

01; 12

© 1992 г.

ЭФФЕКТЫ СИЯНИЯ И РАДУГИ ПРИ РАССЕЯНИИ НЕЙТРОНОВ НА СФЕРИЧЕСКИХ ЛОВУШКАХ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

М. И. Файнгольд

При рассеянии медленных нейтронов ($\epsilon \ll 6 \cdot 10^{-5}$ эВ) на сферически симметричных ловушках (пузырьках, раковинах или включениях) в изотропной среде могут наблюдаться эффекты радуги и сияния (пика в угловом распределении при рассеянии назад). Эти особенности рассеяния возникают при условии $n_1 < n_2$, где n_1 и n_2 – нейтронно-оптические показатели преломления в объеме среды и ловушки соответственно. При этом минимальные размеры ловушек должны обеспечивать наличие в них большого числа связанных нейтронных уровней. В рамках лучевого и квазиклассического приближений теории рассеяния получены угловые распределения и выражения для интенсивности сияния и радуги нейтронов с учетом эффектов отражения на скачке потенциала. Приведены численные оценки основных параметров (плотности, расходимости, монохроматичности) нейтронных пучков, необходимых для наблюдения эффекта. Эффект может быть использован для исследования непрозрачных сред.

1. Как было показано в [1], поры в веществе с нейтронно-оптическим показателем преломления $n < 1$ могут быть ловушками для холодных нейтронов. Энергия связи соответствующих локализованных состояний нейтрона в ловушке составляет $E_s < |U| \approx 10^{-7}$ эВ (U – усредненный потенциал нейтрона в среде). В данной работе показывается, что наличие в веществе пор-ловушек в виде сферических пузырьков приводит к специфическим особенностям упругого рассеяния нейтронов с энергиями $E \approx (1-10^3) |U|$.

Для нейтронного пучка в веществе с $n < 1$ пузырек в оптическом отношении подобен капельке воды в атмосфере для световых лучей. Поэтому следует ожидать, что при рассеянии нейтронов на пузырьках могут возникать эффекты, аналогичные возникающим при рассеянии света на водяной пыли. В частности, если размер пузырьков значительно больше длины волны нейтрона λ , то возможны эффекты сияния и радуги, обусловленные внутренним отражением нейтронов на границах пузырька. Экспериментально эти эффекты должны проявляться в значительном возрастании упругого рассеяния нейтронов на определенных углах Θ_B, Θ_R . Эти углы и высоты соответствующих пиков рассеяния (дифференциальные сечения $(d\sigma(\Theta))/(d\Omega)$) зависят, как и в оптике, от величины n и числа m внутренних отражений нейтрона в пузырьке. Специфической нейтронной радуги является возможность изменения во всей области углов рассеяния $(0, \pi)$ в зависимости от λ . При этом падающий и рассеянные пучки движутся в конденсированной среде, для которой и должна рассчитываться величина $\lambda \rightarrow \lambda_n = \lambda/n$, а источник и детекторы нейтронов находятся, как правило, вне исследуемой среды, что может потребовать дополнительного учета граничных эффектов.

Нейтронной ловушкой может быть не только пузырек, но и частица эмульсии или взвесь в жидкости, капля в воздухе или включение в твердом теле, если

нейтроннооптический показатель преломления n_2 больше, чем у среды n_1 . В этих случаях условие $n_1 < 1$ для среды заменяется условием $n = n_1/n_2 < 1$. Эффекты сияния и радуги при рассеянии нейтронов на сферических ловушках могут быть использованы для зондирования сред, что особенно важно, когда среды оптически непрозрачны. Положение радужных пиков позволяет определять величину n , высота и ширина пиков связаны соответственно с суммарным объемом ловушек и с их радиусом. Отсюда определяется и концентрация ловушек (в случае их идентичности). В работе проанализированы условия проведения соответствующих экспериментов, в частности, получены оценочные формулы для пределов обнаружения, длительности измерений, а также для требуемой коллимации и монохроматичности зондирующих нейтронных пучков. Ниже для определенности рассматриваются ловушки в виде пузырьков в конденсированной среде. Переход к общему случаю осуществляется простой заменой во всех формулах $n \Rightarrow n_1/n_2$.

2. Будем рассматривать нейтроны с λ_n в диапазоне

$$a \ll \lambda_n \ll R, \quad (1)$$

где a — среднее межатомное расстояние, R — радиус пузырьков.

Левое из неравенств (1) позволяет считать среду вне пузырьков сплошной, правое обеспечивает анизотропию рассеяния (т.е. саму возможность возникновения рассматриваемых эффектов). Падающий пучок нейтронов считаем коллимированным и монохроматическим, а среду — немагнитной и непоглощающей.

Условие (1) позволяет описывать рассеяние в лучевом или квазиклассическом приближении. В этом случае угол рассеяния Θ определяется полным углом $\Phi(b)$, описываемым вокруг силового центра следящим вектором рассеиваемой частицы,

$$\theta(b) = |\Phi(b) - (2j + 1)\pi| = 2\pi \left| \left\{ \frac{\Phi}{2\pi} \right\} - \frac{1}{2} \right|, \quad j = \left[\frac{\Phi}{2\pi} \right], \quad (2)$$

где b — прицельный параметр; $[x]$ и $\{x\}$ — целая и дробная части x ; $j = 0, 1, 2, \dots$ — полное число обходов частицы вокруг центра.

Согласно (2), если j может принимать значения $j \geq 1$, то соответствующая зависимость $b(\Theta)$ становится многозначной: $b(\Theta) \Rightarrow b_j(\Theta)$. При этом значению $j = 0$ отвечает обычное рассеяние, а $j \geq 1$ — «орбитирование», или спиральное рассеяние [2–4].

