

01; 09; 10
© 1992 г.ИНДУЦИРОВАННОЕ ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
„ГОРЯЧЕГО“ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. А. Базылев, В. В. Головизнин

В одночастичном приближении рассмотрена задача об излучении пучка ультрарелятивистских электронов, движущихся со сверхсветовой скоростью в преломляющей среде (или иной замедляющей системе) в поле плоской электромагнитной волны при наличии постоянного однородного внешнего магнитного поля. Показано, что при сравнительно слабых требованиях к пучку может быть реализована ситуация, когда процессы вынужденного поглощения фотонов подавляются по сравнению с вынужденным излучением, в результате чего происходит когерентная накачка электромагнитной волны „горячим“ электронным пучком. Получены аналитические выражения для коэффициента усиления при различных соотношениях между напряженностью внешнего магнитного поля и амплитудой напряженности поля волны.

1. В основе действия лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) [1-5; 7, 8, 13], а также обращенных ЛСЭ [6] лежит тот факт, что при совпадении фазовой скорости электромагнитной волны со скоростью движения ускоренного электрона интенсивность обмена энергией может резко возрастать. Если надлежащим образом варьировать фазовую скорость волны путем профилирования параметров ондулятора, то часть электронов оказывается „захвачена“ в потенциальную яму пондеромоторного потенциала, что позволяет длительное время осуществлять у них отбор энергии без нарушения необходимых фазовых соотношений [9-12]. Однако ввиду малой глубины потенциальной ямы такой режим работы требует достаточно малого углового и энергетического разброса в пучке.

В работе [14] была предложена схема ЛСЭ, использующая преломляющую среду вместо ондулятора. Суть ее состоит в том, что пучок ускоренных электронов в среде взаимодействует с электромагнитной волной в присутствии постоянного внешнего магнитного поля, медленно изменяющего направление скорости частиц. Условие фазового синхронизма достигается в тот момент, когда скорость электрона составляет с направлением распространения волны угол, равный углу раствора „черенковского конуса“. Хотя захвата электронов в потенциальную яму пондеромоторных сил при этом не происходит, эффективность накачки, как показано в [14], может быть достаточно высокой. Требования к каче-

ству пучка при этом оказываются весьма слабыми, что позволяет надеяться на использование „горячих“ электронных пучков.

В настоящей работе развита теория этого процесса, описывающая в одночастичном приближении как стадию генерации (режим слабого сигнала), так и нелинейную стадию (режим насыщения). Значительное упрощение исходных уравнений, позволяющее получить результат в аналитическом виде, достигается при учете того факта, что основной вклад в процесс обмена энергией вносит участок траектории, близкий к точке фазового синхронизма. Детали траектории, далекие от этой точки, оказываются неважны, достаточно лишь учесть начальное распределение электронов по энергиям и углам влета.

Отметим, что направление передачи энергии (ослабление либо усиление волны и соответственно ускорение либо замедление в среднем пучка электронов) зависит от того, изнутри или снаружи частицы пересекают „черенковский конус“. Ненулевой средний эффект, таким образом, обеспечивается специальным выбором начальных условий: все электроны в начальный момент времени должны находиться внутри „черенковского конуса“.

2. Итак, пусть частица с зарядом e движется в среде с показателем преломления $n = \sqrt{1 + \chi^2}$, взаимодействуя с плоской монохроматической линейно поляризованной электромагнитной волной частоты ω (для простоты будем полагать $e > 0$, так как эффект не зависит от знака заряда). Совместим ось z с волновым вектором k , а ось x направим вдоль вектора напряженности электрического поля волны. Пусть в системе присутствует однородное внешнее магнитное поле H , направленное по оси y . В дальнейших выкладках мы будем ограничиваться ультрарелятивистским случаем $\epsilon \gg m$ (здесь ϵ — энергия частицы, m — ее масса) и полагать малым угол между скоростью частицы и осью z . Это, в частности, означает, что длина рассматриваемой системы L должна быть мала по сравнению с ларморовским радиусом частицы в поле H : $L \ll \epsilon / eH$.¹ Обозначим x -составляющую импульса частицы через p ; без ограничения общности y -составляющую импульса можно считать равной нулю, так как в процессе взаимодействия проекция импульса на ось y сохраняется. Полагая $\chi^2 \ll 1$, получаем следующую систему уравнений, описывающую движение быстрой частицы в поле электромагнитной волны:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{eE_0 p}{\epsilon} \sin \Phi, \\ \dot{p} &= \frac{eE_0}{\omega} \dot{\Phi} \sin \Phi + eH, \\ \dot{\Phi} &= \frac{\omega}{2} \left(\frac{p^2 + m^2}{\epsilon^2} - \chi^2 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны, $\Phi = (\omega t - kz)$ — фаза волны.

