

04; 12
© 1992 г.ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МЕДЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ
В РАЗРЯДЕ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ПОЛЫМ КАТОДОМ

Р. Р. Арсланбеков, А. А. Кудрявцев, И. А. Мовчан

Проанализировано формирование функции распределения электронов (ФРЭ) в цилиндрическом полой катод в области энергий до порога неупругих процессов. Показано, что она представляет собой максвелловское распределение в тепловой области и „ступеньку“, определяемую источниками быстрых электронов. Режим формирования ФРЭ является нелокальным, отличительной особенностью которого является отсутствие радиальной зависимости в шкале полных энергий. Полученные выражения позволяют просто рассчитать ФРЭ по заданному току разряда и его геометрическим размерам.

В цикле работ [1-4] выполнен расчет функции распределения электронов (ФРЭ) в разряде с полым катодом. Было показано, что ФРЭ формируется релаксацией быстрых электронов, набравших энергию $\varepsilon_0 = 10^2 - 10^3$ эВ при прохождении ими узкой зоны катодного падения потенциала. Чтобы избежать трудностей, связанных с возможной неизотропностью электронов в области больших энергий, в [1-4] предлагалось находить усредненную по углам и всему объему полого катода ФРЭ, кинетическое уравнение для которой формально совпадает с соответствующим для обычно используемой в расчетах сферически-симметричной ФРЭ. Однако подобная методика [1-4] не позволяет рассчитать локальные профили возбуждения и ионизации и в свою очередь требует предположения о равномерности распределения концентрации медленных электронов n и возбужденных атомов, что не выполняется в многочисленных экспериментах.

В то же время ФРЭ в упругой области энергий ($\varepsilon < \varepsilon_1$ — порога неупругих ударов) близка к изотропной, поэтому задача нахождения ФРЭ в этой области энергий может быть выполнена в рамках обычно используемого двучленного разложения [5].

В данной работе рассмотрен вид ФРЭ в области энергий до порога неупругих процессов. Показано, что из-за нелокального характера ее формирования искомая ФРЭ зависит от интегральной по сечению скорости ионизации, которая может быть рассчитана, в частности, по методике [1-3].

Как и в [1-4], будем считать, что полый катод представляет собой металлический цилиндр радиусом R и длиной L , причем $R \ll L$. Анод

произвольной формы расположен вне зоны отрицательного свечения таким образом, чтобы между ним и катодом отсутствовало свечение газа. Быстрые электроны с энергией $\varepsilon > \varepsilon_1$ не участвуют в процессах переноса, а уходят в область $\varepsilon > \varepsilon_1$ за счет неупругих процессов, т. е. длина энергетической релаксации в неупругой области λ_{ε}^* меньше продольной диффузионной длины L/π

$$\lambda_{\varepsilon}^* = \sqrt{4D_r/v^*} = \sqrt{\lambda\lambda^*} \ll L/\pi, \quad (1)$$

где $D_r = V\lambda/3$ — коэффициент свободной диффузии электронов, λ и λ^* — длины свободного пробега электронов относительно упругих и неупругих (частота ν) столкновений.

Соответственно электроны в упругой области $\varepsilon < \varepsilon_1$ образуются за счет ионизации и возбуждения электронов с энергией $\varepsilon > \varepsilon_1$ и далее релаксируют по энергии за счет межэлектронных ν_e и упругих электрон-атомных столкновений $\delta\nu_a$, $\delta = 2m/M$ и процессов ступенчатого возбуждения (ν_s^*). Ролью последних в формировании ФРЭ при не слишком большой относительной концентрации метастабильных атомов $N_m/N_e \ll 10$ можно пренебречь [6].

Для типичных условий длина энергетической релаксации λ_{ε} в упругой области

$$\lambda_{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\sqrt{\delta}} \frac{1}{\sqrt{1 + \nu_e/\delta\nu_a}} > \frac{R}{2.4}, \quad (2)$$

так что поперечная диффузия электронов с $\varepsilon < \varepsilon_1$ происходит быстрее, чем изменение их энергии за счет столкновений. При этом сохраняется полная энергия ε (кинетическая w плюс потенциальная)

$$\varepsilon = w + e\phi(r), \quad (3)$$

где $\phi(r)$ — профиль радиального потенциала и ФРЭ является нелокальной [7].

Это означает, что энергетическое распределение электронов в данной точке пространства определяется параметрами плазмы во всем объеме [7]. Поскольку в полом катод практически все приложенное напряжение сосредоточено в узкой зоне катодного падения [1], то профиль $\phi(r)$ в плазме отрицательного свечения определяется уравнением амбиполярной диффузии [5, 8].