Введем безразмерный параметр $\xi = b/R$. В лучевом приближении дифференциальное сечение упругого рассеяния на угол Θ запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{\sin\theta} \sum_j \left| \frac{d\xi_j(\theta)}{d\theta} \right|, \quad \xi \in [0, 1]. \quad (3)$$

Здесь $d\sigma = 2\pi R^2 \xi d\xi$, $d\Omega = 2\pi \sin\theta \cdot d\theta$, а суммирование по j учитывает вклад в рассеяние на угол Θ от разных ветвей $\xi_j(\Theta)$. Интересующие нас эффекты возникают в окрестности точек, где классическое выражение (3) обращается в бесконечность. Это значения $\theta = 0, \pi$, при которых имеет место вырождение телесного угла $d\Omega$, а также экстремальные точки функции $\theta(\xi)$, в которых $d\theta/d\xi = 0$. Физически первому случаю соответствует рассеяние нейтрона вперед или назад при $\xi \neq 0$, вызывающее появление «сияния» в соответствующих направлениях. Второму случаю отвечает нейтронная радуга.

При рассеянии на сферической потенциальной яме, описываемой пузырьком в веществе с $n < 1$, оба указанных эффекта обусловлены частицами, испытавшими одно или больше внутренних отражений на границе ямы (рис. 1). Будем отмечать целочисленным индексом m траектории нейтронов, испытавших m внутренних отражений. При этом рассеянными частицам ($\xi \leq 1$), не вошедшим в яму (т.е. испытавшим внешнее по отношению к ней отражение), отвечает значение $m = -1$. Прохождению нейтрона через яму без внутренних отражений отвечает значение $m = 0$, с одним внутренним отражением $m = 1$, и т.д. С по-

мощью закона Снелиуса нетрудно получить зависимость $\Phi_m(\xi)$ для произвольного m .

$$\Phi_m(\xi) = (m+1)\pi + 2[\arcsin \xi - (m+1) \arcsin n\xi]. \quad (4)$$

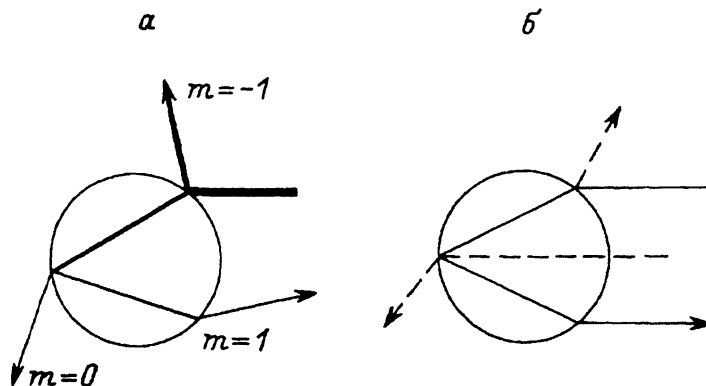


Рис. 1. Многократное рассеяние нейтрона на одной сферической ловушке (а) и траектория, приводящая к рассеянию назад (сиянию) 1-го порядка ($m = 1$) (б).

Индекс m ($m = -1, 0, 1, 2, \dots$) указывает число внутренних отражений. Частицам с $b < R$, не вошедшим в яму (испытавшим внешнее отражение), приписывается значение $m = -1$. Частицам, прошедшим через яму без отражений, отвечает $m = 0$, с одним внутренним отражением — $m = 1$, и т.д.

Рассеянию вперед отвечают значения угла

$$\Phi_m = 2\pi(1 + 1/2),$$

назад — $\Phi_m = 2\pi l$ с $l = 1, 2, 3, \dots$. Мы ограничимся рассмотрением сияния при $\Theta \Rightarrow \pi$, так как при этом не возникает проблемы различения рассеянных и падающих частиц. Подставляя в (4) $\Phi_m = 2\pi l$, получаем уравнение

$$\arcsin \xi - (m+1) \arcsin n\xi = \left(1 - \frac{m+1}{2}\right) \pi, \quad (5)$$

корни которого $\xi = \xi_{gm1}$ определяют значения прицельных параметров, приводящих к сиянию при $\Theta = \pi$. Полагая здесь, например, $m = 1$, находим, помимо тривиального решения $\xi = 0$, имеющегося в этом случае при любом n , еще ненулевое значение ξ_{g1} для рассеяния назад с одним обходом вокруг центра пузырька

$$\xi_{g1} = \sqrt{4n^2 - 1}/2n^2, \quad \frac{1}{2} < n < \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (6)$$

Эту формулу можно получить и прямо из рис. 1, б с помощью элементарных геометрических соображений. Далее, из условия экстремума $d\Phi_m/d\xi = 0$ находим значения ξ_{Rm} , Φ_{Rm} , а затем с помощью (2) — угол рассеяния Θ_{Rm} для дуги m -го порядка ($m \geq 1$)

$$\xi_{Rm} = \sqrt{\frac{(m+1)^2 - n^{-2}}{m(m+2)}}, \quad n \in \left(\frac{1}{m+1}, 1\right); \quad (7)$$

$$\Phi_{Rm} = \Phi_m(\xi_{Rm}), \quad \theta_{Rm} = 2\pi \left[\left\{ \frac{\Phi_{Rm}}{2\pi} \right\} - \frac{1}{2} \right]. \quad (8)$$

