1992 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 62, в. 5
1992 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 62, N 5

01;03

К КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПЛОТНОГО ГАЗА ИЗ МОЛЕКУЛ С ТВЕРДОЙ СЕРДЦЕВИНОЙ

В.И.Курочкин

На основе первого уравнения Грэда и аппроксимации двухчастичной функции распределения, при которой многочастичные взаимодействия учитываются приближенно через парную корреляционную функцию, получено кинетическое уравнение для плотного газа из молекул с твердой сердцевиной, обобщающее уравнение Энскога. В первом порядке по параметру взаимодействия представлены аналитические формулы для расчетов коэффициентов переноса в простом газе.

Введение

Первая успешная попытка построения кинетической теории плотных газов была сделана Энскогом [1], который с помощью интуитивных соображений обобщил кинетическую теорию газов нормальной плотности, но только для случая твердых сферических молекул. В дальнейшем Боголюбовым был разработан последовательный метод построения кинетических уравнений для плотных газов, исходя из уравнения Лиувилля. Метод Боголюбова получил дальнейшее развитие в работе [2], где при условии полного ослабления начальных корреляций получено обобщенное уравнение Больцмана с учетом тройных столкновений. Однако обобщенные кинетические уравнения, выведенные из уравнения Лиувилля, содержат операторы многочастичного рассеяния, что принципиально не позволяет разрешить их в общем случае. По этой причине не ослабевает интерес к модельным кинетическим уравнениям, позволяющим решить задачу до конца.

Основной трудностью при выводе модельных кинетических уравнений для плотных газов является аппроксимация двухчастичной функции распределения через одночастичную. Например, в работах [3,4] предложена следующая связь двухчастичной функции распределения F_2 с одночастичной функцией распределения F:

$$F_2(x_1,x_2) = \chi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)\exp[-\phi(r)/kT]S^{(2)}F(x_1)F(x_2). \tag{1}$$

Здесь

$$S^{(2)} = \lim_{t\to\infty} S^{(2)}_{-t}(x_1,x_2)\, S^{(1)}_{t}(x_1)\, S^{(1)}_{t}(x_2), \tag{2}$$

где $S_t^{(1)}$ — оператор сдвига по времени вдоль тректории s-частиц [1]; $x_i = (\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$ — координата i-й частицы в шестимерном пространстве, включая пространство скоростей.

Функция $\chi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \chi(r/\mathbf{r}_1 + 1/2\ \mathbf{r})$ представляет собой парную корреляционную функцию, хорошо известную в термодинамике.

В работах [3,4] получены первые по плотности поправки к коэффициентам переноса. Численный расчет этих поправок для произвольного потенциала представляет определенную трудность, так как они выражены через четырехкратные интегралы. Более высокие по плотности поправки не вычислялись, по-видимому, из-за сложностей с расчетом парной корреляционной функции для произвольного потенциала.

Оригинальный подход развит в работах [5,6], основанный на представлении о квазичастицах с использованием аппарата двухтемпературных функций Грина и T-аппроксимации двухчастичных корреляций с учетом эффектов среды. Этот метод в принципе может быть обобщен на случай учета корреляций и большего числа частиц. В настоящее время на основе этого метода получены первые по плотности поправки к коэффициентам переноса [6].

Таким образом, определенный интерес могут представлять модели, которые, с одной стороны, позволяли бы обобщить результаты Энскога на случай потенциалов, более реальных, чем потенциал твердых сфер, а с другой стороны, приводили бы к достаточно простым аналитическим выражениям для коэффициентов переноса и, что особенно важно, с учетом более высоких приближений по параметру плотности, чем это сделано в работах [5—9]. В данной работе развита модель, использующая потенциал с твердой сердцевиной, т.е. потенциал, состоящий из суммы потенциала твердых сфер радиуса σ $\phi_2(r)$ и „хвоста" $\phi_s(r)$, учитывающего взаимодействия молекул на расстояниях $r > \sigma$. Если положить, что $\varepsilon = \max|\phi_s(r)|/kT \ll 1$, то, применяя методы теории возмущений, можно получить соответствующие поправки к теории Энскога. Здесь будет рассмотрено первое приближение по параметру взаимодействия, причем за нулевое принимается приближение, приводящее к уравнению Энскога.