В радиальном направлении все электроны заперты внутри полого катода, и для нахождения ФРЭ необходимо проинтегрировать кинетическое уравнение для изотропной части $f_0(w, r)$ по радиальным пролетам. В итоге главный в исходном кинетическом уравнении член с поперечной диффузией обратится в нуль и кинетическое уравнение будет формально

совпадать с локальным случаем с заменой кинетической энергии w на полную ϵ (3) и усреднением коэффициентов уравнения по радиусу $r_0(\epsilon)$, доступному для электронов с энергией ϵ , следующим образом [7]:

$$\bar{X}(\epsilon) = \frac{2}{r_0^2(\epsilon)} \int_0^{r_0(\epsilon)} X(\epsilon - e\phi(r), r) r dr. \quad (4)$$

Величина $r_0(\epsilon)$ находится из условия $\epsilon = e\phi(r_0(\epsilon))$. Заметим, что $r_0(\epsilon) = R$ для энергий $\epsilon > e\phi(R) = e\phi_a$ — амбиполярной разности потенциала между осью и границей слоя катодного падения.

Методика нахождения нелокальной ФРЭ подробно рассмотрена в [7] для плазмы во внешнем поле и в [6, 9] для близкого к рассматриваемому случаю плазмы в отсутствие внешнего поля.

Опуская промежуточные выкладки (подробнее см. [6, 7, 9]), кинетическое уравнение для изотропной части ФРЭ $f_0(\epsilon)$ при $\epsilon < \epsilon_1$ можно записать в виде

$$\frac{d}{d\epsilon} \left(\bar{D}_\epsilon \frac{d}{d\epsilon} f_0 + \bar{V}_\epsilon f_0 \right) + \beta_n \bar{N}_m^2 \delta(\epsilon - \epsilon_n) + Q_{II} \delta(\epsilon - \epsilon_1) + Q^+ R_+(\epsilon) = 0. \quad (5)$$

Усреднение коэффициентов в (5) производится согласно (4), причем $\bar{D}_\epsilon = D_a + D_e$, $\bar{V}_\epsilon = V_a + V_e$ — соответственно коэффициенты диффузии и динамического трения в пространстве энергий за счет упругих электрон-атомных и межэлектронных столкновений. В свою очередь [10]

$$V_a = \epsilon^{3/2} \delta v_a, \quad D_a = T_a V_a, \\ V_e = A_0(\epsilon/T_e) \epsilon^{3/2} \bar{v}_e, \quad D_e = T_e V_e, \quad (6)$$

где

$$A_0(x) = \begin{cases} 0.385 x, & x < 2.6, \\ 1, & x > 2.6. \end{cases} \quad (7)$$

Следующие члены описывают источники образования быстрых электронов в области $\epsilon \leq \epsilon_1$, которые удобно представить в виде произведения $Q_j R_j(\epsilon)$, где Q_j — интенсивность, а $R_j(\epsilon)$ — их энергетическая плотность в интервале $(0, \epsilon_1)$, нормированная на единицу.

Источник с индексом $j = n$, обусловленный процессами пеннинговской ионизации при парных столкновениях метастабильных атомов (концентрация N_n), имеет узкий пик в области энергий $\epsilon_n = 2\epsilon_1 - \epsilon_1$

(ε_i — потенциал ионизации). Не нарушая общности, в задачах кинетики можно пренебречь его уширением на величину $e\varphi_a$ и считать его δ -образным и по полным энергиям с интенсивностью $\beta_n = \overline{N_m^2}$, где β_n — константа реакции [6], а $\overline{N_m^2}$ — усредненный по (4) квадрат концентрации метастабильных атомов.

Источник с индексом $j = II$ описывает ту часть потока ударов II рода медленных электронов с метастабильными атомами, которая релаксирует в область энергий $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ на упругих электрон-атомных и межэлектронных столкновениях. Он представляет собой узкий пик шириной $\sim T_e$ в области $\varepsilon \geq \varepsilon_1$ [6], и для нахождения ФРЭ при $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ можно представить в виде δ -функции на границе рассматриваемого интервала энергий. Интенсивность Q_j зависит от параметра

$$a_1 = \frac{\nu^*(\varepsilon_1 + T(\varepsilon_1))T_e(\varepsilon_1)}{(\nu_e + \delta\nu_a)|_{\varepsilon_1} \varepsilon_1}, \quad (8)$$

определяющего соотношение между упругими и неупругими процессами ($T(\varepsilon)$ определено согласно (14)). При $a_1 \ll 1$ все возникающие в результате ударов II рода быстрые электроны выходят из зоны действия неупругих ударов и релаксируют в область $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ и $Q_{II} = \beta_e \overline{N_m N_e}$, где β_e — константа ударов II рода. При $a_1 \gg 1$ большая часть возникающих электронов возвращается обратно в область $\varepsilon \sim T_e$ за счет возбуждения и $Q_{II} = \overline{N_m N_n} g_m 2 / N_a g_a \sqrt{\pi} T_e^{3/2}$ (подробнее см. [6]).