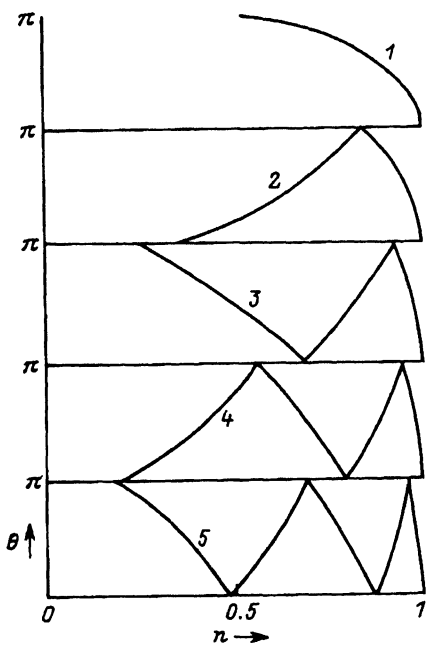


Рис. 2. Зависимости радужных углов Θ_{Rm} от n для $m = 1, 2, 3, 4, 5$.
 Функция $\Theta_{Rm}(n)$ имеет m ветвей, радуга соответствующего порядка m раз проходит интервал $(0, \pi)$ туда и обратно.

На рис. 2 показаны зависимости $\Theta_{Rm}(n)$ для $m = 1-5$. Из них видна различная скорость изменения радужных углов разных порядков при изменении n . Для достаточно энергичных нейтронов $n \approx 1$ и все $\Theta_{Rm} \approx 0$. С уменьшением энергии пучка E показатель n также уменьшается, а радужные углы растут, при этом рост быстрее для больших m . С уменьшением n от 1 до $1/2$ первая радуга ($m = 1$) перемещается от $\Theta_{R1} = 0$ до $\Theta_{R1} = \pi$, после чего исчезает. При значении $n = 1/3$ исчезает радуга 2-го порядка, однако перед этим она, согласно (7), успевает дважды пройти интервал $(0, \pi)$ туда и обратно. Радуга 3-го порядка при уменьшении n от 1 до $1/4$ проходит наблюдаемый интервал трижды, и т.д. Радуга порядка m при изменении n от 1 до $1/(m+1)$ проходит весь интервал углов Θ туда и обратно m раз. Это явление аналогично «эффекту челнока» для радужных углов при спиральном рассеянии в атомных пучках [4].

Из описанного процесса вытекает возможность совмещения радуг разных порядков при определенных значениях n . Соответствующее условие имеет вид $\Theta_{Rm}(n) = \Theta_{Rm'}(n)$, где функции $\Theta_{Rm}(n)$ определены соотношениями (7), (8). Яркость совмещенной радуги обусловлена интерференцией нейтронов с одинаковым Θ , т.е. зависит от амплитуд соответствующих траекторий.

3. Перейдем к количественной оценке интенсивности нейтронного сияния и изолированной радуги. При решении этой задачи, используется «гибрид» классического, квантового и квазиклассического подходов. Исходное классическое выражение (3) применимо вне окрестностей точек $\Theta = 0, \Theta_{Rm}, \pi$ для плавных траекторий в непрерывном силовом поле. В нашем случае потенциал $U(r)$ испытывает скачок на границе ловушки, где траектории изламываются и ветвятся. Разветвление траекторий с соответствующим распределением интенсивности между ветвями является сугубо квантовым эффектом. Для его учета при рассмотрении траектории с данным m необходимо каждому ее излому сопоставлять соответствующий коэффициент отражения $R(\xi_m)$ или прохождения $T(\xi_m)$ в зависимости от того, в одной или в разных средах лежат соседние звенья излома. Величины $R(\xi)$ и $T(\xi)$ следует находить из точных квантово-механических выражений для рассеяния на скачке потенциала, которые при условии (1) не допускают перехода к классическому пределу [5]. Однако условие (1) позволяет в первом приближении пренебречь кривизной R^{-1} , т.е. для каждой траектории рассматривать отражение или преломление на сферической границе пузырька, считая ее плоской. При этом угол падения для траектории с параметром ξ равен $\arcsin \xi$. В результате получаем, что для траектории порядка m каждому излому должен отвечать один из следующих множителей: коэффициент отражения

$$R(\xi_{mj}) = \left(\frac{A - B}{A + B} \right)^2, \quad (9)$$

коэффициент отражения из среды в пузырек

$$T_1(\xi_{mj}) = \frac{4}{n} \left(\frac{A}{A+B} \right)^2, \quad (10)$$

коэффициент прохождения из пузырька в среду

$$T_2(\xi_{mj}) = 4n \left(\frac{B}{A+B} \right)^2. \quad (11)$$

Здесь

$$A \equiv n\sqrt{1 - \xi_{mj}^2}, \quad B \equiv \sqrt{1 - n^2\xi_{mj}^2}, \quad (12)$$

$\xi \Rightarrow \xi_{jm}(\Theta)$ — вещественный корень уравнения (2), в котором функция $\Phi_m(\xi)$ определена соотношением (4). Для заданного $m > 1$ число j может пробегать значения от $j_1(m)$ до $j_2(m)$, где

$$j_1(m) \equiv \left[\frac{\min \Phi(\xi)}{2\pi} \right], \quad j_2(m) \equiv \left[\frac{\max \Phi(\xi)}{2\pi} \right].$$