Система уравнений (1) должна решаться относительно переменной ϵ , поскольку изменение энергии частицы в данном случае обусловлено ра-

¹ Здесь и далее $\hbar = c = 1$.

ботой поля волны над частицей и характеризует эффективность когерентной накачки. В качестве начальных условий выступают значения поперечного импульса p_0 , энергии ε_0 и фазы Φ_0 в начальный момент времени $t = 0$, причем распределение частиц по Φ_0 следует считать равномерным от 0 до 2π , а распределение по ε_0 и p_0 определяется качеством пучка. В дальнейшем мы будем считать пучок достаточно „горячим“; точные количественные ограничения будут получены ниже.

3. В зависимости от соотношения между E_0 и H решение системы (1) удобно проводить различными способами. Рассмотрим вначале режим слабого сигнала, когда амплитуда поля волны E_0 может считаться малым параметром (это отвечает значениям $E_0 \ll H\chi^{-2}$) (см. ниже). В этом случае результат может быть представлен в виде ряда по степеням E_0 . Введем обозначения $\xi = \varepsilon\chi/m$, $\tau = t\omega\chi^2/2$, $\sigma = p/m$, $\kappa = 2eH/m\omega\chi^2$, $\alpha = eE_0/m\omega$. Система уравнений (1) при этом переписывается в виде

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{2\alpha\sigma}{\xi} \sin \Phi,$$

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = \frac{2 + \sigma^2}{\xi^2} - 1, \quad (2a)$$

причем

$$\sigma = \sigma_0 + \kappa\tau + \alpha (\cos \Phi_0 - \cos \Phi). \quad (2б)$$

С точностью до членов второго порядка по α интересующая нас переменная ξ равна

$$\xi^{(2)}(\tau) = \xi_0 + 2\alpha \int_0^\tau d\tau' \frac{\sigma^{(1)}(\tau')}{\xi^{(1)}(\tau')} \sin \Phi^{(1)}(\tau'),$$

где $\sigma^{(1)}$, $\Phi^{(1)}$ и $\xi^{(1)}$ означают соответствующие величины, разложенные до членов первого порядка по α .

Легко убедиться, что члены первого порядка в $\xi(\tau)$ выпадают при усреднении по Φ_0 ; ненулевой эффект, таким образом, возникает лишь во втором порядке по e_0 , как и следовало ожидать. После усреднения по Φ_0 $\xi^{(2)}(\tau)$ принимает вид

$$\begin{aligned} \langle \xi^{(2)}(\tau) \rangle_{\Phi_0} &= \xi_0 + 2\alpha^2 \xi_0^{-1} \int_0^\tau d\tau' \left\{ \frac{1}{2} \sin(\Phi^{(0)}(\tau') - \Phi_0) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma^{(0)}(\tau') \xi_0^{-2} \cos(\Phi^{(0)}(\tau') - \Phi_0) \int_0^{\tau'} d\tau'' \sigma^{(0)}(\tau'') - \right. \\ &\quad \left. - 2\sigma^{(0)}(\tau') \xi_0^{-4} \int_0^{\tau'} d\tau'' [1 + \sigma^{(0)}(\tau'')]^2 \int_0^{\tau''} d\tau''' \sigma^{(0)}(\tau''') \sin(\Phi^{(0)}(\tau''') - \right. \end{aligned}$$

$$- \Phi^{(0)}(\tau') - 2 \sigma^{(0)}(\tau') \xi_0^{-2} \int_0^{\tau'} d\tau'' \sigma^{(0)}(\tau'') \cos(\Phi^{(0)}(\tau'') - \Phi^{(0)}(\tau')) \Big\} \quad (3)$$

где $\sigma^{(0)}(\tau) = \sigma_0 + \kappa\tau$,

$$\Phi^{(0)}(\tau) = \Phi_0 + \xi_0^{-2} \int_0^{\tau} d\tau' [1 + \sigma^{(0)}(\tau')^2 - \xi_0^2]. \quad (4)$$