В отличие от предыдущих источник с индексом $j = +$ имеет непрерывное по энергии распределение $R_+(\varepsilon)$ и описывает приход электронов в область $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ при ионизации и возбуждении нормальных атомов электронами с энергией $\varepsilon \geq \varepsilon_1$. Поскольку соответствующие частоты не зависят от r , то при нахождении этого источника, который мы здесь не приводим из-за его громоздкости (см., например, [4]), процедура (4) сведется к усреднению по сечению соответствующей ФРЭ при $\varepsilon \geq \varepsilon_1$. Методика нахождения такой ФРЭ детально развита в [1-3]. Позднее подробное уравнение исследовалось во многих работах для расчета спектра быстрых электронов в однородной пучковой плазме (см., например, [11, 12]). Отметим, что для задачи нахождения ФРЭ при $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ в детальном знании энергетического распределения электронов с энергией $\varepsilon > \varepsilon_1$ в каждом конкретном случае нет необходимости. В силу условия (1) все образующиеся в результате ионизации электроны в конечном счете попадут в область $\varepsilon < \varepsilon_1$, поэтому интенсивность Q^+ равна интегральной по сечению скорости ионизации газа. Обычно в полем катоде рекомбинация заряженных частиц мала по сравнению с их уходом на электроды. В этом случае величина Q^+ связана с током в цепи J элементарным соотношением [8]

$$J = enR^2 LQ^+ \quad (9)$$

В общем случае значение Q^+ определяется по известной энергии и интенсивности первичного пучка электронов и табулированной цене ионизации (энергии образования электрон-ионной пары) [12]. Для задач нахождения ФРЭ при $\varepsilon \ll \varepsilon_1$ для $R_+(\varepsilon)$ удобно использовать аппроксимацию, полученную из точного решения ФРЭ при $\varepsilon \gg \varepsilon_1$. Поскольку $R_+(\varepsilon)$ в основном определяют вторичные электроны [12], то справедлива универсальная аппроксимация, определяемая зависимостью дифференциального сечения ионизации

$$R_+(\varepsilon) = \frac{2\varepsilon_1}{(\varepsilon + \varepsilon_1)^2} \quad (10)$$

Выражение (10) хорошо согласуется с предложенной в [11] зависимостью для Ag и в [4] для гелия. Заметим, что поскольку ФРЭ зависит от $R_+(\varepsilon)$ интегрально (см. ниже (16)), то использование (10) дает достаточную точность.

Уравнение типа (5) с источниками быстрых электронов неоднократно исследовалось в литературе применительно к полуму катоду [4], бес-токовой плазме [6,9], пучковой плазме высокого давления [11,12], ионосферной плазме [13] и т. д. Решение (5) можно представить в виде

$$f_0 = f_p + f_+ + f_{II} + f_{\Pi} \quad (11)$$

где f_p — ФРЭ электронов основной группы (максвелловских электронов), полученная без учета источников (решение однородного уравнения); f_{Π} , f_{II} и f_+ — соответственно ФРЭ быстрых электронов, связанных с процессами хемоионизации, ударами II рода и пучковой составляющей ФРЭ.

Для $f_p(\varepsilon)$ имеем [10]

$$f_p(\varepsilon) = C_n \exp \left(- \int_0^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{T(\varepsilon)} \right) + C_1 \quad (12)$$

где C_n — нормировочная константа, которая для максвелловского распределения имеет вид

$$C_n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{n_e(0)}{T_e^{3/2}} \exp(-e\phi(r)/T_e) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{n_e(r)}{T_e^{3/2}} \quad (13)$$

$$T(\varepsilon) = D_{\varepsilon} / V_{\varepsilon} = \frac{A_0 \bar{v}_e T_e + \delta v_a T_a}{A_0 \bar{v}_e + \delta v_a} \quad (14)$$

— характеристическая температура электрона с энергией ε .

В тепловой области энергий $\varepsilon \sim T_e \bar{v}_e > \delta v_a$ и $T(\varepsilon) = T_e$, в то время как в быстрой части $\varepsilon \gg T_e$ возможно $v_e < \delta v_a$ и $T(\varepsilon) = T_a < T_e$ и $f_p(\varepsilon)$ и затухает более резко, чем максвелловская с T_e .