Анализ поведения функции $\Phi_m(\xi)$ показывает, что

$$j_1(m) = \left[\frac{1}{2}(m+1) \right] = \left[\frac{1}{2}(m+2) - \frac{1}{\pi}(m+1) \arcsin n \right] = j_2(m), \quad n \in \left(0, \frac{1}{m+1} \right),$$

$$\left. \begin{aligned} j_1(m) &= \left[\frac{1}{2}(m+1) + \frac{1}{\pi}(\arcsin \xi_{Rm} - (m+1) \arcsin n\xi_{Rm}) \right] \\ j_2(m) &= \left[\frac{1}{2}(m+1) \right], \quad 0 \leq \xi < \xi_{Rm} \\ j_2'(m) &= \left[\frac{1}{2}(m+2) - \frac{1}{\pi}(m+1) \arcsin n \right], \quad \xi_{Rm} < \xi \leq 1 \end{aligned} \right\} n \in \left(\frac{1}{m+1}, 1 \right)$$

При этом для значений $j_1(m) \leq j \leq j_2'(m)$ уравнение (2) имеет 2 корня ξ_{mjs} , $s = 1, 2$, один из которых меньше, а другой больше значения ξ_{Rm} . Эта дополнительная двузначность непосредственно связана с немонотонностью функции (4) вблизи $\xi = \xi_{Rm}$, т.е. с самим существованием дуги [3–5]. Принимая во внимание (4), (7), можно убедиться, что практически всегда $j_2'(m) = j_1(m)$, т.е. расщепляется только одна ветвь $\xi_m, j_1(m) \Rightarrow \xi_m, j_1(m), s$.

Выполняя указанную процедуру и записывая $d\xi^2/d\Theta$ в виде $(d\Theta/d\xi^2)^{-1}$ с использованием (2) и (4), получаем вместо (3) следующее выражение для рассеяния нейтронов на пузырьках:

$$\begin{aligned} F(\theta) \equiv R^{-2} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{8} \left(\frac{n \sin \frac{\theta}{2} - \sqrt{1 - n^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}}{n \sin \frac{\theta}{2} + \sqrt{1 - n^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}} \right)^2 \\ &+ \frac{4n^2 \left((\cos \frac{\theta}{2} - n) (1 - n \cos \frac{\theta}{2}) \right)^3}{(1 - n^2)^4 \cos \frac{\theta}{2} (1 - 2n \cos \frac{\theta}{2} + n^2)^2} \\ &+ \frac{8}{n \sin \theta} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=j_1(m)}^{j_2(m)} \sum_s Q_m(\xi_{mjs}) \frac{A(\xi_{mjs}) \cdot B(\xi_{mjs})}{|(m-1)A(\xi_{mjs}) - B(\xi_{mjs})|}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $s = 1, 2$ для $j = j_1(m)$ и

$$Q_m(\xi_{mjs}) \equiv T_1(\xi_{mjs}) \cdot R^m(\xi_{mjs}) \cdot T_2(\xi_{mjs}). \quad (14)$$

Первые два члена в правой части (13) описывают вклады траекторий с $m = -1, 0$, причем второй член определен в области $\Theta \in (0, 2\text{arccos } n)$. Практически при вычислении $F(\Theta)$ можно ограничиться несколькими значениями m . На рис. 3 приведены кривые $F(\Theta)$, полученные суммированием членов с $m = -1, 0, 1$. При этом член с $m = 1$ может в соответствии с вышесказанным содержать до трех ветвей (показаны пунктиром), каждая из которых дает независимый вклад в $F(\Theta)$. Две ветви обусловлены наличием экстремума функции $F_m(\xi)$, $m = 1$, приводящего к радуге, а третья связана с сиянием при $\Theta = \pi$. Выражение (13), как и (3), обращается в бесконечность при $\Theta = 0, \Theta_{Rm}, \pi$.

Возможны экспериментальные ситуации, когда ловушки имеют макроскопические размеры порядка сантиметров (крупные пузыри в вязких жидкостях, сферические полости и раковины в отливках и т. д.). В этих случаях выражением (13) можно пользоваться в достаточной близости от сингулярных точек. Ниже для $F(\Theta)$ вблизи сингулярностей выводятся простые формулы, облегчающие сравнение с экспериментом.

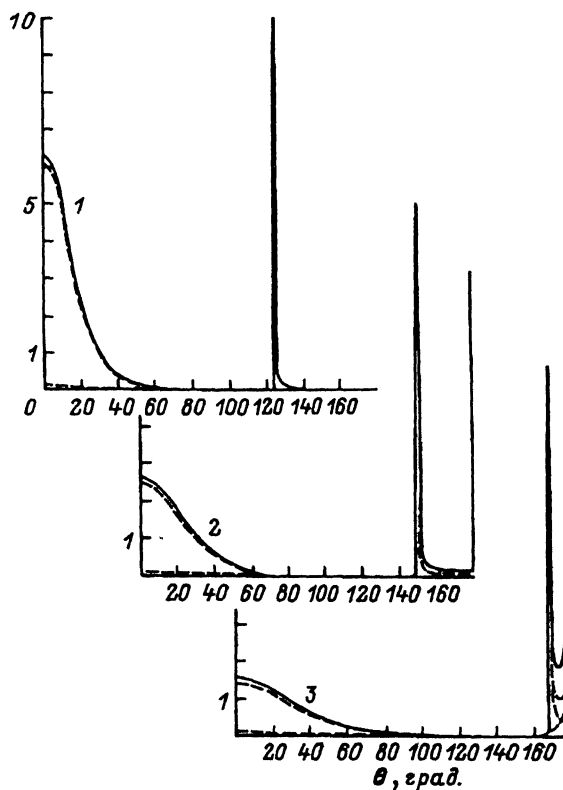


Рис. 3. Классические угловые распределения $F(\Theta) = (1/R^2)(d\sigma/d\Omega)$, описываемые суммой членов ряда (13) с $m = -1, 0, 1$ для трех значений n .