При $\tau \rightarrow \infty$ интеграл по $d\tau'$ в (3) имеет перевальную точку $\tau_{\text{пер}}$, определяемую условием $d\Phi^{(0)}(\tau')/d\tau' = 0$; с учетом (4) находим

$$\tau_{\text{пер}} = \frac{1}{\kappa} \left(\sqrt{\xi_0^2 - 1} - \sigma_0 \right). \quad (5)$$

Этот момент соответствует достижению фазового синхронизма, когда продольная скорость частицы равна фазовой скорости волны. В дальнейшем будем считать пучок достаточно „горячим“

$$\delta p_0 \gg \frac{eH}{\omega\chi^2}, \quad \delta\varepsilon_0 \gg \frac{eH}{\omega\chi^3}, \quad (6)$$

где δp_0 и $\delta\varepsilon_0$ — начальный разброс по поперечному импульсу и энергии (достаточно потребовать выполнения только одного из этих условий).

В этом случае, как легко показать, $\cos(\Phi^{(0)}(\tau_{\text{пер}}) - \Phi_0)$ является быстроосциллирующей функцией и после усреднения по p_0 , соответствующие слагаемые в (3), содержащие $\sin(\Phi^{(0)}(\tau') - \Phi_0)$ и $\cos(\Phi^{(0)}(\tau') - \Phi_0)$, выпадают.

Легко также убедиться, что в слагаемом, содержащем $\sin(\Phi^{(0)}(\tau'') - \Phi^{(0)}(\tau'))$, подынтегральное выражение обращается в нуль в перевальной точке. Таким образом, при усреднении по p_0 основным оказывается последнее слагаемое в фигурных скобках формулы (3). Выполняя необходимое интегрирование методом перевала, в итоге получаем

$$\langle \xi^{(2)}(\tau \rightarrow \infty) \rangle_{\phi_0 p_0} \approx \xi_0 - \frac{2\pi\alpha^2}{\kappa\xi_0} \sqrt{\xi_0^2 - 1} \quad (7)$$

(угловыми скобками обозначено усреднение по соответствующей переменной).

Определим коэффициент полезного действия η как

$$\eta = \frac{\varepsilon_0 - \langle \varepsilon(t \rightarrow \infty) \rangle_{\phi_0 p_0}}{\varepsilon_0}, \quad (8)$$

тогда из (7), возвращаясь к прежним обозначениям, имеем

$$\eta = \frac{\pi(eE_0)^2(\epsilon_0^2\chi^2 - m^2)^{1/2}}{eH\omega\epsilon_0^2}. \quad (9)$$

Следует отметить две важные особенности полученных формул. Во-первых, при энергии ϵ_0 , меньшей m/χ , подкоренное выражение в (9) становится отрицательным. Это есть следствие того обстоятельства, что для осуществления описанного механизма когерентной накачки начальная скорость частицы должна превосходить фазовую скорость света в среде c/n , откуда следует условие $\epsilon_0 > m/\chi$. Во-вторых, η меняет знак при перемене знака eH . Фактически речь идет об изменении направления, в котором частица пересекает „черенковский конус“. Формулы (7), (9) получены для случая, когда начальный импульс частицы лежит внутри „черенковского конуса“ (соответственно z -компонента скорости частицы превосходит фазовую скорость волны), а конечный импульс — вне него. При переходе „черенковского конуса“ в противоположном направлении (например, при смене знака H и соответствующем изменении начального импульса p_0) вместо усиления волны будет происходить ее ослабление.

4. Рассмотрим далее режим насыщения, когда амплитуда напряженности поля волны E_0 превосходит величину $H\chi^{-2}$. Согласно оценкам, проделанным в работе [14], зависимость η от E_0 в этом случае существенно меняется: η растет пропорционально $E_0^{1/2}$ вместо $\eta \sim E_0^2$ в режиме слабого сигнала. Более точно эта зависимость может быть найдена следующим образом. Введем новые переменные q , s и θ

$$\theta = \omega\chi^2\beta t, \quad q = (\epsilon_0^2\chi^2 - m^2)^{1/2}(p - (\epsilon_0^2\chi^2 - m^2)^{1/2})/(\epsilon_0^2\chi^2\beta),$$

$$s = \left(\left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)^2 - 1 \right) / (2\beta),$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{eE_0(\epsilon_0^2\chi^2 - m^2)^{1/2}}{2\omega\epsilon_0^2\chi^2}}.$$

Система уравнений (1) при этом переписется в виде

$$\frac{ds}{d\theta} = -2(1 + 2\beta s)^2 \left(1 + \frac{\beta q \epsilon_0^2 \chi^2}{\epsilon_0^2 \chi^2 - m^2} \right) \sin \Phi,$$

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = s + q(1 + 2\beta s) \left(1 + \frac{\beta q \epsilon_0^2 \chi^2}{2(\epsilon_0^2 \chi^2 - m^2)} \right) \sin \Phi, \quad (10a)$$

причем

$$q = q_0 + h\theta + 2\beta(\cos \phi_0 - \cos \phi), \quad (106)$$

где $h = 2H/(E_0\chi^2)$.