1. Кинетическое уравнение

Наличие твердого ядра в потенциале взаимодействия дает право отождествить функции распределения рассматриваемой системы с „усеченными" функциями распределения Грэда [7]. В частности, одночастичная функция распределения подчиняется первому уравнению Грэда [7]

$$\frac{dF}{dT} = \int F_2 \mathbf{g} \cdot d\mathbf{s} d\mathbf{v}_2 + \frac{1}{m} \int \nabla_1 \phi_s \cdot \partial_{12} F_2 dx_2, \tag{3}$$

где $\nabla_i = \partial/\partial \mathbf{r}_i$, $\partial_i = \partial/\partial \mathbf{v}_i$, $\partial_{ij} = \partial_i - \partial_j$, $\mathbf{g} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ — относительная скорость частиц, $d\mathbf{s}$ — элемент поверхности с центром в точке $\mathbf{r}_1$ и радиусом σ, m — масса частицы.

Уравнение (2) является точным для рассматриваемого потенциала. Чтобы получить кинетическое уравнение, необходимо связать двухчастичную функцию распределения F_2 с одночастичной. Если положить $\phi_s = 0$, а двухчастичную функцию распределения аппроксимировать выражением (1) с учетом динамики парных столкновений твердых сфер, то уравнение (3) сведется к уравнению Энскога.

Отметим, что обобщение уравнения Энскога на случай потенциалов с твердой сердцевиной на основе уравнения Грэда (3) рассматривались и ранее. В известной модели Райса—Олнета [8,9] и ее модификации [10] первый интеграл в уравнении (2) аппроксимировался интегралом столкновений Энскога, а второй — интегралом столкновений Фоккера—Планка. При такой аппроксимации эффекты от „жесткой“ и „мягкой“ частей потенциала суммируются аддитивно. В то же время ясно, что должны существовать перекрестные эффекты и необходимо учитывать наличие „мягкой“ части потециала в первом интеграле и „жесткой“ части потенциала во втором интеграле уравнения (2) [11]. Другой аппроксимацией, основанной на уравнении (2), является модель Пригожина—Никольса—Миствича [12], которая опирается на предположение, что многочастичные функции распределения можно представить в виде

$$F_s(x_1,\ldots,x_s) = \chi(\mathrm{r}_1,\ldots,\mathrm{r}_l) \prod_{l=1} F(x_l), \quad s \geqslant 2, \tag{4}$$

где $\chi^{(s)}$ — многочастичные корреляционные функции для неоднородной системы в локальном равновесии.

Такое приближение не учитывает динамических корреляций даже при парном столкновении. Как указывалось в [13], этот недостаток аппроксимации приводит к тому, что в пределе малой плотности уравнение (3) не сводится к уравнению Больцмана для рассматриваемого потенциала, что вызывает сомнения в его правильности.

Воспользуемся здесь для замыкания уравнения (3) непосредственно аппроксимацией (1) применительно к выбранному потенциалу и получим кинетическое уравнение в первом порядке по параметру взаимодействия ε. Для этого достаточно в первом интеграле в правой части уравнения (3) аппроксимировать двухчастичную функцию распределения также в первом порядке по ε при $r = \sigma$, т.е. в точке контакта. Во втором интеграле уравнения (3) достаточно взять двухчастичную функцию распределения в приближении динамики твердых сфер, применительно к которой выражение (1) сводится к следующему:

$$F_2(x_1,x_2) = \chi(r|\mathrm{r}_1 + \frac{1}{2}\mathrm{r})F(\mathrm{r}_1 + \Delta\mathrm{r},\mathrm{V}_1)F(\mathrm{r}_1 + \mathrm{r} - \Delta\mathrm{r},\mathrm{V}_2). \tag{5}$$

