01;03

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА СЖАТИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СХОДЯЩИМИСЯ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

А.Л.Великович

Рассматриваются ограничения на сжатие магнитного поля сходящимися ударными волнами. Показано, что бесконечное сжатие поля, реализующее известный в гидродинамике эффект неограниченной кумуляции энергии при схождении ударных волн, не может иметь места, поскольку не существует сред, удовлетворяющих установленным здесь соответствующим ограничениям на параметры уравнения состояния (коэффициент Грюнайзена $\Gamma \geqslant 7$, предельное сжатие в сильной ударной волне $n_2/n_1 < 1.3$). Сделан вывод о том, что сжатие магнитного поля рассматриваемым способом ограничено на уровне 10—15 МГс, не превышающем предельных возможностей традиционных лайнерных систем, причем наиболее жесткое ограничение на максимальное магнитное поле связано с невозможностью сохранить в полностью не проводящем состоянии среду перед фронтом ударной волны, находящуюся в сильном индукционном электрическом поле и примыкающую к сильно излучающим ударно нагретым слоям.

Введение

Метод сжатия магнитного поля сходящимися ударными волнами позволяет получать сверхсильные магнитные поля мегагауссного диапазона [1—8]. Данный метод использует сжатие магнитного потока в цилиндрической геометрии сходящейся к оси, проводящей средой и в этом смысле аналогичен известному методу магнитной кумуляции с помощью схлопывающегося к оси металлического лайнера [9—13], но отличается от него следующим важным преимуществом. Границей среды, сжимающей магнитное поле, является здесь не поверхность лайнера, а фронт сходящейся ударной волны, под действием которой первоначально не проводящая среда приобретает достаточно высокую проводимость. Хотя процессу имплозии ударных волн присуща азимутальная неустойчивость [14], она гораздо слабее рэлей-тейлоровской неустойчивости, свойственной границе проводящего лайнера, сжимающего магнитное поле. Последняя ограничивает степень радиального сжатия лайнеров в экспериментах типа [9—13] на уровне 10 (и только специальные меры по стабилизации сжатия с помощью шира магнитного поля позволяют повысить эту величину до 22 [15]). В то же время в опытах со сходящимися ударными волнами удавалось наблюдать 50-кратное сжатие (а некоторые данные свидетельствуют даже о возможности 500-кратного сжатия) по радиусу без потери цилиндрической симметрии [14].

Идея использования сходящихся ударных волн для сжатия магнитного поля упоминается как уже известная в теоретической работе [1], где речь идет об ионизующих ударных волнах в газе (такого рода эксперименты были выполнены в последние годы [7]). Но наиболее существенным продвижением в данном направлении явилось выдвинутое независимо в [2—4] предложение использовать фазовый переход полупроводник—ме-талл, происходящий под действием ударного сжатия. Развитие данного метода подтвердило возможность получения с его помощью магнитных полей мегагауссного уровня (см. [5,6] и цитированную там литературу). В недавней работе [8] на основании численных расчетов обсуждается перспектива получения магнитных полей порядка 70 МГс, т.е. существенно более высоких, нежели в экспериментах с лайнерами [9—13], при схождении ударных волн в йодистом цезии под действием начального давления 1 Мбар.

В этой связи естественно поставить вопрос: чем определяются ограничения на сжатие магнитного потока сходящимися ударными волнами? В частности, возможно ли осуществить известный в гидродинамике [14,16] режим неограниченной кумуляции ударных волн, сжимающих магнитный поток, при котором в предположении о сохранении цилиндрической (и даже азимутальной [14]) симметрии плотность энергии на оси в момент схождения обращается в бесконечность?

Кумулятивные течения рассматриваемого типа в идеальной магнитной гидродинамике изучались в [17,18]. Сформулированная выше проблема не затрагивалась в этих работах по той причине, что там использовалось идеально-газовое уравнение состояния, тогда как наибольший интерес представляет сжатие магнитного поля сходящимися ударными волнами в конденсированных средах. В настоящей работе применяется более подходящее для опиcания ударного сжатия таких сред модельное уравнение состояния Ми-Грюнайзена.