Поскольку $\beta \ll \sqrt{eE_0/m\omega} \ll 1$, то будем искать решение системы (10) в виде ряда по степеням β . При $\beta \ll 1$, как легко убедиться, выражение для коэффициента полезного действия η уже содержит β в качестве множителя

$$\eta = 1 - \langle (1 + 2\beta s(\theta \rightarrow \infty))^{-1/2} \rangle_{\phi_0 p_0} \approx \beta \langle s(\theta \rightarrow \infty) \rangle_{\phi_0 p_0}, \quad (11)$$

поэтому в первом исчезающем порядке достаточно ограничиться для $s(\theta)$ решением, отвечающим значению $\beta = 0$. При этом система (10) значительно упрощается

$$\frac{ds}{d\theta} = -2 \sin \phi,$$

$$\frac{d\phi}{d\theta} = s + q_0 + h\theta. \quad (12)$$

Начальные условия имеют вид $s_0 = 0$, $\phi_0 \in [0, 2\pi]$.

Дважды дифференцируя ϕ по θ , получаем уравнение

$$\frac{d^2\phi}{d\theta^2} = h - 2 \sin \phi, \quad (13)$$

по форме совпадающее с уравнением движения материальной точки в потенциальном поле вида

$$U(\phi) = -h\phi - 2 \cos \phi. \quad (14)$$

Уравнение (13) имеет интеграл движения w , равный

$$W = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{d\theta} \right)^2 + U(\phi) = \text{const},$$

откуда находим

$$d\phi/d\theta = \pm \sqrt{2(w + h\phi + 2 \cos \phi)}. \quad (15)$$

При $|h| > 2$ все траектории частиц в поле вида (14) являются аperiодическими, поэтому задание w полностью определяет траекторию. При $|h| < 2$ потенциальное поле (14) имеет бесконечное количество локальных минимумов; один из них показан на рис. 1. В этом случае одному и тому же значению w могут соответствовать две различные траектории: периодическая и аperiодическая. По условиям задачи на-

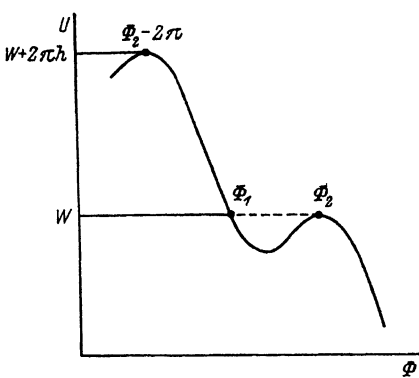


Рис. 1. Потенциальное поле $U(\phi)$ в окрестности одного из локальных минимумов, возникающих при $|h| < 2$.

Область периодических траекторий ограничена отрезками сплошной и штриховой линий, соединяющими точки ϕ_1 и ϕ_2 .

Начальное значение $(d\phi/\alpha\theta)(\theta = 0) = -q_0$ должно выбираться таким образом, чтобы обеспечить попадание лишь на аperiodические траектории, однократно проходящие через точку фазового синхронизма ϕ_* , в которой $d\phi/\alpha\theta = 0$. Знак q_0 должен соответствовать движению по направлению к точке фазового синхронизма; так, при $h > 0$ следует задавать $q_0 < 0$.

Интересующее нас значение $s(\theta \rightarrow \infty)$, как следует из (12) и (15), равно

$$s(\theta \rightarrow \infty) = -2 \int_0^{\infty} d\theta' \sin \phi(\theta') =$$

$$= \sqrt{2} \int_{\phi_0}^{\phi_*} \frac{d\phi \sin \phi}{(w + h\phi + 2 \cos \phi)^{1/2}} - \sqrt{2} \int_{\phi_*}^{\infty} \frac{d\phi \sin \phi}{(w + h\phi + 2 \cos \phi)^{1/2}}, \quad (16)$$

где $w(q_0/2)^2 = h\phi_0 + 2 \cos \phi_0$, а ϕ_* — корень уравнения $w = -h\phi_* - 2 \cos \phi_*$.