1 - 0.8, 2 - 0.7, 3 - 0.6. В этих случаях радужное рассеяние происходит в заднюю полусферу. В случае 1 ($n > 1/\sqrt{2}$) сияние в 1-м порядке отсутствует. В передней полусфере наблюдается обычное рассеяние, обусловленное траекториями с $m = -1$ (скользящее отражение от ловушек) и $m = 0$ (прохождение через ловушки без отражений) (пунктир). Главный вклад в обычное рассеяние дает внешнее отражение.

Для сияния при $\Theta \Rightarrow \pi$ напомним $\Phi_m(\xi)$ в окрестности точек $\xi = \xi_{gml}$ в виде

$$\Phi_m(\xi) = 2\pi l + \sigma \Phi_{ml}, \quad \sigma \Phi_{ml} \equiv \alpha_{ml} \cdot (\xi - \xi_{gml}), \quad (15), (16)$$

$$\alpha_{ml} \equiv \left. \frac{d\Phi_m(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi_{gml}} = 2n (A^{-1}(\xi_{gml}) - (m+1)B^{-1}(\xi_{gml})), \quad (17)$$

$$\alpha_{11} = 4n^2(4n^2 - 1)/(1 - 2n^2). \quad (17a)$$

Для каждого корня ξ_{gml} в области $\xi \in (0, 1)$ введенное ранее число j связано с 1 соотношением

$$j = \begin{cases} 1, & \sigma\Phi_{ml} \geq 0, \\ 1-1, & \sigma\Phi_{ml} < 0. \end{cases} \quad (18a), (18b)$$

Учитывая это обстоятельство, используя коэффициенты (10)–(12) и беря сумму сечений для обеих ветвей (18), приходим к выражению

$$F_{ml}(\theta) \approx 2 \frac{Q_m(\xi_{gml}) \xi_{gml}}{|\alpha_{ml}| \pi - \theta}. \quad (19)$$

Для $m = 1$ из (10)–(12) и (6) получаем

$$Q_1(\xi_{g1}) = \frac{n^4(1 - 2n^2)^2}{(1 - n^2)^6}, \quad n \in \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (14a)$$

С помощью (6) и (17a) находим главный вклад в сияние назад, обусловленный траекториями 1-го порядка

$$F_{g1}(\theta) = \frac{1}{4} \frac{1 - 2n^2}{(1 - n^2)^6 \cdot (4n^2 - 1)^{1/2}} (\pi - \theta)^{-1}, \quad n \in \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (19a)$$

Аналогично, разлагая $\Theta_m(\xi)$ в окрестности $\xi = \xi_{Rm}$

$$\begin{aligned} \theta_m(\xi) &\approx \theta_{Rm} + \beta_m(\xi_{Rm} - \xi)^2, \\ \beta_m &\equiv \left. \frac{d^2\theta}{d\xi^2} \right|_{\xi=\xi_{Rm}} = \left(\frac{d^2\Phi(\xi_{Rm})}{d\xi_{Rm}^2} \right)^2 = 2 \left(\frac{m(m+2)}{m+1} \right)^2 \sqrt{\frac{(m+1)^2 n^2 - 1}{(1-n^2)^3}} \end{aligned} \quad (20)$$

получаем вблизи радужного угла

$$F_m(\theta) \approx \frac{1}{2} \frac{Q_m(\xi_{Rm})}{\beta_m \cdot \sin \theta_{Rm}} \left(1 + \xi_{Rm} \sqrt{\frac{\beta_m}{\theta - \theta_{Rm}}} \right). \quad (21)$$

Коэффициенты $Q_m(\xi_{Rm})$ с помощью формул (7), (10)–(13) вычисляются в аналитическом виде для всех m . Вычисления приводят к неожиданному результату: при $\xi = \xi_{Rm}$ зависимость $Q_m(n, \xi)$ от n исчезает во всех порядках $m \geq 1$

$$Q_m(\xi_{Rm}) = 16 \frac{(m+1)^2}{(m+2)^4} \left(\frac{m}{m+2} \right)^{2m}. \quad (22)$$

Формулы (13), (19), (21) неприменимы при $\Theta \Rightarrow 0$, Θ_{Rm} , π . Величины $F(\Theta)$ в окрестностях этих точек могут быть оценены с помощью известных методов суммирования парциальных квантово-механических амплитуд в квазиклассическом приближении [3, 5]. При этом эффекты отражения на границах ловушек учитываются автоматически. Точность соответствующих выражений в этом случае должна быть лучше, чем для плавных траекторий, поскольку квазиклассические волновые функции в поле с прямоугольным потенциалом близки к точным решениям уравнения Шредингера [5] и при $\xi < 1$ могут быть продолжены вплоть до вершины барьера.

