi(y) = \xi(y_0) + q \int_{y_0}^y \left\{ \frac{\beta_x(y')}{\beta^2 - \beta_x^2(y')} \left[H_z(r(y')) \operatorname{tg} \xi(y') + \right. \right.$$

$$\left. \left. + H_y(r(y')) \right] - \frac{H_x(r(y'))}{\sqrt{\beta^2 - \beta_x^2(y')} \cos \xi(y')} \right\} dy', \quad (4)$$

$$x(y) = x_0 + \int_{y_0}^y \frac{\beta_x(y')}{\sqrt{\beta^2 - \beta_x^2(y')} \cos \xi(y')} dy', \quad (5)$$

$$z(y) = z_0 + \int_{y_0}^y \operatorname{tg} \xi(y') dy', \quad (6)$$

где

$$q = \frac{e}{mc^2 \gamma}, \quad r(y) = \{x(y), y, z(y)\}, \quad \xi(y) = \arcsin \frac{\beta_z(y)}{\sqrt{\beta^2 - \beta_x^2(y)}}.$$

Выразим уравнения (3), (4) через $H_z(x, y)$ — распределение магнитного поля в медианной плоскости $z = 0$. Полагаем вертикальные размеры пучка много меньше, чем характерные размеры неоднородности поля. Пусть максимальный угол, на который отклоняется релятивистский пучок магнитным полем, мал $\beta_x^2 \ll 1$, $\beta_z^2 \ll 1$. Пренебрегая поправками порядка β_x^2 , β_z^2 , γ^{-2} , малыми по отношению к единице, и оставляя только ведущие слагаемые по z , получим из (1), (3) — (6)

$$\beta_x(y) = \beta_x(y_0) + q \int_{y_0}^y H_z(x(y'), y') dy', \quad (7)$$

$$x(y) = x_0 + \int_{y_0}^y \beta_x(y') dy', \quad (8)$$

$$\beta(y) = \beta_z(y_0) + q\beta_x(y) z(y) H_z(x(y), y) -$$

$$- q^2 \int_{y_0}^y z(y') H_z^2(x(y'), y') dy' - q \int_{y_0}^y z(y') \frac{\partial H_z(x = x(y'), y')}{\partial x} dy', \quad (9)$$

$$z(y) = z_0 + \int_{y_0}^y \beta_z(y') dy'. \quad (10)$$

Система интегральных уравнений (7)—(10) определяет траекторию релятивистской частицы в магнитном поле (1). Для нахождения $\beta_x(y)$ и $x(y)$ надо решать только уравнения (7), (8), не привлекая уравнений (9), (10). Поэтому $\beta_x(y)$, $x(y)$ не зависит от начальных условий $\beta_z(y_0), z_0$. Функции $z(y), \beta_z(y)$, вообще говоря, зависят от начальных условий $\beta_x(y_0), x_0$ (и, очевидно, зависят от $\beta_z(y_0), z_0$).

При выводе соотношений (7)—(10) не делалось никаких предположений относительно $H_z(x, y)$ — распределения магнитного поля в медианной плоскости вигглера, которое должно определяться на основе численных расчетов поля. Магнитное поле $H(x, y, z)$ в окрестности медианной плоскости, согласно (1), полностью определяется функцией $H_z(x, y)$ (что эффективно и учтено в (7)—(10)). Вместе с тем практически всегда для релятивистской частицы величина ее поперечного смещения $x(y)$ в поле вигглера много меньше характерного размера неоднородности этого поля вдоль оси x . В этом случае систему уравнений движения (7), (8) можно решать итерациями, пренебрегая в нулевом приближении зависимостью магнитного поля от x . Подставляя полученное таким образом нулевое приближение в правую часть уравнений (7), (8), найдем решения этих уравнений с учетом первой поправки. Повторяя при необходимости эту процедуру, найдем траекторию движения частицы в горизонтальной плоскости $x(y), \beta_x(y)$ с требуемой точностью. Используя эти решения, методом итераций по $z(y)$ можно решить уравнения (9), (10).

2. Фокусирующие свойства плоской магнитной системы

Сначала рассмотрим идеальную оптическую систему, обладающую аксиальной симметрией относительно главной оптической оси (ось y). Такая система отображает гомоцентрические пучки (пучки, все лучи которых пересекаются в одной точке) в гомоцентрические пучки. Рассмотрим луч, входящий в оптическую систему параллельно главной оптической оси с начальными поперечными координатами $x_0 = 0, \Delta z_0$. После прохождения оптической системы этот луч (или его продолжение) в фокусе пересечет главную оптическую ось под углом $\Delta\beta_z$. Продолжения двух участков траектории этого луча — до оптической системы и после нее пересекаются друг с другом в главной плоскости, которая перпендикулярна оптической оси. Фокусное расстояние f — расстояние от главной плоскости до соответствующего фокуса [20, 21]. Из вышесказанного следует соотношение $\Delta z_0 = -f \cdot \Delta\beta_z$.