Ввиду быстрой сходимости на нижнем пределе интегрирование в первом слагаемом формулы (16) может быть распространено до бесконечности, тогда

$$s(\theta \rightarrow \infty) = -2\sqrt{2} \int_{\phi_*}^{\infty} \frac{d\phi \sin \phi}{\sqrt{w + h\phi + 2 \cos \phi}}. \quad (17)$$

Согласно (15), изменение w на $2\pi h$ приводит к траектории, смещенной по ϕ на 2π относительно исходной, поэтому достаточно рассмотреть лишь траектории, отвечающие значениям W , заключенным в интервале от некоторого W до $W + 2\pi h$. С другой стороны, для характерных значений $p_0 \sim m$ и $\epsilon_0 \chi \sim (\epsilon_0^2 \chi^2 - m^2)^{1/2} \sim m$ в пучке, удовлетворяющем условиям (6), разброс частиц по параметру w значительно превосходит ширину этого интервала, составляя величину порядка

$$\delta w \sim q_0 \delta q_0 \sim \frac{\delta p_0}{m\beta^2} \gg \frac{|H|}{E_0 \chi^2} \sim |h|.$$

Следовательно, в „горячем“ пучке можно считать частицы распределенными равномерно по w , а усреднение по Φ_0 и p_0 заменить усреднением по w от W до $W + 2\pi h$. Начало отсчета W удобно совместить с одним из локальных максимумов потенциального поля (14), как показано на рис. 1. Выполняя указанное усреднение в формуле (17), получаем

$$S = \langle (\epsilon \rightarrow \infty) \rangle_{\Phi_0 p_0} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\Phi_1}^{\Phi_0} d\Phi \sqrt{U(\Phi_2) - U(\Phi)}, \quad (18)$$

где Φ_1 и Φ_2 — границы области периодических траекторий (рис. 1).

Соответственно коэффициент полезного действия η равен

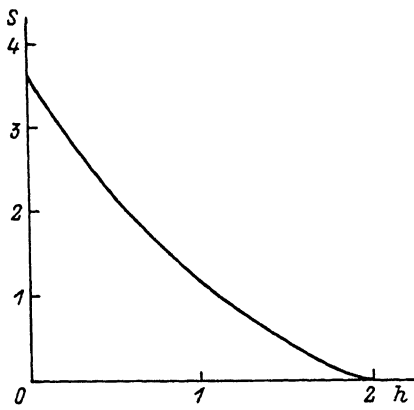
$$\eta = \beta S(h) = \sqrt{\frac{eE_0 (\epsilon_0^2 \chi^2 - m^2)^{1/2}}{2\omega \epsilon_0^2 \chi^2}} S(h). \quad (19)$$

Зависимость S от h показана на рис. 2.² При $h = 2$ S обращается в нуль, так как обращается в нуль интервал интегрирования: область периодических траекторий при больших значениях h отсутствует. Как и для случая слабого сигнала, при переходе „черенковского конуса“ в противоположном направлении η меняет знак. При $E_0 \sim 10^7$ В/см и $\omega \sim 0.1$ эВ η может достигать нескольких процентов, что подтверждает оценки работы [14].

5. Таким образом, нами получены выражения для коэффициента полезного действия η в режимах слабого сигнала (9) и насыщения (19). Нетрудно убедиться, что формула (9) представляет собой фактически асимптотику (при $h \rightarrow \infty$) следующего члена разложения η в ряд по степеням β . В самом деле, в обозначениях предыдущего раздела (9) принимает вид $\eta = 4\pi h^{-1} \beta^2$. При $|h| > 2$ этот член разложения ставится старшим, поскольку коэффициент при члене первого порядка по β тождественно обращается в нуль. В совокупности (9) и (19) описывают поведение η практически во всем диапазоне изменения h и β . Как функция ϵ_0 и η (одновременно с β) достигает максимума при $\epsilon_0 = \sqrt{2} m/\chi$; условия фазового синхронизма в таком случае выполняются при $p = m$. В силу этих обстоятельств в проделанных ранее оценках мы полагали $\epsilon_0 \chi \sim p_0 \sim m$. Эти же соображения позволяют оценить верхний предел углового и энергетического разброса частиц в „горячем“ пучке. Действительно, формулы (9) и (19) получены в предположении, что

² Авторы благодарны В.И.Глебову, выполнившему численный расчет этой функции.