1. Модельное уравнение состояния Ми-Грюнайзена

Уравнения цилиндрически-симметричного движения бездиссипативной, идеально проводящей среды с аксиальным магнитным полем запишем в виде

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\mathrm{r u n}) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\mathrm{r u}B) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{\partial p}{\partial \ln n}\right)_S\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\,\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(p + \frac{B^2}{8\pi}\right) = 0, \tag{4}$$

где n — плотность числа атомов или ионов, $\rho = m_a n$, u — радиальная скорость, p — давление, S — энтропия.

Эти уравнения допускают автомодельные решения с не зависящим от времени масштабом плотности, если [19—21]

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \ln n}\right)_S = \gamma(n)(p - p_m), \tag{5}$$

где $\gamma(n) > 0$ — произвольная функция, p_m — произвольная константа.

Условием (5) определяется класс уравнений состояния того же вида, что и уравнение состояния Ми-Грюнайзена,

$$p = [\varepsilon - \varepsilon_c(n)]\; n\Gamma(n) + p_c(n), \tag{6}$$

где ε — внутренняя энергия, приходящаяся на атом; ε_c — холодная составляющая энергии, $p_c = n^2[d\varepsilon_c/dn]$ — холодное давление, $\Gamma(n)$ — коэффициент Грюнайзена [22—24].

Уравнение состояния (6) удовлетворяет условию (5)), если и только если

$$\varepsilon_c(n) = -p_m/n, \;\; p_c(n) = p_m = \mathrm{const} > 0, \tag{7}$$

т.е. если (6) приводится к виду

$$p = \varepsilon n\Gamma(n) + p_m[\Gamma(n) + 1], \tag{8}$$

причем зависимость $\Gamma(n)$ произвольна, а эффективный показатель адиабаты $\gamma(n)$ в (5)

$$\gamma(n) = \frac{d\ln\Gamma}{d\,\ln n} + \Gamma + 1. \tag{9}$$

Температура, которая не входит непосредственно в уравнения (1)—(4), вычисляется как функция ε и n. Из термодинамических соотношений [19,20] вытекает следующая связь между энергией ε и выражаемой в энергетических единицах температурой T:

$$\varepsilon - \varepsilon_c = T\;\Phi\;\{T\,\exp\,[-\int^{n} dn'\Gamma(n')/n']\}, \tag{10}$$

где функция $\Phi(z)$ также произвольна.

Классическому идеальному газу с постоянной теплоемкостью отвечают $\Gamma(n) = \gamma - 1 = \mathrm{const}$, $\Phi(z) = 1/(\gamma - 1) = \mathrm{const}$. Идеальный ферми-газ также характеризуется постоянным значением $\Gamma(n) = 2/3$ [23], но в этом случае аргумент $\Phi(z)$ пропорционален $T/\varepsilon_F(n)$, т.е. при малых значениях аргумента должно быть $\Phi(z) \propto 1/z$, что соответствует пределу сильно вырожденного ферми-газа, тогда как при больших значениях z эта функция должна стремиться к константе. Как видно, уравнение (8) разумно описывает тепловой и электронный (но не холодный; см. (7)) вклады в энергию и давление. Поэтому его использование для описания конденсированной фазы может быть оправдано в наиболее интересующем нас диапазоне экстремальных условий ($1 < p < 100$ Мбар, $5 < T < 100$ эВ), тогда как при меньших давлениях оно должно рассматриваться как модельное.

Ударную адиабату, отвечающую уравнению состояния (8), представим в виде

$$M_1^2 = \frac{2n_2[n_2\Gamma_2(\Gamma_1 + 1) - n_1\Gamma_1(\Gamma_2 + 1)]}{\gamma_1\Gamma_1(n_2 - n_1)[n_1(\Gamma_2 + 2) - \Gamma_2 n_1]}, \tag{11}$$

$$p_2 - p_1 = \rho_1 c_{s1}^2 M_1^2 (n_2 - n_1)/n_1, \tag{12}$$

где индексы 1 и 2 отвечают состояниям перед и за фронтом ударной волны соответственно, число Маха $M_1 = u_s/c_{s1}$ (u_s — скорость фронта ударной волны, $c_{s1} = \{\gamma_1\Gamma_1[(\varepsilon_1/m_a) + (p_m/\rho_1)]\}^{1/2}$ — скорость звука перед фронтом).

Предельная степень сжатия в сильной ударной волне при $M_1 \longrightarrow \infty$ определяется из (11)

$$n_2/n_1 = 1 + 2/\Gamma_2. \tag{13}$$

Для идеального газа справа в (13) имеем обычное значение $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$, в общем случае (13) есть уравнение относительно n_2, для решения которого необходимо знать выражение для $\Gamma_2 = \Gamma(n_2)$.