Плоское магнитное поле (1) также обладает фокусирующими свойствами. Однако в общем случае проходящий в нем пучок заряженных частиц не только фокусируется, но и отклоняется. Поэтому в магнитном поле отсутствует прямая осевая траектория — главная оптическая ось. Отсутствие аксиальной симметрии приводит к астигматизму — различию фокусных расстояний в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Пусть в магнитное поле входит ламинарный пучок релятивистских частиц, расположенный в окрестности плоскости $z = 0$, имеющий достаточно малые поперечные размеры, а начальные скорости всех частиц параллельны оси y : $\beta(y_0) = \{0, \beta, 0\}$. Если начальные координаты такой частицы лежат в плоскости $z = 0$, то и вся траектория частицы лежит в этой плоскости. Рассмотрим бесконечно

тонкий слой частиц в плоскости $z = 0$. Под действием горизонтальной фокусировки все траектории этих частиц (или в случае дефокусировки продолжения траекторий) пересекутся в соответствующем фокусе. Через этот фокус вертикально (параллельно оси z) проходит прямая — фокальная линия. Поскольку уравнения движения в горизонтальной плоскости (7), (8) не зависят от z , то траектории всех частиц пучка (или соответственно их продолжения) независимо от z пересекаются с этой фокальной линией. Представляется естественным следующее определение горизонтального фокусного расстояния f_x (по аналогии с оптикой). Рассмотрим две частицы, чьи траектории лежат в плоскости $z = 0$, начальные скорости которых параллельны оси y , а начальные поперечные координаты соответственно равны $\{x_0, y_0, 0\}$ и $\{x_0 + \Delta x_0, y_0, 0\}$, Δx_0 мало. После прохождения магнитного поля их траектории пересекутся в фокусе под углом

$$\Delta\beta_x \approx \frac{\partial\beta_x(y_1)}{\partial x_0} \Delta x_0.$$

Из фокуса по касательным к этим траекториям проведем два отрезка такой одинаковой длины, что расстояние между их другими концами равно Δx_0 . Длина этих отрезков является горизонтальным фокусным расстоянием f_x . Поэтому

$$\frac{1}{f_x} = - \frac{\partial\beta_x(y_1)}{\partial x_0}. \quad (11)$$

Рассмотрим частицы ламинарного пучка, имеющие одинаковую начальную координату x_0 , но различные z_0 . Уравнения (7), (8) не зависят от z , поэтому совокупность траекторий этих частиц образуют по всей своей длине вертикальный бесконечно тонкий слой. Под действием вертикальной фокусировки эти траектории (или их продолжения) пересекутся в точке — вертикальном фокусе. Уравнения (9), (10) инвариантны относительно замены $\beta_z \rightarrow -\beta_z, z(y) \rightarrow -z(y)$, поэтому вертикальный фокус лежит в плоскости $z = 0$. Совокупность этих фокусов для различных x_0 образуют вторую фокальную линию, лежащую в плоскости $z = 0$. Отметим, что в общем случае она не параллельна оси x . Из рассуждений, аналогичных вышеприведенным, для вертикального фокусного расстояния f_z получим выражение

$$\frac{1}{f_z} = - \frac{\partial\beta_z(y_1)}{\partial z_0}. \quad (12)$$

В дальнейшем полагаем, что вертикальное фокусное расстояние f_z больше продольной длины магнитного поля L , а горизонтальное фокусное расстояние f_x много больше, чем L : $f_z > L, f_x \gg L$. Практически всегда эти условия выполняются.

Найдем выражение для горизонтального фокусного расстояния f_x . Продифференцируем (7), (8) по x_0

$$\frac{\partial\beta_x(y)}{\partial x_0} = q \int_{y_0}^y \frac{\partial H_z(x = x(y'), y')}{\partial x} \frac{dx(y')}{\partial x_0} dy', \quad (13)$$

$$\frac{\partial x(y)}{\partial x_0} = 1 + \int_{y_0}^y \frac{\partial\beta_x(y')}{\partial x_0} dy'. \quad (14)$$

Второе слагаемое в (14) по порядку величины равно $L/f_x \ll 1$. Пренебрегая этой малой величиной, из (11), (13) получим

$$\frac{1}{f_x} = -q \int_{y_0}^{y_1} \frac{\partial H_z(x = x(y), y)}{\partial x} dy. \quad (15)$$