Используя указанное приближение и обозначения (17), (21), получаем:

$$F_{gm}(\theta) \approx 2\pi\xi_{gm}^2 \cdot |\alpha_m|^{-1} \cdot knR \cdot J_0^2(knR\xi_{gm} \cdot (\pi - \theta)), \quad (23)$$

$$F_{Rm}(\theta) \approx 2 \frac{\xi_{Rm} \cdot \tau^2}{\sin \theta} (knR)^{1/3} \cdot \Phi^2 \left(-\tau(knR)^{2/3}(\theta - \theta_{Rm}) \right). \quad (24)$$

Здесь $kn = 2\pi/\lambda_n$, M — масса нейтрона, $\tau \equiv (2/B_m)^{1/3}$, $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $\Phi(x)$ — функция Эйри. На рис. 4 приведены угловые распределения в окрестности нейтронного сияния и радуги, рассчитанные по формулам (23), (24) для $m = 1$, $n = 0.6$ и 0.7 при $R/\lambda_n = 10$ и 100 . Обычное рассеяние, наблюдаемое вдали от углов $\theta = 0$, θ_{Rm} , π , не зависит от отношения R/λ . В области сияния и радуги это отношение, наоборот, существенно. Здесь возникают сильные угловые осцилляции интенсивности, обусловленные интерференцией амплитуд для близких траекторий. Из приведенных распределений видна также очень сильная зависимость яркости сияния от величины n . При изменении n на 0.1 (от 0.6 до 0.7) высота главного пика в рассеянии назад меняется почти в 30 раз (от 1200 до 42).

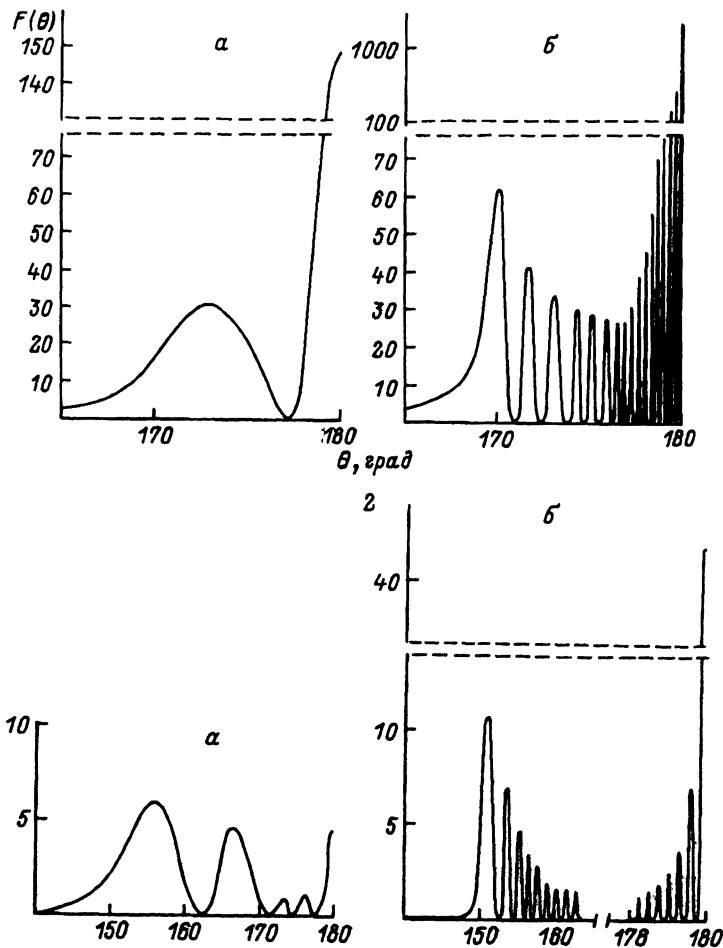


Рис. 4. Распределения $F(\theta)$ в квазиклассическом приближении.

n : 1 — 0.6, 2 — 0.7; R/λ_n : а — 10, б — 100.

Вопрос о величине погрешности приближений (23), (24), равно как о воз-

возможности их использования для $m \geq 2$, требует отдельного рассмотрения. Последовательный учет вкладов высших m может быть осуществлен в рамках мощного, хотя и не столь наглядного, метода комплексных угловых моментов в теории оптической радуги [6, 7].

4. Рассмотрим область применимости использованного описания и установим диапазоны изменения характерных параметров задачи. Условие $\lambda_n \gg a$ определяет верхнюю границу допустимых энергий нейтронов

$$2\pi\hbar/\sqrt{2M(E-U)} \gg a, \quad E \ll U + 4E_a \approx 4E_a,$$

где $E_a = \pi^2\hbar^2/2Ma^2 \approx 1.5 \cdot 10^{-3}$ эВ — «энергия образования» для нейтрона в атомной цепочке или плоскости [8].

При λ_n , на порядок больше a , энергия E будет на 2 порядка меньше $4E_a$, т.е. $E \lesssim 6 \cdot 10^{-5}$ эВ. Нижняя граница энергий определяется из условия прохождения нейтрона в среду с $n < 1$ (т.е. $U > 0$) при нормальном падении: $E \gtrsim 5 \cdot 10^{-3}$ эВ. Таким образом, допустимая энергия нейтронов для среды с $U > 0$ меняется в диапазоне

$$U < E \leq 10^3 U. \quad (25)$$

Соответствующие диапазоны изменения n , λ (см) и скорости нейтронов v (м/с): $3 \cdot 10^{-7} < \lambda < 10^{-5}$; $0 < n < \sqrt{1 - 10^{-3}} \approx 0.9995$; $4 < v < 1.2 \cdot 10^2$. При заданной энергии E в диапазоне (25) допустимый радиус ловушек, приводящий к сиянию и радуге, определяется из условия (1)

$$R \gg 2\pi\hbar/\sqrt{2M(E-U)}. \quad (26)$$

Далее, как всегда в квазиклассике, должно выполняться условие

$$\Delta P \approx \frac{\hbar}{R} \ll |P_1 - P_2| \approx \frac{U}{v} = MU/\sqrt{2M(E-U)},$$

где P_1, P_2 — начальный и конечный импульсы нейтрона.