Рис. 2. Мгновенная эффективная когерентной накачки S в режиме насыщения как функция h .



частица однократно пересекла „черенковский конус“ в нужном направлении. Следовательно, начальный разброс частиц по углу влета $\delta\theta_0$ должен быть таким, чтобы подавляющая часть пучка „вписывалась“ в „черенковский конус“ $\delta\theta_0 < \chi$. Относительно же энергии ϵ_0 достаточно потребовать, чтобы

она превосходила пороговое значение m/χ . Эти требования к пучку являются весьма слабыми, что является следствием одномерности рассмотренной модели. При учете конечных поперечных размеров электронного и лазерного пучков ограничения усиливаются (см. раздел 6).

6. Полученные результаты показывают, что существует близкая аналогия между рассмотренным механизмом когерентной накачки и работой традиционного ЛСЭ в режиме „ускорения пустого бакета“ [11], хотя физическая реализация существенно отличается: вместо изменения фазовой скорости усиливаемой волны за счет вариации параметров ондулятора в нашем случае происходит разворот пучка во внешнем магнитном поле при неизменной фазовой скорости волны. Отмеченная аналогия, однако, совершенно исчезает при расчете фактора заполнения, который возникает за счет конечных поперечных размеров электронного и лазерного пучков и характеризует степень их пространственного совмещения.

Как правило, в ЛСЭ оба пучка коаксиальны и фактор заполнения приблизительно равен отношению площади сечения более узкого пучка к площади сечения широкого. В рассмотренном нами случае пучки существенно некоаксиальны, поскольку электроны движутся по дугам окружностей. В соответствии с этим по-другому определяется и фактор заполнения, который, как мы увидим ниже, может быть близок к единице даже в том случае, когда сечение электронного пучка внутри области взаимодействия существенно превосходит сечение лазерного.

Действительно, для усиления важна фактически лишь ближайшая окрестность точки фазового синхронизма, так как вдали от нее интенсивность обмена энергией резко падает. Речь идет о длинах порядка $l \sim \chi^{-1} (m/eN\omega)^{1/2}$, что составляет по отношению к полной длине усиления $L \sim m/eN$ малую величину порядка $l/L \sim (eN\chi^{-2}/\omega m)^{1/2} \sim \beta\sqrt{h} \ll 1$. Соответствующее поперечное смещение частицы равно $l\chi \sim (m/eN\omega)^{1/2} \lesssim 10^3 \lambda$, где λ — длина волны усиливаемого излучения. Если поперечный размер лазерного пучка велик по сравнению с $10^3 \lambda$, то с хорошей точностью усиление можно считать происходящим непосредственно в точке фазового синхронизма; детали траектории при этом не играют роли. В частности, для осуществления накачки достаточно, чтобы лазерный луч покрывал собой не весь пучок электронов, а лишь множество точек фазового синхронизма.

С учетом сказанного можно оценить условия, при которых фактор заполнения будет близок к единице. Пренебрегая влиянием поля волны на движение частицы, траекторию электрона представим в виде

$$x = x_0 + \vartheta_0 z + \frac{eHz^2}{2\varepsilon_0}, \quad (20)$$

где x_0 — поперечная координата электрона на входе в область взаимодействия, $\vartheta_0 = p_0/\varepsilon_0$ — угол влета (для простоты мы не будем учитывать движение частиц по оси y , полагая сразу $p_y = 0$; в действительности, конечно, учет y -составляющей скорости несколько изменит полученные ниже оценки).

Поперечный импульс p линейно зависит от координаты z : $p = p_0 + eHz$. В точке фазового синхронизма z_* должно выполняться условие $p^2 + m^2 = \varepsilon_0^2 \chi^2$, откуда имеем

$$x_* = x_0 + \frac{\varepsilon_0^2 (\chi^2 - \vartheta_0^2) - m^2}{2\varepsilon_0 eH}. \quad (21)$$

Если диаметр лазерного луча равен d , то для пучка электронов в целом должно выполняться условие

$$x_{*\max} - x_{*\min} \lesssim d \quad (22)$$

(на рис. 3 заштрихованная область схематически представляет множество точек (x_*, z_*)).

В противном случае часть электронов будет проходить через точку фазового синхронизма вне области, занятой электромагнитной волной, и не сможет усиливать последнюю.