Здесь $\mathrm{r} = \mathrm{r}_2 - \mathrm{r}_1$, а $\mathrm{V}_{1,2}$ суть скорости движения частиц вдоль траектории движения при парном взаимодействии твердых сфер, т.е. $\mathrm{V}_{1,2} = \mathrm{V}_{1,2}$ для сближающихся частиц и $\mathrm{V}_{1,2} = \mathrm{V}'_{1,2}$ для разлетающихся частиц. Величина $\Delta\mathrm{r}$ равна

$$\Delta\mathrm{r} = \begin{cases} 0, & (\mathrm{e}\cdot\mathrm{k}) > 0, \\ -\cos\vartheta\left(\sigma\cos\vartheta - \sqrt{r^2 - b^2}\right)\mathrm{e}, & (\mathrm{e}\cdot\mathrm{k}) < 0. \end{cases} \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{e} = \mathbf{g}/g$, а $\mathbf{k}$ есть единичный вектор в направлении от центра второй частицы к центру первой при $r = \sigma$, $b_a = \sigma\sin\vartheta$, где ϑ есть угол между векторами $\mathbf{e}$ и $\mathbf{k}$. При преобразовании первого интеграла в уравнении (3) необходимо использовать динамику взаимодействия частиц с полным потенциалом $\phi = \phi_2 + \phi_s$. В первом порядке по взаимодействию для скоростей сближающихся частиц получаем [14]

$$W_1 \equiv S^{(2)}v_1 + \Delta(\infty),\ W_2 \equiv S^{(2)}v_2 = v_2 - \Delta(\infty). \tag{7}$$

Здесь

$$\Delta(t) = -\frac{1}{m}\int_0^t \nabla_1 \phi(|\mathbf{r} - \mathbf{g}\tau|)d\tau/_{\mathbf{r} = \sigma\mathbf{k}}. \tag{8}$$

Действие оператора $S^{(2)}$ на координаты частиц можно представить следующим образом:

$$\mathbf{R}_1 \equiv S^{(2)}\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1 + \sigma\boldsymbol{\kappa},\ \mathbf{R}_2 \equiv S^{(2)}\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 - \sigma\mathbf{k} - \sigma\boldsymbol{\kappa}, \tag{9}$$

где

$$\sigma\boldsymbol{\kappa} = \int_0^\infty [\Delta(\infty) - \Delta(t)]dt. \tag{10}$$

Выражения (8), (10) в случае $r = \sigma$ легко преобразуются к виду

$$\Delta \equiv \Delta(\infty) = \frac{1}{mg}[A_0\mathbf{e} + A_1(\mathbf{k} - \cos\vartheta\mathbf{e})] \tag{11}$$

и

$$\sigma\boldsymbol{\kappa} = \frac{1}{mg^2}[A_{-1}\mathbf{e} + A_0(\mathbf{k} - 2\cos\vartheta\mathbf{e}) + A_1\cos\vartheta(\cos\vartheta\mathbf{e} - \mathbf{k})], \tag{12}$$

где

$$A_k = \int_0^\infty \phi_s'(R)\left(\sigma/\sqrt{R^2 - b_a^2}\right) dR. \tag{13}$$

Используя полученные результаты, приходим к следующему замкнутому кинетическому уравнению:

$$\frac{dF}{dt} = J_1 + J_2. \tag{14}$$

Здесь

$$J_1 = \sigma^2\int\int\Big\{\chi(\sigma|\mathbf{r}_1 + \frac{1}{2}\sigma\mathbf{k})F(\mathbf{r}_1 + \sigma\boldsymbol{\kappa}', W_1')F(\mathbf{r}_1 + \sigma\mathbf{k} - \sigma\boldsymbol{\kappa}', W_2') -$$

$$
-\chi(\sigma|\mathbf{r}_1 - \frac{1}{2}\sigma\mathbf{k})F(\mathbf{r}_1 + \sigma\kappa', \mathbf{W}_1')F(\mathbf{r}_1 - \sigma\mathbf{k} - \sigma\kappa, \mathbf{W}_2)\Big\}(\mathbf{g}\cdot\mathbf{k})d\mathbf{k}d\mathbf{V}_2, \quad (15)
$$

$$
J_2 = -\frac{1}{m}\int\phi_s'\frac{\mathbf{r}}{r}\,\partial_{12}\Big\{\chi(r|\mathbf{r}_1 + \frac{1}{2}\mathbf{r})F(\mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}, \mathbf{V}_1)F(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r} - \Delta\mathbf{r}, \mathbf{V}_2)d\mathbf{r}d\mathbf{V}_2, \quad (16)
$$