Комбинируя это с (26), получаем необходимое требование на размеры ловушек

$$R \gg \hbar/\sqrt{MU}. \quad (27)$$

Как известно, такой же вид имеет условие наличия в ловушке большого числа связанных нейтронных уровней. Таким образом, присутствие в среде ловушек, способных связывать нейтроны, может приводить и к эффектам сияния и радуги при рассеянии нейтронов в этой среде. И наоборот, обнаружение этих эффектов будет свидетельствовать о наличии в среде ловушек в виде пузырьков или сферических включений.

Для обнаружения описанного рассеяния оно должно превосходить величину флуктуаций фонового некогерентного рассеяния на ядрах среды. Будем считать, что собственные шумы детектирующих систем меньше этих флуктуаций. Тогда основным вкладом в среднеквадратичную погрешность эксперимента будет статистический разброс ΔN числа N регистрируемых нейтронов. Если $N \gg 1$, то $\Delta N \approx \sqrt{N}$ где N — среднее число нейтронов, регистрируемых за время t . Пусть $J(v)$ — плотность потока нейтронов, рассеиваемых ловушками в направлении v , образующем угол θ с первичным пучком. Очевидно,

$$J(v) \sim J_0 N_l V R^2 F(\theta), \quad (28)$$

где J_0 — плотность первичного пучка; V — объем образца, N_l — число ловушек в единице объема (все ловушки считаем сферическими и имеющими одинаковый радиус R).

Поток частиц, упруго рассеянных на ядрах (фон),

$$J_\phi \sim J_0 N_A V |f_A|^2,$$

где $N_{\text{я}}$ и $f_{\text{я}}$ — соответственно усредненная концентрация ядер и амплитуд упругого рассеяния нейтрона на ядре в данной среде.

При оценке отношения этих потоков можно не учитывать одинаковые для обоих эффекты отражения и преломления нейтронов на границе всего образца. Для среднего фонового значения N_{Φ} и соответствующего разброса ΔN_{Φ} за время t имеем

$$N_{\Phi} \sim J_0 N_{\text{я}} V |f_{\text{я}}|^2 t, \quad \Delta N_{\Phi} \approx \overline{N_{\Phi}}^{1/2} \quad (29)$$

при условии

$$N_{\Phi} \gg 1, \text{ т.е. } t \gg t_m, \quad t_m \equiv (J_0 N_{\text{я}} V |f_{\text{я}}|^2)^{-1} \quad (30)$$

Среднее число нейтронов от ловушек за то же время

$$\overline{N(\nu)} \sim J(\nu) \cdot t. \quad (31)$$

Условие обнаружения ловушек

$$\overline{N(\nu)} > \Delta N_{\Phi}. \quad (32)$$

Это условие зависит от выбора направления детектирования ν . В интересующем нас случае детекторы устанавливаются под углами $\Theta \approx \Theta_{R1}$ или $\Theta \approx \pi$. Подставляя в (32) выражения (28)–(31), находим

$$N_1 F(\theta) R^2 > \left(\frac{N_{\text{я}}}{J_0 V t} \right)^{1/2} \cdot |f_{\text{я}}| = N_{\text{я}} |f_{\text{я}}|^2 \sqrt{\frac{t_m}{t}}, \quad t \gg t_m. \quad (33)$$

Вдали от углов $\Theta = 0, \Theta_{Rm}, \pi$ распределение $F(\Theta)$ не зависит от R и условие (33) определяет минимальную суммарную поверхность ловушек (в единице объема среды), при которой они становятся наблюдаемыми за время t . В максимуме радуги (33) определяет, согласно (24), величину $N_{\text{л}} = R^{7/3}$. В случае сияния неравенство (33), согласно (23), дает минимальный суммарный объем ловушек $N_{\text{л}} = V_{\text{л}}$, обнаруживаемый по рассеянию назад,

$$\frac{N_1 V_1}{V} > \frac{2}{3} \frac{|\alpha_1|}{\text{kn} \xi_{g1}^2} N_{\text{я}} |f_{\text{я}}|^2 \sqrt{\frac{t_m}{t}}. \quad (33a)$$

Полученные соотношения справедливы для достаточно монохроматичных и коллимированных нейтронных пучков. Это условие необходимо и для обеспечения возможности измерений распределения $F(\Theta)$, что предполагается при выводе (33). Соответствующие ограничения на допустимый энергетический разброс $\delta E/E$ и расходимость $\delta \Theta$ первичного пучка могут быть получены из условия разрешения соседних максимумов при измерениях угловых осцилляций интенсивности, приведенных на рис. 4. Полуширины максимумов в распределениях $J_0^2(x)$ и $\Phi(x)$ имеют порядок $\delta x \approx 1$ [5, 9]. Следовательно, допустимая угловая расходимость падающего пучка нейтронов

$$\sigma \theta < \begin{cases} \Delta \theta_{g1} \equiv (\xi_{g1} \text{kn} R)^{-1}, \\ \Delta \theta_{R1} \equiv (\tau (\text{kn} R)^{2/3})^{-1}. \end{cases} \quad (34a), (34b)$$

Аналогичное условие для степени монохроматичности пучка в случае сияния имеет вид

$$\frac{\delta E}{E} = 2 \frac{\delta k}{k} \leq (\text{kn} \xi_{g1} R (p+1) \Delta \theta_{g1})^{-1} \quad (35)$$

где $p = 0, 1, 2, \dots$ — порядок наблюдаемого максимума.