Из (21) находим вариацию x_* при изменении начальных параметров x_0 , ε_0 и ϑ_0

$$\begin{aligned} \delta x_* = & \delta x_0 - \frac{\bar{\varepsilon}_0 \bar{\vartheta}_0}{eH} \delta \vartheta_0 + \left(\chi^2 - \bar{\vartheta}_0^2 + \frac{m^2}{\bar{\varepsilon}_0^2} \right) \frac{\delta \varepsilon_0}{2eH} - \\ & - \frac{\bar{\varepsilon}_0 (\delta \bar{\vartheta}_0)^2}{2eH} - \frac{\bar{\vartheta}_0 (\delta \bar{\vartheta}_0 \delta \varepsilon_0)}{eH} - \frac{m^2 (\delta \varepsilon_0)^2}{2eH \bar{\varepsilon}_0^3}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $\bar{\varepsilon}_0$ и $\bar{\vartheta}_0$ означают средние значения соответствующих величин.

Наша задача состоит в том, чтобы минимизировать δx_* . Легко видеть, что члены первого порядка малости по $\delta \vartheta_0$ выпадают при $\bar{\vartheta}_0 = 0$. Для того чтобы исключить также и слагаемое первого порядка по $\delta \varepsilon_0$,

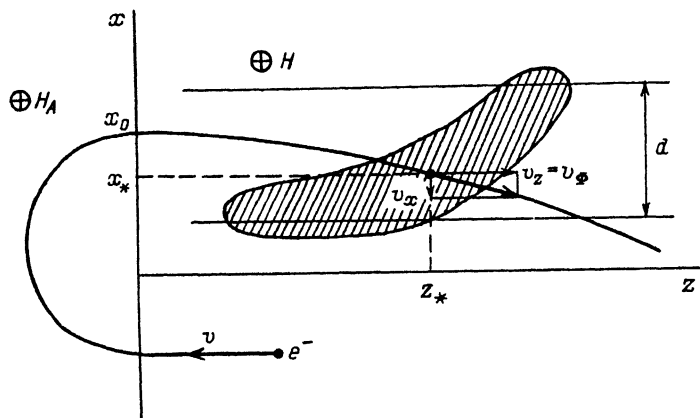


Рис. 3. Типичная траектория частицы.

Пройдя через магнитное поле H_A , частица разворачивается на 180° и попадает в рабочую область системы $z > 0$ (масштаб сильно искажен, так как поле H_A в $10^3 - 10^4$ раз превосходит H). Границы лазерного луча показаны сплошными линиями, параллельными оси абсцисс.

пучок электронов перед попаданием в область взаимодействия можно пропустить через область магнитного поля H_A , осуществив его разворот на 180° , как показано на рис. 3. Поскольку радиус поворота пропорционален энергии частицы, то поперечное смещение оказывается коррелировано с $\delta\epsilon_0$. В результате (23) переходит в

$$\begin{aligned} \delta x_* = \delta x_0 - \frac{\bar{\epsilon}_0 (\delta\theta_0)^2}{2eH} - \frac{m^2 (\delta\theta_0)^2}{2eH\bar{\epsilon}_0^3} + \\ + \left[\frac{1}{2eH} \left(\chi^2 + \frac{m}{\bar{\epsilon}_0} \right)^2 - \frac{2}{eH_A} \right] \delta\epsilon_0 \end{aligned} \quad (24)$$

(здесь уже учтено условие $\bar{\theta}_0 = 0$).

Дополнительное магнитное поле H_A , таким образом, должно удовлетворять условию

$$H_A = 4H / \left(\chi^2 + \frac{m}{\bar{\epsilon}_0} \right). \quad (25)$$

С учетом (24), (25) ограничение (22) можно записать в виде условий на δx_0 , $\delta\theta_0$ и $\delta\epsilon_0$: $|\delta x_0| \leq d/2$, $(\delta\theta_0)^2 \leq 2eHd/\bar{\epsilon}_0$, $(\delta\epsilon_0)^2 \leq 2eH\bar{\epsilon}_0^3 d/m^2$. Если характеризовать качество пучка эмиттансом $K =$

$= (\delta x_0)_{\max} \cdot (\delta \theta_0)_{\max}$, то в результате приходим к следующим ограничениям:

$$|\delta \epsilon_0| / \bar{\epsilon}_0 \lesssim \sqrt{2eH\bar{\epsilon}_0 d / m^2}, \quad K \lesssim d \sqrt{eHd / 2\bar{\epsilon}_0}. \quad (26)$$