где

$$
\mathbf{W}_{1,2}' = \mathbf{V}_{1,2}' \pm \Delta', \ \Delta' = \Delta - 2(\Delta\cdot\mathbf{k})\mathbf{k}, \ \kappa' = \kappa - 2(\kappa\cdot\mathbf{k})\mathbf{k}. \quad (17)
$$

Уравнения (14)—(17) отличаются от всех известных ранее уравнений для потенциала с твердой сердцевиной. Они учитывают перекрестные эффекты, так как первый интеграл J_1 зависит от скоростей и координат фазовых траекторий в первом порядке по взаимодействию, а не в нулевом, как в модели Райтса—Олнета. В свою очередь второй интеграл учитывает сильные динамические корреляции при взаимодействии твердых шаров, чего не сделано в модели Пригожина—Никольса—Миствича. Интеграл столкновений типа Фоккера—Планка, используемый в модели Райтса—Олнета, в данной модели может появиться только во втором приближении по параметру взаимодействия при учете скользящих столкновений, для которых вдоль всей траектории $r > \sigma$. Можно показать, что уравнения (14)—(17) в пределе $n\sigma^3 \longrightarrow 0$ сводятся к уравнению Больцмана, что также положительно отличает их от других моделей. Следует ожидать, что результаты решения уравнений (14)—(17) будут отличаться от известных решений [9—12] и будут гораздо проще, чем решения [3—5] для произвольного потенциала.

Здесь будет представлено решение полученного уравнения в произвольном порядке по плотности в отличие от работ [3—6], в которых получены только первые поправки по плотности.

2. Векторы потоков и коэффициенты переноса

Процедура решения уравнения типа (14)—(17) методом Чепмена—Энскога разработана достаточно хорошо [1,3,4,11]. Поэтому, не останавливаясь подробно на выкладках, приведем основные результаты. Интересуясь, как обычно, решениями, близкими к равновесным, раскладываем функцию распределения в ряд по параметру неоднородности, ограничиваясь первыми двумя членами разложения,

$$
F(\mathbf{v}) = F^{(0)}(\mathbf{v})[1 + \psi(\mathbf{v})], \quad (18)
$$

где $F^{(0)}$ — максвелловское распределение, а первая по неоднородности поправка к функции распределения имеет следующую структуру:

$$
\psi = -\frac{1}{n}\left[a\mathbf{C}\cdot\nabla\ln T + b(\mathbf{CC} - \frac{1}{3}C^2 I) : \nabla\mathbf{u} + c(\nabla\cdot\mathbf{u})\right], \quad (19)
$$

где $\mathbf{C} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$, I — единичный тензор.

Скалярные величины a, b и c являются функциями скоростей и ищутся в виде разложений по полиномам Сонина. Условия единственности, накладываемые на функцию ψ, приводят к тому, что первые неисчезающие члены в этих разложениях имеют вид

$$a = a_1 v_T^{-2} S_{1/2}^{(1)}(\omega^2) = a_1 v_T^{-2}\left(\frac{5}{2} - \omega^2\right), \tag{20}$$

$$b = b_0 S_{5/2}^{(0)}(\omega^2) = b_0, \tag{21}$$

$$c = c_2 S_{1/2}^{(2)}(\omega^2) = c_2\left(\frac{15}{8} - \frac{5}{2}\omega^2 + \frac{1}{2}\omega^4\right), \tag{22}$$

где $v_T^2 = 2\ kT/m$, $\omega^2 = C^2/v_T^2$, а $S_m^{(n)}$ — известные полиномы Сонина [1].

Уравнения переноса массы, импульса и энергии, получающиеся из уравнения (14), совпадают с аналогичными, полученными в [1]. Тензор давлений P и вектор теплового потока q также сохраняют свой вид

$$P = pI - 2\eta S - \kappa(\nabla\cdot u)I, \tag{23}$$

$$\mathrm{q} = -\lambda\nabla T. \tag{24}$$

Здесь S —тензор скорости сдвига; I — единичный тензор, p — давление, η, κ и λ — коэффициенты сдвиговой вязкости, объемной вязкости и теплопроводности соответственно. Для гидростатического давления получается выражение, которое полностью соответствует аналогичному выражению для выбранного потенциала в статистической механике равновесных систем

$$p = (1 + B_0 n\chi_0)nk\mathrm{T} - \frac{2\pi}{3} n^2 \int_\sigma^\infty \phi_s'(r)\chi(r)r^3 dr, \tag{25}$$

где $B_0 = 2\pi\sigma^3/3$, $\chi_0 = \chi(\sigma)\exp(-\phi_s(\sigma)/kT)$.