В геометрической динамике ударных волн [25] ударной адиабате (11), (12) отвечает следующее выражение для параметра n_{ccw}, через который в рамках этой теории выражаются показатели автомодельности для задач о схождении ударных волн

$$n_{ccw} = 1 + \frac{2}{\gamma_2} + \left(\frac{2}{\gamma_2\Gamma_2}\right)^{1/2}\left(\Gamma_2 + 1\right), \tag{14}$$

где индекс 2, как и в (13), относится к состоянию за фронтом сильной ударной волны.

К формуле (14) приводится полученное в [26] выражение для n_{ccw} в общем случае, когда степень сжатия в сходящейся ударной волне n_2/n_1 не равна $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$. Отметим, однако, что постоянный показатель автомодельности в задаче о сходящейся ударной волне имеет смысл только для уравнений состояния вида (8), когда значения γ, Γ и n_2/n_1 связаны соотношениями (9), (13).

Существует немало возможных моделей уравнения состояния вида (8). К их числу относится, например, вириальное разложение уравнения состояния неидеального газа по степеням плотности, коль скоро молекулы газа представляются абсолютно жесткими сферами [27] или телами другой формы [28,29], так что вириальные коэффициенты не зависят от температуры. Для конденсированных сред часто пользуются аппроксимациями вида

$$\Gamma(n) = \Gamma_0 \, (n/n_0)^{-q}, \tag{15}$$

где параметр q принимает значения от 0.6 до 1.8 [24].

Вариант (15) с $q = 1$ (уравнение Уолша [30]) использовался, в частности, при расчетах в [4], а также в работах [21,31], где для такого уравнения состояния были получены автомодельные решения задачи о схождении ударных волн.

Уравнению Уолша соответствует $\gamma(n) = \Gamma(n)$. Ударная адиабата (11), (12) в переменных $(M_1, n_2/n_1)$ совпадает с идеально-газовой при эффективном показателе адиабаты $\gamma_{eff} = \Gamma_0 - 1$. Предельное сжатие в сильной ударной волне $n_2/n_1 = \Gamma_0/(\Gamma_0 - 2)$, причем $\Gamma_2 = \gamma_2 = \Gamma_0 - 2$.

Недостатками уравнения Уолша являются как нефизическое поведение $\Gamma(n)$ при малых плотностях, так и слишком быстрое спадание $\Gamma(n)$ (уменьшение сжимаемости) с увеличением плотности. Это приближение подходит для рассматриваемого типа задач о схождении ударных волн, где плотность увеличивается от начального значения в ограниченных пределах. Если же необходимо описать разрежение или очень сильное сжатие, то следует пользоваться широкодиапазонной аппроксимацией $\Gamma(n)$, такой, например, как предложенная в [24],

$$\Gamma(n) = \frac{2}{3} + \left(\Gamma_0 - \frac{2}{3}\right) \frac{(\sigma_m^2 + 1)(n/n_0)}{\sigma_m^2 + (n/n_0)^2}, \tag{16}$$

которая обеспечивает равенство коэффициента Грюнайзена заданному значению Γ_0 при нормальной твердотельной плотности $n = n_0$, правильный асимптотический вид $\Gamma(n)$ при $n \longrightarrow 0$ (идеальный одноатомный газ) и при $n \longrightarrow \infty$ (вырожденный ферми-газ). Значения безразмерного параметра σ_m лежат в диапазоне 0.5—0.8, что позволяет правильно передать уменьшение $\Gamma(n)$ при возрастании плотности от уровня n_0. На основе уравнения (19) в [32,33] были получены автомодельные решения задач о схождении ударных волн и о коротком ударе.

2. Автомодельное сжатие магнитного поля сходящимися ударными волнами

Само существование режимов с неограниченной кумуляцией энергии при схождении ударных волн, схлопывании оболочек и т.п. [14,16] было установлено на основании анализа точных автомодельных решений уравнений гидродинамики, описывающих такие течения. Выясним, существуют ли подобные автомодельные решения уравнений магнитной гидродинамики для сжатия магнитного поля сходящимися ударными волнами.