Поскольку полуширина $\Delta \theta_{g1}$ сама определяется условием (34a), то неравенство (35) приводится к виду

$$\frac{\delta E}{E} \leq (P + 1)^{-1}. \quad (35a)$$

При небольших p ограничение на δE оказывается очень мягким, а при $p = 0$ оно практически исчезает. Это — следствие общей теории дифракции: в процессе сжатия дифракционной картины с увеличением E сдвиг на половину расстояния между максимумами $p = 1$ и $p = 2$ наблюдается при удвоении начальной энергии пучка.

В случае радуги наряду с изменением масштабов дифракционной картины при изменении E происходит ее перемещение вместе с главным максимумом, поскольку угол Θ_{R1} зависит от E . Для небольших p второе движение значительно быстрее первого, и мы будем учитывать только его. Используя (7), (8) и соотношение $n = \sqrt{1 - (U/E)}$, находим

$$\delta\theta = 2\sqrt{\frac{4n^2 - 1}{1 - n^2}} \frac{\delta n}{n} = \frac{\sqrt{(1 - n^2)(4n^2 - 1)}}{n^2} \frac{\delta E}{E}.$$

Подставляя это в (34б) и учитывая (20), (24), получаем

$$\frac{\delta E}{E} \leq \left(\frac{9}{4}\right)^{1/3} \frac{n^2}{(1 - n^2)^{1/2}(4n^2 - 1)^{1/3}(kR)^{2/3}}. \quad (36)$$

Приведем конкретные численные оценки. Пусть $R/\lambda_n = 100$, $n = 0.6$, так что $\xi_{g1} \approx 0.92$, $\tau \approx 0.98$. Тогда угловая расходимость коллимированного пучка, согласно (34), должна быть не больше $\Delta Q_{g1} = 1.7 \cdot 10^{-3}$ или $1.4 \cdot 10^{-2}$ для наблюдения сияния или радуги соответственно. При наблюдении сияния в главном максимуме ($p = 0$) из (35a) следует $\delta E/E \lesssim 1$, а для радуги формула (36) дает $(\delta E)/E \lesssim 7.5 \cdot 10^{-3}$. Здесь E означает среднюю энергию пучка, отвечающую значению $n = 0.6$ и $R/\lambda_n = 100$ при заданных U и R . Таким образом, условия коллимирования при наблюдении сияния более жесткие, чем при наблюдении радуги, а для условия монохроматичности имеет место обратная ситуация.

Полная изотропная плотность потока нейтронов с энергиями в диапазоне (25) от исследовательского реактора средней мощности составляет $F_0 \approx 5 \cdot 10^3$ см $^{-2} \cdot$ с $^{-1}$ [10]. Отсюда для плотности коллимированного пучка $J_0 \sim F_0 ((\delta E)/E) \delta\theta^2$ находим $J_0(g) \sim 1.4 \cdot 10^{-2}$ см $^{-2} \cdot$ с $^{-1}$ и $J_0(R) \sim 4.5 \cdot 10^{-3}$ см $^{-2} \cdot$ с $^{-1}$. При объеме образца $V = 10$ см 3 , концентрации ядер $N_n \approx 10^{23}$ см $^{-3}$ и амплитуде $|f_n| \approx 5 \cdot 10^{-13}$ см соответствующие минимальные времена наблюдения $t_{mg} \approx 3 \cdot 10^2$ с и $t_{mR} \approx 10^3$ с. Величина U для выбранных значений N_n и f_n составит

$$U = -\frac{2\pi\hbar^2}{M} N_n f_n \approx 1.2 \cdot 10^{-7} \text{ эВ}$$

длина волны $\lambda_n \approx 2 \cdot 10^5$ см. При времени наблюдения сияния $t = 10t_m$ минимальный обнаружимый относительный объем ловушек (правая часть формулы (33a)) будет $((N_n V_n)/V)_{\min} = 2.5 \cdot 10^{-8}$. Радиус ловушки $R = 100\lambda_n \approx 2 \cdot 10^{-3}$ см, объем $V_n \approx 3 \cdot 10^{-8}$ см 3 . Таким образом, порог обнаружения в данном случае — менее 1 ловушки на см 3 .

Согласно приведенным оценкам, при значениях $(N_n V_n)/V$, близких к пороговым, измерения требуют длительной экспозиции образцов либо использования более мощных нейтронных источников. Эти ограничения отпадают при $N_n V_n \gg \gg (N_n V_n)_{\min}$, а также если вместо измерения угловых осцилляций интенсивности ограничиться регистрацией интегрального потока нейтронов, рассеиваемых ловушками в интервал телесного угла вблизи направлений $\Theta = \pi$ и $\Theta = \Theta_R$.

Список литературы

- [1] Коган Ю.М. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11. Вып. 4. С. 235–238.
- [2] Ford K.W., Wheeler J.A. // Ann. Phys. 1959. Vol. 7. P. 259–270.
- [3] Мотт Р., Мессии Г. Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969. 756 с.
- [4] Файнгольд М.И. Канд. дис. Ташкент, 1967.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974. 752 с.
- [6] Khare V., Nussenzweig H.M. // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33. N 16. P. 976–980.
- [7] Нуссенцвейг Г.М. // Теория радуги. УФН. 1978. Т. 125. № 3. С. 527–548.
- [8] Файнгольд М.И. // Теор. и мат. физ. 1988. Т. 77. № 1. С. 168–176.
- [9] Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. // Специальные функции. М.: Наука, 1968. 344 с.
- [10] Игнатович В.К. Физика ультрахолодных нейтронов. М.: Наука, 1986. 271 с.

Институт технической теплофизики

Киев

Поступило в Редакцию

14 февраля 1991 г.