В первом приближении по параметру взаимодействия во втором члене выражения (25), а также во всех дальнейших формулах парную корреляционную функцию достаточно вычислить в приближении твердых сфер.

Для коэффициентов переноса получаются следующие выражения:

$$\eta = \frac{1}{2} kTb_0(1 + \frac{2}{5} B_0 nR_3) + \frac{4}{3}(\pi mkT)^{1/2} n^2\sigma^4 R_4, \tag{26}$$

$$\kappa = \frac{4}{9}(\pi mkT)^{1/2} n^2\sigma^4 R_7, \tag{27}$$

$$\lambda = \frac{5}{4} k\left(1 + \frac{3}{5} B_0 nR_5\right) + \frac{2}{3} n^2\sigma^4 \left(\frac{\pi k^3 T}{m}\right)^{1/2} R_6. \tag{28}$$

Здесь

$$a_1 = \frac{15}{16\pi\sigma^2 R_0}\left(\frac{kT}{\pi m}\right)^{1/2}\left(\frac{p}{nkT} - \frac{2}{5} B_0 nR_1\right), \tag{29}$$

$$b_0 = \left(\frac{\pi m}{kT}\right)^{1/2} R_0^{-1} \left(\frac{p}{nkT} - \frac{3}{5} B_0 n R_2\right), \tag{30}$$

Для коэффициентов R_m получено

$$R_0 = \chi_0(1 - \frac{1}{3}\phi_0 - 2\phi_{1,3} + 6\phi_{1,5} - 4\phi_{1,7}) - \frac{1}{3}\omega_0 - 2\omega_{1,3} + + 6\omega_{1,5} - 4\omega_{1,7}, \tag{31}$$

$$R_1 = \chi_0\left(1 - \frac{12}{35}\phi_0 + 3\phi_{-1,4} - 3\phi_{-1,6} - 3\phi_{1,8}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{19}{35}\omega_0 - \omega_3 + + 4\omega_{-1,4} - 4\omega_{-1,6} - \omega_{1,2} + \omega_{1,4} + 4\omega_{1,6} - 4\omega_{1,8}\right), \tag{32}$$

$$R_2 = R_1 + \frac{5}{6}(\omega_3 - \omega_0), \tag{33}$$

$$R_3 = \chi_0\left(1 - \frac{2}{5}\phi_0 - \frac{9}{2}\phi_{1,4} + \frac{9}{2}\phi_{1,6}\right) + \frac{9}{2}\left(-\frac{2}{105}\omega_0 - \omega_{-1,4} + \omega_{-1,6} + \omega_{1,4} - 2\omega_{1,6} + 4\omega_{1,8}\right), \tag{34}$$

$$R_4 = \chi_0(1 - \frac{1}{4}\phi_0 - \frac{1}{2}\phi_{-1,3} + \frac{3}{2}\phi_{-1,5} - \phi_{1,3} - \frac{1}{2}\phi_{1,5} + + \frac{3}{2}\phi_{1,7}) - \frac{1}{4}\omega_3 - \frac{5}{2}\omega_{-1,3} + \frac{21}{2}\omega_{-1,5} - 9\omega_{-1,7} - \omega_{1,3} - - \frac{1}{2}\omega_{1,5} + \frac{9}{2}\omega_{1,7} - 3\omega_{1,9}, \tag{35}$$

$$R_5 = \chi_0\left(1 - \frac{11}{15}\phi_0 - 2\phi_{1,4} + 2\phi_{1,6}\right) + \frac{4}{105}\omega_0 - 2\omega_{-1,4} + 2\omega_{-1,6} + + 2\omega_{1,4} - 4\omega_{1,6} + 2\omega_{1,8}, \tag{36}$$