Считая среду перед фронтом сходящейся ударной волны полностью непроводящей, магнитное поле на фронте непрерывным, а проводимость ударно сжатой среды достаточно высокой, нетрудно получить соотношение [2—4]

$$dB_l/B_l = -\mu\, dR_s/R_s, \tag{17}$$

где B_l — магнитное поле перед фронтом, R_s — радиус фронта, $\mu = 2u_p/u_s$ (u_s — скорость фронта ударной волны, u_p — массовая скорость вещества за фронтом.

В пределе сильных ударных волн параметр μ не зависит от скорости фронта и для уравнения состояния (8) составляет

$$\mu = 4/(\Gamma_2 + 2) = \mathrm{const}, \tag{18}$$

что позволяет проинтегрировать уравнение (17)

$$B_l = \mathrm{const}\cdot R_s^{-\mu}. \tag{19}$$

Исследуем вопрос о том, совместим ли закон (19) с предположением об автомодельном характере движения ударно сжатого вещества, сходно с тем, какой в обычной гидродинамике приводит к неограниченной кумуляции.

С этой целью разделим переменные в (1)—(4), предполагая степенной закон схождения ударной волны

$$R_s(t) = R_0\left|t/t_0\right|^{1/(\lambda+1)} \tag{20}$$

($\lambda > 0$ — безразмерный показатель автомодельности), вводя безразмерную степень сжатия $\alpha(t) = R_s(t)/R_0$, автомодельную координату $\eta = r/R_s(t)$ и подставляя в (1)—(4)

$$n(r,t) = n_0 N(\eta),\ p(r,t) = p_0\alpha(t)^{-2\lambda}P(\eta) + p_m,$$

$$B(r,t) = B_0\alpha(t)^{-\mu}H(\eta),\ u(r,t) = R_0\dot\alpha(t)\eta U(\eta), \tag{21}$$

где R_0, t_0, n_0, p_0 и B_0 — нормировочные постоянные, которые без ограничения общности можно связать соотношениями

$$t_0 = \frac{R_0}{\lambda+1}(m_a n_0/p_0)^{1/2},\ B_0^2 = 4\pi p_0. \tag{22}$$

С помощью (21) получаем уравнения для $N(\eta)$ и $H(\eta)$

$$(1 - U)\ \frac{d\ \ln N}{d\ \ln \eta} = \frac{dU}{d\ \ln \eta} + 2U, \tag{23}$$

$$(1 - U)\ \frac{d\ \ln H}{d\ \ln \eta} = \frac{dU}{d\ \ln \eta} + 2U - \mu. \tag{24}$$

Очевидно, разделение переменных в уравнении движения (4) возможно только при условии

$$\mu = \alpha. \tag{25}$$

Тогда, вводя, как и в [17,18], новые переменные $S = \gamma P/\eta^2 N(1 - U)$ и $A = H^2/\eta^2 N(1 - U)$, получаем уравнения

$$(1 - U)\ \frac{d\ \ln A}{d\ \ln \eta} = 2\left(\frac{dU}{d\ \ln \eta} + 2U\right) - 2(\lambda + 1), \tag{26}$$

$$(1 - U)\ \frac{d\ \ln S}{d\ \ln \eta} = (\gamma + \delta)\left(\frac{dU}{d\ \ln \eta} + 2U\right) - 2(\lambda + 1), \tag{27}$$

где $\delta \equiv (d\ \ln \gamma/d\ \ln n)$,

$$(1 - U - S - A)\ \frac{dU}{d\ \ln \eta} = U(U - \lambda - 1) + 2S\left(U - \frac{\lambda}{\gamma}\right) + 2A\left(U - \frac{\lambda}{2}\right). \tag{28}$$

Замена независимой переменной

$$d\ \ln \eta = (1 - U)(1 - U - S - A)d\tau \tag{29}$$

позволяет получить из (23), (26)—(28) несингулярную автономную динамическую систему в четырехмерном фазовом пространстве (N, U, S, A). Автомодельные решения исходных уравнений (1)—(4) при должном выборе показателя λ представляются траекториями этой системы, удовлетворяющими соответствующим граничным условиям. Отличие от соответствующих уравнений в идеально-газовой модели ограничивается появлением слагаемого δ в (27) и, конечно, зависимостью γ и δ от N. В отсутствие такой зависимости допустимо ограничиваться трехмерным фазовым пространством [17,18], поскольку коэффициенты уравнения (26)—(28) не зависят от безразмерной плотности, профиль которой для решения, представляемого данной траекторией в фазовом пространстве, строится с помощью интегралов адиабатичности или вмороженности. В рассматриваемом случае четырехмерность фазового пространства существенна, хотя каждую траекторию в этом пространстве можно рассчитать посредством численного интегрирования трех обыкновенных дифференциальных уравнений, например, выражая A через S и N с помощью интеграла вмороженности.