Продифференцировав (9), (10) по z_0 , получим следующую систему интегральных уравнений относительно $(\partial\beta_z(y))/(\partial z_0)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\beta_z(y)}{\partial z_0} = & q \frac{\partial z(y)}{\partial z_0} \beta_x(y) H_z(x(y), y) - \\ & q^2 \int_{y_0}^y \frac{\partial z(y')}{\partial z_0} H_z^2(x(y'), y') dy' - q \int_{y_0}^y \frac{\partial z(y')}{\partial z_0} \frac{\partial H_z(x = x(y'), y')}{\partial x} dy', \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial z(y)}{\partial z_0} = 1 + \int_{y_0}^y \frac{\partial\beta_z(y')}{\partial z_0} dy'. \quad (17)$$

Второе слагаемое в (17) имеет порядок $L/f_z < 1$. Систему уравнений (16), (17) можно решать итерациями по этой величине. Полагая в (16) $y = y_1$,

$$\frac{\partial z(y)}{\partial z_0} = 1$$

и используя (12), (15), получим в нулевом приближении

$$\frac{1}{f_x} + \frac{1}{f_z} = \frac{\delta}{L}, \quad (18)$$

где безразмерная величина δ равна

$$\delta = \left(\frac{e}{mc^2 \gamma} \right)^2 L \int_{y_0}^{y_1} H_z^2(x = x(y), y) dy. \quad (19)$$

Нулевым приближением (18) можно ограничиться, если $f_x \gg L$, $f_z \gg L$, т. е. если $\delta \ll 1$. Если $f_x \gg L$, а δ не очень мала (но $\delta < 1$), то систему уравнений (16), (17) следует решать более точно. Пусть магнитное поле $H_z(x, y)$ является симметричным или антисимметричным относительно своей средней точки $y_{cp} = 0.5(y_0 + y_1)$

$$H_z(x(y_{cp} + \Delta y), y_{cp} + \Delta y) = \pm H_z(x(y_{cp} - \Delta y), y_{cp} - \Delta y). \quad (20)$$

Подставляя в (16)

$$\frac{\partial z(y)}{\partial z_0} = 1,$$

найдем $(\partial\beta_z(y))/(\partial z_0)$ в нулевом приближении. Подставляя это решение в (17), а затем найденное таким образом $(\partial z(y))/(\partial z_0)$ в (16), получим $(\partial\beta_z(y))/(\partial z_0)$ с учетом первой поправки. Из этого решения, пренебрегая поправками порядка $\beta_x^2 \ll 1$, $L/f_x \ll 1$, с учетом симметрии поля (20) после ряда преобразований получим

$$\frac{1}{f_x} + \frac{1}{f_z} = \frac{\delta}{L} \left(1 - \frac{\delta}{6} \right). \quad (21)$$

Отметим, что геометрия магнитной системы пока не фиксировалась, т.е. выражения (15), (18) (а также (21) для симметричного поля (20)) имеют общий характер.

3. Фокусировка в магнитном поле вигглера и ондулятора

Магнитное поле вигглера формируется последовательно расположенными вдоль оси z магнитными полюсами чередующейся полярности. Некоторые пары полюсов (т.е. верхний полюс и зеркально симметричный относительно плоскости $z = 0$ нижний полюс) могут быть смещены по горизонтали вдоль оси x . Поэтому разложение поля $H_z(x, y)$ имеет вид

$$H_z(x, y) = H_z(b(y), y) \left[1 - \frac{(x - b(y))^2}{2a^2(y)} \right], \quad (22)$$

где $b(y)$ — значение x , при котором функция $H_z(x, y)$ при каждом фиксированном y достигается экстремум; $a(y)$ — эффективный радиальный размер поля вдоль оси x (развал поля).

Будем рассматривать магнитные системы с малым смещением полюсов $|b(y)| \ll a(y)$. Подставляя (22) в (15), получим

$$\frac{1}{f_x} = D_1 + D_2, \quad (23)$$

$$D_1 = -\frac{e}{mc^2 \gamma y_0} \int_{y_0}^{y_1} H_z(x = b(y), y) \frac{x(y)}{a^2(y)} dy, \quad (24)$$

$$D_2 = -\frac{e}{mc^2 \gamma y_0} \int_{y_0}^{y_1} H_z(x = b(y), y) \frac{b(y)}{a^2(y)} dy. \quad (25)$$

Подставим решения уравнений движения частицы в горизонтальной плоскости (7), (8) в (24). Интегрируя по частям и пренебрегая малыми поправками, возникающими из-за неоднородности поля по оси x , получим

$$D_1 = -\int_{y_0}^{y_1} \left[\frac{\beta_x^2(y)}{a^2(y)} - \frac{x^2(y)}{2} \frac{d^2}{dy^2} \left(\frac{1}{a^2(y)} \right) \right] dy. \quad (26)$$

Отметим, что величина заряда e берется со своим знаком: для электронов $e < 0$, для протонов $e > 0$.