$$R_6 = \chi_0\left(1 - \frac{1}{3}\phi_0 + \phi_{-1,5} - \phi_{1,3} + \phi_{1,7}\right) - \frac{1}{6}\omega_3 - 2\omega_{-1,3} + + 7\omega_{-1,5} - 6\omega_{-1,7} - \omega_{1,3} + 3\omega_{1,7} - 2\omega_{1,9} + l_{1,3}, \tag{37}$$

$$R_7 = \chi_0\left(1 - \frac{1}{2}\phi_0 + \phi_{-1,3} - \phi_{1,3} + \phi_{1,5}\right) - \omega_{-1,3} - \omega_{1,3} + \omega_{1,5}, \tag{38}$$

$$\phi_{n,m} = \frac{1}{kT} \int\limits_1^\infty dx \int\limits_0^1 dy\ \phi_s'(x) \frac{y^{m-1}}{\left(\sqrt{x^2+y^2-1}\right)^n}, \tag{39}$$

$$\omega_{n,m} = \frac{1}{kT} \int\limits_1^\infty dx \int\limits_0^1 dy\ \phi_s'(x)\ \chi(x) \frac{y^{m-1}}{\left(\sqrt{x^2+y^2-1}\right)^n}, \tag{40}$$

$$e_{n,m} = \frac{1}{kT} \int\limits_1^\infty dx \int\limits_0^1 dy\ \phi_s'(x)\ \chi(x) x \frac{y^{m-1}}{\left(\sqrt{x^2+y^2-1}\right)^n}, \tag{41}$$

$$\phi_0 = \phi_{0.1} = -\phi(\sigma) kT,\ \omega_k = \frac{1}{kT} \int\limits_1^\infty \phi(x)\chi(x)x^k dx, \tag{42}$$

где $x = r/\sigma$ — безразмерная координата.

Выражения (26)—(28) с учетом (29)—(42) отличаются от полученных в моделях Райтса—Олнетта и Пригожина—Никольса—Миствича, так как учитывают перекрестные эффекты. Эти выражения гораздо проще, чем в модели Снайда—Кэртисса [3,4], и их численный расчет не представляет затруднений. Кроме того, они справедливы в любом порядке по плотности. И если известна парная корреляционная функция $\chi/(r)$ в приближении твердых сфер, что немаловажно, то расчет поправок в теории Энскога, учитывающих взаимодействие молекул на расстояниях $r > \delta$, не составит труда.

Список литературы

[1] *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.

[2] *Уленбек Дж., Форд Дж.* Лекции по статистической механике. М.: Мир, 1965.

[3] *Hoffman D.F., Curtiss C.F.* // Phys. Fluids. 1965. Vol. 8. N 4. P. 667—682.

[4] *Bennet D.E., Curtiss C.F.* // Chem. Phys. 1969. Vol. 51. N 7. P. 2811—2825.

[5] *Богданов А.В., Дубровский Г.В.* // ТМФ. Т. 28. № 1. С. 80—91.

[6] *Нименская Л.В.* // Молекулярная газодинамика. М.: Наука, 1982. С. 61—67.

[7] *Либов Р.* Введение в теорию кинетических уравнений. М.: Мир, 1974.

[8] *Крокстон К.* Физика жидкого состояния. М.: Мир, 1978.

[9] *Baleiko M.O, Davis H.T.* // Chem. Phys. 1970. Vol. 52. N 5 P. 2427—2435.

[10] *Азнакаев Э.Г.* // ФНТ. 1979. № 10. С. 53—58.

[11] *Рудяк В.Я.* Статистическая теория диссипативных процессов в газах и жидкостях. Новосибирск: Наука, 1987.

[12] *Polyvos J.A., Davis H.T., Misquich J., Nicolis G.* // Chem. Phys. 1968. Vol. 49. N 9. P. 4088—4095.
[13] *Theodosopulu M., Li K., Danler J.* // Mol. Phys. 1976. Vol. 32. N 3. P. 599—612.
[14] *Курочкин В.И.* // Краткие сообщения по физике. 1989. № 2 С. 5—7.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Куйбышевский филиал

Поступило в Редакцию
4 января 1990 г.
В окончательной редакции
11 августа 1991 г.