Полное качественное исследование данной динамической системы выходит за рамки настоящей работы. Для нас достаточно, что состояние холодной невозмущенной среды перед фронтом представляется точкой, лежащей на особой плоскости,

$$U = S = 0; \tag{30}$$

в этой точке $N = 1$, значение $A = A_1 > 0$. Она связана ударным переходом с неособой точкой Q фазового пространства, в которой

$$N = 1 + 2/\Gamma_2, \ U = \frac{2}{\Gamma_2 + 2}, \ S = \frac{2\gamma_2}{\Gamma_2 + 2}, \ A = A_1. \tag{31}$$

Искомое автомодельное решение должно представляться траекторией (точнее, совокупностью трех траекторий) (см. подробнее в [34]), связывающей точку Q с одной из особых точек на плоскости (30), лежащей на прямой $A = 0$ и представляющей состояние течения при больших η. В момент схождения ($t = o$, $R_s = 0$) все значения r соответствуют $\eta = \infty$ и все профили приобретают степенную форму; в частности, $B \propto r^{-\lambda}$, необходимым условием конечности магнитной энергии является $\lambda < 1$ [17,18].

Если уравнение состояния не нарушает условия устойчивости ударной волны (уравнение Уолша и аппроксимация (16) этому требованию удовлетворяют), то $2\gamma_2 > \Gamma_2$ и данная траектория должна пересечь плоскость

$$U + S + A = 1, \tag{32}$$

причем пересечение плоскости возможно только в лежащих на ней особых точках несингулярной динамической системы, в противном случае автомодельные профили, как видно из (29), были бы неоднозначными, что физически неудовлетворительно. Соответствующая особая точка представляет так называемую предельную характеристику [34].

Для того чтобы точка плоскости (32) была особой точкой данной динамической системы, необходимо и достаточно, чтобы в ней обращалась в нуль правая часть уравнения (28). Подставляя в это условие полученные из (32) выражения A через U и S, S через U и A, получим соответственно

$$S\lambda\left(1 - \frac{2}{\gamma}\right) = U^2 - U + \lambda, \tag{33}$$

$$A\lambda\left(\frac{2}{\gamma} - 1\right) = U^2 - U\left[1 + \lambda\left(\frac{2}{\gamma} - 1\right)\right] + \frac{2\lambda}{\gamma}. \tag{34}$$

Допустимой особой точке отвечает любое решение уравнений (33), (34) с $S > 0$, $A > 0$. В случае $\gamma < 2$ значение S в (33) может быть положительным, только если $\lambda < 1/4$, откуда, согласно (18) и (25),

$$\Gamma_2 > 14, \ n_2/n_1 < 1.143. \tag{35}$$

Подобные ограничения несовместимы не только с реальными параметрами уравнений состояния (см. ниже); трудно представить себе даже вид функциональной зависимости $\Gamma(n)$, который позволил бы при соблюдении (35) удовлетворить исходному предположению $\gamma \leq 2$. Если же $\gamma > 2$, то значение A в (34) может быть положительным только при условии

$$\lambda = \frac{4}{\Gamma_2 + 2} < \left[1 + (2/\gamma)^{1/2}\right]^{-2}, \tag{36}$$

где значение γ, напомним, отвечает особой точке на плоскости (32).

Для идеально газового уравнения состояния $\Gamma_2 = \gamma - 1 = \mathrm{const}$ неравенство (36) сводится к

$$\gamma > 8, \; n_2/n_1 < 1.286. \tag{37}$$

Разумеется, идеальных газов с такими значениями показателя адиабаты не существует. Но близкие ограничения на величину n_2/n_1 дают и более реальные уравнения состояния вида (8). Чтобы получить аналогичные (37) неравенства, выполнение которых необходимо для существования интересующих нас особых точек на плоскости (35), воспользуемся тем, что точка плоскости (32), в которой вычисляется значение γ, должна отвечать более высокой плотности, нежели в состоянии непосредственно за фронтом, характеризуемом величиной Γ_2 (поскольку за фронтом сходящейся ударной волны происходит адиабатическое сжатие), и тем более перед фронтом. Так, для уравнения Уолша величина $\gamma = \Gamma$ уменьшается с ростом плотности, так что правая часть (36) меньше соответствующей величины, рассчитанной для $\gamma = \Gamma_2$. Отсюда имеем оценки