Пусть $i = 1, 2, \dots$ — порядковый номер пары полюсов вдоль пучка, $H_{zi}(x, y)$ — магнитное поле в медианной плоскости $z = 0$, создаваемое только i -й парой полюсов, b_i — смещение этой пары полюсов по горизонтали вдоль оси x (рис. 1). Тогда

$$H_z(x, y) = \sum_i H_{zi}(x, y), \quad (27)$$

$$H_{zi}(x, y) = H_{zi}(b_i, y) \cdot \left[1 - \frac{(x - b_i)^2}{2a_i^2(y)} \right]. \quad (28)$$

Подставляя (28) в (27) и сравнивая с (22), получим из (24), (25)

$$D_1 = \frac{e}{mc^2 \gamma} \int_{y_0}^{y_1} \sum_i \frac{H_{zi}(b_i, y)}{a_i^2(y)} x(y) dy, \quad (29)$$

$$D_2 = -\frac{e}{mc^2 \gamma} \sum_i b_i \int_{y_0}^{y_1} \frac{H_{zi}(b_i, y)}{a_i^2(y)} dy. \quad (30)$$

Вертикальное фокусное расстояние f_z определяется из соотношений (18) или (21).

Из (23) — (25) видно, что горизонтальное фокусное расстояние f_x обусловлено развалом поля $a(y)$: при отсутствии развала ($a = \infty$) $f_x = \infty$. Траектория $x(y)$ очень слабо зависит от величины смещения полюсов b_i . Поэтому величина D_1 практически не зависит от b_i . Однако D_2 представляет собой сумму вкладов от каждой пары полюсов, слагаемые в которой пропорциональны смещениям b_i (см. (30)). Таким образом, смещая некоторые пары полюсов вдоль оси x , можно существенно изменять величину f_x . Как следует из (18) и (21), при этом будет изменяться соответствующим образом и f_z (значение величины δ практически не зависит от b_i).

Полученные выше выражения существенно упрощаются в случае ондулятора с синусоидальным магнитным полем

$$H_z(x, y) = H_0 \left(1 - \frac{x^2}{2a^2} \right) \sin \left(\frac{2\pi}{l} y \right). \quad (31)$$

Развал поля постоянный, смещение полюсов отсутствует ($b_i = 0$), $\delta = 2\pi^2 n^2 (k^2 / \gamma^2)$. Тогда при $\delta \ll 1$ фокусные расстояния равны [11]

$$\frac{1}{f_x} = -\frac{k^2 l n}{2a^2 \gamma^2}, \quad (32)$$

$$\frac{1}{f_z} = \frac{k^2 l n}{2a^2 \gamma^2} \left(1 + 4\pi^2 \frac{a^2}{l^2} \right), \quad (33)$$

где H_0 — амплитуда магнитного поля ондулятора, l — его период, n — число периодов, $k = (eH_0 l) / (2\pi m c^2)$ — параметр ондуляторности.

В качестве примера рассмотрим сильнополевой сверхпроводящий вигглер с магнитным полем до 11 Тл. Он состоит из трех дипольных магнитов: центрального с полем H_0 и двух боковых, корректирующих с полем $-0.5 \cdot H_0$ (рис.1). Центральная пара полюсов вынесена по горизонтали в сторону вдоль оси x на $b_2 = 11$ мм [18]. Продольная длина магнитного поля $L = 60$ см. Этот вигглер предполагается установить в прямолинейном промежутке накопителя электронов "Сибирь-2" (энергия пучка 2.5 ГэВ) [15—17]. В центре этого промежутка амплитудная функция вертикальных бетатронных колебаний равна 50 см, а горизонтальных — 600 см. На рис.2 приведены рассчитанные на основе выражений (21), (23), (29), (30) сдвиги горизонтальной $\Delta\nu_x$ и вертикальной $\Delta\nu_z$ частот бетатронных колебаний в зависимости от величины магнитного поля H_0 в зазоре центрального магнита вигглера (кривые 1 и 2 соответственно). Эти расчеты хорошо согласуются с результатами работы [19], где на основе численного решения уравнений движения в магнитном поле вигглера были также рассчитаны сдвиги частот накопителя $\Delta\nu_x$ (кривая 3 на рис. 2) и $\Delta\nu_z$. Соответствующий график для $\Delta\nu_z$ не приводится, он практически совпадает с кривой 2: различие между значениями $\Delta\nu_z$, вычисленными двумя различными способами, не превышает