Полагая, $d \sim 1$ см, $2H\chi^{-2} \sim 10^7$ В/см, $\bar{\epsilon}_0 \sim m/\chi$, $\chi \sim 10^{-2}$ (это типичное значение χ для газов при нормальных условиях), получаем численную оценку $|\delta \epsilon_0| / \bar{\epsilon}_0 \lesssim 50\%$, $K \lesssim 2$ см·мрад, что является весьма слабым требованием к пучку. Отметим, что поперечный размер электронного пучка в области взаимодействия составляет величину порядка $(m\chi d / eH)^{1/2}$, превышая сечение лазерного пучка d в $(m\chi / eHd)^{1/2} \sim (10\chi)^{-1/2}$ раз.

7. Таким образом, нами рассмотрен процесс когерентной накачки электромагнитной волны „горячим“ электронным пучком за счет индуцированного черенковского излучения электронов во внешнем магнитном поле. Полученные результаты показывают, что эффективность использования энергии ускоренных электронов может быть достаточно высокой при сравнительно низких требованиях к качеству пучка.

Отметим в заключение, что полученные формулы могут быть легко обобщены также и на случай системы с ондулятором вместо преломляющей среды [15]. Для этого следует произвести замену

$$\beta = \left(\frac{eE_0 \mu}{2\omega(m^2 + 2\mu^2)} \right)^{1/2}, \quad (27)$$

$$h = \frac{2H\bar{\epsilon}_0^2 \left(\frac{2\Omega\bar{\epsilon}_0^2}{\omega} - m^2 - 2\mu^2 \right)^{1/2}}{E_0 \mu (m^2 + 2\mu^2)}, \quad (28)$$

после чего для коэффициента полезного действия η имеем в режиме слабого сигнала ($|h| \gg 1$)

$$\eta = 4\pi h^{-1} \beta^2 = \frac{\pi(eE_0 \mu)^2}{\omega \bar{\epsilon}_0^2 eH} \left(\frac{2\Omega\bar{\epsilon}_0^2}{\omega} - m^2 - 2\mu^2 \right)^{-1/2}, \quad (29)$$

в режиме насыщения ($|h| < 2$)

$$\eta = \beta S(h) = \left(\frac{eE_0 \mu}{2\omega(m^2 + 2\mu^2)} \right)^{1/2} S(h). \quad (30)$$

Здесь Ω и μ — конструкционные параметры ондулятора. Если магнитное

поле на оси ондулятора изменяется по закону $H_x = 0$, $H_y = H_0 \cos \Omega z$, то μ представляет собой отношение $\mu = eH_0 / 2\Omega$. Как следует из (27), максимальное значение β достигается при $\mu = \pi/\sqrt{2}$.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б. // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. Вып. 11. С. 1262—1268.
- [2] Гапонов А.В. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. Вып. 1. С. 326—330.
- [3] Pantell R.H., Soncini G., Puthoff H.E. // IEEE J. Quant. Electr. 1968. Vol. QE-4. N 11. P. 905—921.
- [4] Madey J.M.J. // J. Appl. Phys. 1971. Vol. 42. N 5. P. 1906—1914.
- [5] Лоладзе Ц.Д., Рухадзе А.А., Чоговадзе М.Е. // ЖЭТФ. 1974. Т. 67. Вып. 3. С. 875—880.
- [6] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. // ДАН СССР. 1962. Т. 145. № 6. С. 1259—1262.
- [7] Elias L.R., Fairbank W.M., Madey J.M.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1976. Vol. 36. N 13. P. 717—720.
- [8] Deacon D.A.G., Elias L.R., Madey J.M.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38. N 16. P. 892—894.
- [9] Sprangle P., Tang C., Manheimer W. // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. N 26. P. 1932—1936.
- [10] Brau C.A. // IEEE J. Quant. Electr. 1980. Vol. QE-16. P. 335—346.
- [11] Kroll N.M., Morton P.L., Rosenbluth M.N. // IEEE J. Quant. Electr. 1981. Vol. QE-17. P. 1436—1441.
- [12] Colson W.B. // Phys. Lett. 1976. Vol. 59A. N 2. P. 187—190.
- [13] Федоров М.В. // УФН. 1981. Т. 135. № 2. С. 213—246.
- [14] Базылев В.А., Головизнин В.В. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 2. С. 178—183.
- [15] Базылев В.А., Тулунов А.В. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2221—2226.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
26 июня 1989 г.

В окончательной редакции
4 марта 1992 г.