$$\Gamma_0 > 9.288, \; \Gamma_2 > 7.288, \; n_2/n_1 < 1.274. \tag{38}$$

Для аппроксимации (16) с параметром $\sigma_m = 0.8$ подстановка в (40) грубой оценки сверху $\gamma \leq \Gamma_0 + 1$ дает сходные условия

$$\Gamma_0 > 7.409, \; \Gamma_2 > 6.853, \; n_2/n_1 < 1.292. \tag{39}$$

Можно с уверенностью сказать, что столь высокие значения коэффициентов Грюнайзена и соответственно низкие значения предельного ударного сжатия нехарактерны ни для каких материалов — твердых, жидких, пористых или порошковых. Конечно, формально допустимо представить себе пористый или порошковый „идеально пакующийся“ [5] материал, который в результате, скажем, 20%-ного сжатия становится абсолютно несжимаемым. Но при этом следует иметь в виду, что представление о несжимаемых средах физически оправдано только для давлений не более 1 Мбар, т.е. для магнитных полей менее 5 МГс, тогда как нас здесь интересуют предельные, более высокие значения магнитных полей и давлений.

Таким образом, показано, что ни для какой разумной модели уравнения состояния не существует автомодельных решений уравнений магнитной гидродинамики, описывающих неограниченную кумуляцию в процессе сжатия магнитного поля сходящимися ударными волнами. В свете сказанного выше представляется невозможной и реализация режимов с неограниченной кумуляцией.

3. Ограничения на сжатие магнитного поля

Отсутствие автомодельных решений, установленное в разделе 2, обусловлено главным образом требованием (25). Для реальных параметров ударного сжатия характерно соотношение $\mu > \lambda$, где, как и выше, μ определяется выражением (18), а показатель автомодельности λ соответствует гидродинамической задаче о схождении ударных волн в цилиндрической геометрии. Последнее означает, что давление магнитного поля в процессе сжатия растет быстрее, нежели давление на фронте сходящейся ударной волны (см. (21)).

Оценка для степени сжатия α_{eq} и величины магнитного поля B_{eq} в тот момент, когда магнитное давление по порядку величины сравнивается с тепловым, нетрудно получить из (24)

$$\alpha_{eq} = \beta_1^{-1/2(\mu-\lambda)}, \tag{40}$$

$$B_{eq} = (8\pi p_1)^{1/2}\beta_1^{\lambda/2(\mu-\lambda)}, \tag{41}$$

где $\beta_1 = 8\pi p_1/B_1^2$, p_1 — характерное начальное давление в ударной волне, B_1 — начальное магнитное поле перед фронтом.

Значение μ для выбранной модели уравнения состояния определяется из (13), (18). Для оценки λ допустимо воспользоваться приближенным соотношением [25]

$$\lambda = 1/n_{ccw}, \tag{42}$$

погрешность которого в случае цилиндрической геометрии для модели Уолша и аппроксимации (16) уравнений состояния, как показывает сравнение (14), (42) с точными результатами [21,31,33], не превышает 2 %.

Оценки (40), (41) сходны с теми, которые получаются в одномерном приближении для сжатия магнитного потока металлическими или плазменными лайнерами [9—13,15], несмотря на различие методов сжатия. В частности, чем меньше стартовое магнитное поле B_1, тем меньше сопротивление сжатию, тем выше степень сжатия и максимальное значение магнитного поля B_{max}. Полученные оценки можно сравнить, например, с результатами численных расчетов сжатия магнитного поля сходящимися ударными волнами в кремниевом порошке [6]. В пределе сильных ударных волн, аппроксимируя экспериментальную ударную адиабату [6] $u_s = c + su_p$, $s = 1.84$ с помощью уравнения Уолша (предельное сжатие $n_2/n_1 = s/(s-1) = \Gamma_0/(\Gamma_0 - 2)$), находим $\Gamma_0 = 3.68$, $\lambda = 0.225$, $\mu = 1.087$. Подстановка этих значений в (40) при $p_1 = 0.2$ Мбар, $B_1 =$