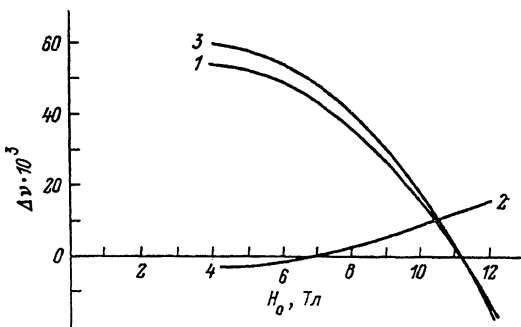


Рис. 2. Зависимость сдвигов горизонтальной $\Delta\nu_x$ (1) и вертикальной $\Delta\nu_z$ (2) бетатронных частот накопителя "Сибирь-2" от амплитуды поля вигглера H_0 .

3 — численно рассчитанная в [19] $\Delta\nu_x$

функцией горизонтальных колебаний. Абсолютные погрешности при вычислении обратных фокусных расстояний f_x^{-1} и f_z^{-1} являются величинами одного порядка. Выражения (23)—(25) определяют горизонтальное фокусное расстояние с относительной погрешностью порядка L/f_x , что составляет 7% при $H_0 = 4$ Тл. Такая величина погрешности соответствует различию между кривыми 1 и 3. Численно рассчитанные в [19] фокусные расстояния f_x и f_z при всех значениях поля вигглера H_0 до 12 Тл удовлетворяют соотношению (21) с относительной ошибкой, не превышающей 3%.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность Ю. Л. Юпинову за плодотворное обсуждение работы.

Список литературы

- [1] Brown G., Halback K. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1983. Vol. 208. N 1—3. P. 65—77.
- [2] Walker R. P. // Nucl. Instr. Meth. 1985. Vol. A237. N 1—2. P. 366—380.
- [3] Никитин М. М., Эпп В. Я. Ондюляторное излучение. М.: Энергоатомиздат, 1988. 152 с.
- [4] Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962. 352 с.
- [5] Ливингуд Д. Принципы работы циклических ускорителей. М.: 1963. 494 с.
- [6] Enge H. A. // Rev. Sci. Instr. 1964. Vol. 35. N 3. P. 278—287.
- [7] Marks N., Greaves G. N. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1983. Vol. 208. N 1-3. P. 97—103.
- [8] Walker R. P. // Nucl. Instr. Meth. 1983. Vol. 214. N 2—3. P. 497—504.
- [9] Bazin C., Dubuisson J. M. et al. // Rev. Sci. Instr. 1989. Vol. 60. N 7. Pt. II. P. 1468—1473.
- [10] Shioya T., Yamamoto S. et al. // Rev. Sci. Instr. 1989. Vol. 60. N 7. Pt. II. P. 1855—1858.
- [11] Barkov L. M., Baryshev V. B., Kulipanov G. N. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1978, V. 152, N 1. P. 23—29.
- [12] Барков Л. М., Барышев В. Б., Кулипанов Г. Н. и др. // Тр. VI Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1979. Т. 2. С. 267—271.
- [13] Anashin V. V., Voblyi P. D., Gluskin E. S. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1986. Vol. A246. N 1—3. P. 99—104.
- [14] Scharlemann E. T. // J. Appl. Phys. 1985, Vol. 58. N 6. P. 2154—2161.
- [15] Anashin V. V., Valentinov A. G., Veshcherevich V. G. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1989. Vol. A282. N 2—3. P. 369—374.
- [16] Анашин В. В., Валентинов А. Г., Вещеревич В. Г. и др. // Тр. XI Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1989. Т. 2. С. 281—284.
- [17] Stepanov E. P. // Rev. Sci. Instr. 1989. Vol. 60. N 7. Pt. II. P. 1789—1792.
- [18] Barkov A. V., Dudarev A. V., Kejlin V. E. et al. // Cs. čas. Fyz. 1989. Vol. A39. N 6. P. 629—635.
- [19] Барков А. В., Дударев А. В., Крылов Ю. В. и др. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физические исследования. 1990. Вып. 5(13). С. 109—110.
- [20] Ландсберг Г. С. Оптика. М.: Наука, 1976. 928 с.
- [21] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
4 июня 1990 г.
В окончательной редакции
24 апреля 1991 г.