$= 500$, 200, 100 и 50 кГс дает для α_{eq} оценки, равные соответственно 0.175, 0.061, 0.027 и 0.012, хорошо согласующиеся с результатами [6]. Небольшое расхождение для наименьшего значения $B_1 = 50$ кГс объясняется тем, что при высоких степенях сжатия, когда эффекты гидродинамической кумуляции существенны, ударная волна „по инерции" подходит к оси ближе положения равновесия, отвечающего балансу давлений. Оценка (41) в этом случае дает $B_{eq} = 6$ МГс, что отвечает 120-кратному усилению магнитного поля; значение B_{max} в соответствии со сказанным может быть несколько выше.

В формуле (41) показатель степени β_1 невелик (в рассмотренном примере он равен 0.13), поэтому значение B_{eq} определяется в основном начальным давлением в ударной волне. Так, для $p_1 = 1$ Мбар, меняя B_1 от 50 до 25 кГс, получаем из (40), (41) степень схождения $\alpha_{eq}^{-1} = 210-470$, усиление магнитного поля $B_{eq}/B_1 = 330-510$, величину $B_{eq} = 17-20$ МГс. Поскольку максимальные величины α_{min}^{-1} и B_{max} могут несколько превышать значения α_{eq}^{-1} и B_{eq} соответственно, то полученные в численных расчетах [8] для CsI значения $\alpha_{min}^{-1} = 278$, $B_{max}/B_1 = 1755$, $B_{max} = 70$ МГс представляются реалистичными в той же мере, что и сама рассматриваемая гидродинамическая модель.

Применимость данной модели, однако, существенным образом опирается на предположение об отсутствии проводимости перед фронтом сходящейся ударной волны, т.е. об отсутствии пробоя невозмущенной среды азимутальным электрическим полем E_φ, индуцированным в нем сжимающей магнитный поток ударной волной. Условие $E_\varphi < E^*$ (E^* — эффективный порог пробоя) нетрудно переписать в виде ограничения на сжимаемое магнитное поле

$$B < (cE^*)^{1/2}\left(8\pi\rho_0 \frac{n_2}{n_2 - n_1}\right)^{1/4}. \qquad (43)$$

Подставив в (42) характерные значения $E^* = 30$ кВ/мм, $\rho_0 = 3$ г/см^3, $n_2/n_1 = 4$, находим $B < 17$ МГс. Это ограничение на B является существенно более жестким, нежели приведенные выше. Кроме того, эффективное значение порога пробоя невозмущенного материала E^* может быть значительно снижено по сравнению с приведенным благодаря потоку ионизующего излучения из-за фронта, как это имеет место с ионизующими ударными волнами в газах [35]. Действительно, давление $p = 12$ Мбар, отвечающее магнитному полю $B = 17$ МГс, вызывает ударный нагрев оптически плотной плазмы за фронтом до температур $T = 3-5$ эВ, которым соответствует мощный поток ионизующего излучения из-за фронта $\sigma T^4 = 10^7-10^8$ Вт/см^2. Но как только среда перед скачком плотности становится проводящей, вместо (18) получаем $\mu = 0$ из-за изменения граничных условий на фронте сходящейся ударной волны.

Иначе говоря, течение переходит в МГД режим, и сжатие магнитного поля по закону (19) прекращается.

Из сказанного следует вывод о том, что сжатие магнитного поля рассматриваемым способом ограничено на уровне 10—15 МГс, не превышающем предельных возможностей традиционных лайнерных систем [12,13]. Этот верхний предел обусловлен не установленной в разделе 2 невозможностью режима с неограниченной кумуляцией, не ограничениями на энергетику сжатия, устойчивость сжатия [14] или уравнение состояния сжимаемого вещества. Наиболее жесткое ограничение связано с невозможностью сохранить в полностью непроводящем состоянии невозмущенную среду, находящуюся в сильном электрическом поле и примыкающую к сильно излучающим ударно нагретым слоям.

Автор благодарен Л.В.Альтшулеру, А.В.Бушману и И.В.Соколову за полезное обсуждение.

Список литературы

[1] *NiCastro J.* // Phys. Fluids. 1969. Vol. 12. N 4. P. 769—775.

[2] *Биченков Е.И., Гилев С.Д., Трубачев А.М.* Магнитокумулятивный генератор. А.с. № 762706 (СССР).

[3] *Биченков Е.И., Гилев С.Д., Трубачев А.М.* // ПМТФ. 1980. № 5. С. 125—129.

[4] *Nagayama K.* // Appl. Phys. Lett. 1981. Vol. 32. N 2. P. 109—110.

[5] *Биченков Е.И., Гилев С.Д., Трубачев А.М.* // Сверхсильные импульсные магнитные поля. Физика. Техника. Применение / Под ред. В.М.Титова, Г.А.Швецова. М.: Наука, 1984. С. 88—93.

[6] *Nagayama K., Tsutomu M.* // Там же. С. 270—277.

[7] *Kakudate Y., Masatake Y., Usuda S. et al.* // Тез. докл. V Международной конференции по мегагауссным магнитным полям и родственным экспериментам. Новосибирск, 1989. С. 153.

[8] *Бармин А.А., Мельник О.Э., Прищепенко А.Б. и др.* // Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа. 1988. № 6. С. 166—170.

[9] *Сахаров А.Д., Людаев Р.З., Смирнов Е.Р. и др.* // ДАН СССР. 1965. Т. 165. № 1. С. 65—68.

[10] *Fowler C.M., Garn W.B., Caird R.S.* // J. Appl. Phys. 1960. Vol. 31. N 3. P. 588—594.

[11] *Сахаров А.Д.* // УФН. 1966. Т. 88. № 4. С. 725—734.

[12] *Pavlovskii A.I.* // Megagauss Fields and Pulsed Power Systems / Ed. V.M.Titov, G.A.Shvetsov. New York: Nova Science Publ., 1990. P. 15—20.

[13] *Pavlovskii A.I., Kolokolchikov N.P., Dolotenko M.I.* // Ibid. C. 29—32.

[14] *Соколов И.В.* // УФН. 1990. Т. 160. № 1. С. 143—166.

[15] *Felber F.S., Malley M.M., Wessel F.J. et al.* // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. N 7. P. 2053—2056.

[16] *Забабахин Е.И., Забабахин И.Е.* Явления неограниченной кумуляции. М.: Наука, 1988.

[17] *Великович А.Л., Либерман М.А., Фелбер Ф.С.* // ЖЭТФ. 1987 Т. 92. Вып. 3. С. 801—808.

[18] *Felber F.S., Liberman M.A., Velikovich A.L.* // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. N 12. P. 3683—3689.

[19] *Бам-Зеликович Г.М.* // Теоретическая гидромеханика / Под ред. Л.И.Седова. М.: Оборонгиз, 1949. № 4. С. 104—111.
[20] *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972.
[21] *Axford R.A., Holm D.D.* // Тр. II Междунар. симпозиума по теоретико-групповым методам в механике. Теоретико-групповые методы в механике. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1978. С. 48—58.
[22] *Альтшулер Л.В.* // УФН. 1965. Т. 85. № 2. С. 197—258.
[23] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1972.
[24] *Bushman A.V., Fortov V.E.* // Sov. Tech. Rev. B. Therm Phys. 197 . Vol. 1. P. 219—336.
[25] *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1987.
[26] *Вахрамеев Ю.С.* // ПММ. 1966. Т. 30. № 4. С. 774—778.
[27] *Фаулер Р., Гуггенхейм Э.* Статистическая термодинамика. М.: ИЛ, 1949.
[28] *Kihara T.* // Rev. Mod. Phys. 1953. Vol. 25. N 4. P. 831—843.
[29] *Song Y., Mason E.A.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 42. N 8. P. 4743—4748.
[30] *Walsh J.M.* General Atomic Report. GAMD-2115, 1961.
[31] *Axford R.A., Holm D.D.* // Physica. 1981. Vol. D2. P. 194—202.
[32] *Anisimov S.I., Kravchenko V.A.* // Z. Naturforsch. 1985. Bd 40a. N 1. P. 8—13.
[33] *Кравченко В.А.* Препринт ИТФ им. Л.Л.Ландау. № 15: Черноголовка, 1984.
[34] *Liberman M.A., Velikovich A.L.* // Nucl. Fusion. 1986. Vol. 26. N 6. P. 709—728.
[35] *Великович А.Л., Либерман М.А.* Физика ударных волн в газах и плазме. М.: Наука, 1987.

Научно-исследовательский институт
метрологической службы
Москва

Поступило в Редакцию
25 июня 1991 г.