Константа C_1 находится из условия шивки при $\varepsilon = \varepsilon_1$ и зависит от параметра a_1 (8). При $a_1 \ll 1$ (большая степень ионизации) неупругие удары не играют роли и $C_1 = 0$. При $a_1 > 1$ за счет интенсивного возбуждения из основного состояния происходит обеднение быстрой части ФРЭ f_p , и в предельном случае $a_1 \gg 1$ справедливо приближение „черной стенки“ в пороге неупругих процессов $f_p(\varepsilon_1) = 0$ [7]. Получение общего решения неоднородного уравнения (6) также не вызывает затруднений и приведено, например, в [9]. Проводя его разложение по малому параметру $T(\varepsilon)/\varepsilon \ll 1$ можно получить

$$j = \text{п, II} \quad f_j = \frac{Q_j \theta(\varepsilon_j - \varepsilon)}{\varepsilon^{3/2} (\bar{v}_e + \delta v_a)} + f_j(\varepsilon_1), \quad (15)$$

$$f_+(\varepsilon) = \frac{Q^+}{\varepsilon^{3/2} (\bar{v}_e + \delta v_a)} \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_1} R_+(\varepsilon) d\varepsilon + f_+(\varepsilon_1). \quad (16)$$

Физический смысл решений (15), (16) очевиден. Возникающие быстрые электроны в основном тормозятся на упругих электрон-атомных и межэлектронных столкновениях, и с точностью до малых поправок $T(\varepsilon)/\varepsilon \ll 1$ в (5) можно пренебречь членом с

$$D_{\varepsilon} \frac{d}{d\varepsilon} f_0.$$

В итоге из (5) сразу получаем (15), (16).

Поскольку за порогом неупругих процессов ФРЭ резко падает, то в (15), (16) можно пренебречь соответствующими слагаемыми $f_j(\varepsilon_1)$. Для аппроксимации (10) имеем

$$f_+(\dot{\varepsilon}) = \frac{Q^+}{\varepsilon^{3/2} (\bar{v}_e + \delta v_a)} \left(\frac{2\varepsilon_1}{(\varepsilon + \varepsilon_1)} - 1 \right). \quad (17)$$

Таким образом, ФРЭ медленных электронов при $\epsilon < \epsilon_1$ представляет собой максвелловское распределение в тепловой области энергий и „ступеньки“, определяемой источниками быстрых электронов и существенно обогащающих ФРЭ при $\epsilon \gg T_e$. Концентрацию N_e и температуру T_e максвелловских электронов необходимо находить из соответствующего уравнения баланса [8]. В отличие от [4] представленная ФРЭ позволяет найти распределение электронов в каждой точке пространства через интегральную по объему скорость ионизации. Последняя может быть рассчитана с использованием соответствующей ФРЭ при $\epsilon > \epsilon_1$ [1-3] или определена по току разряда (9). Режим формирования ФРЭ является нелокальным, отличительной особенностью которого является отсутствие радиальной зависимости f_0 . ФРЭ по полным энергиям ϵ (3) в различных точках радиуса должны начинаться с $\epsilon = e\phi(r)$ и при $\epsilon > e\phi(r)$ совпадать с ФРЭ на оси без сдвига на потенциал пространства и нормировку.

Наиболее полные измерения ФРЭ зондовым методом при $\epsilon < \epsilon_1$ были выполнены в [14] в цилиндрическом полом катоде в гелии при следующих условиях: $R = 1$ см, $L = 10$ см, $p = 1-4$ Тор, $i = 20-80$ мА. Регистрация ФРЭ осуществлялась путем измерения второй производной тока на зонд $i''_p(V)$. Поскольку нелокальный характер формирования энергетического распределения электронов при этом не учитывался, то регистрируемые зависимости $i''_p(V)$ сдвигались на потенциал пространства $\phi(r)$, за величину которого принимался нуль второй производной зондового тока. В итоге в [14] представлены ФРЭ в зависимости от кинетической w , а не полной ϵ энергии (которые, согласно вышесказанному, при заметных величинах $\phi(r)$ могут иметь радиальные зависимости).

В результате оказалось, что при давлении $p > 3$ Тор быстрые части ФРЭ, измеренные в различных точках радиуса, совпадают, а при понижении давления наблюдались радиальные зависимости ФРЭ. Для корректного сопоставления данных [14] и расчетов необходимо перестроить представленные в [14] ФРЭ в шкале полных энергий. Поскольку экспериментальные зависимости $\phi(r)$ в [14] не приведены, то мы их находили исходя из расчета.

Из уравнения для ионов при слабой радиальной зависимости скорости ионизации следует параболический профиль концентрации заряженных частиц [8]

$$n(r) = n_0 (1 - r^2/R^2). \quad (18)$$

С другой стороны, профиль $\phi(r)$ определяется по найденной выше ФРЭ следующим образом [7]:

$$n(\phi(r)) = \int_{e\phi}^{\infty} f(\epsilon) \sqrt{\epsilon - e\phi(r)} d\epsilon =$$

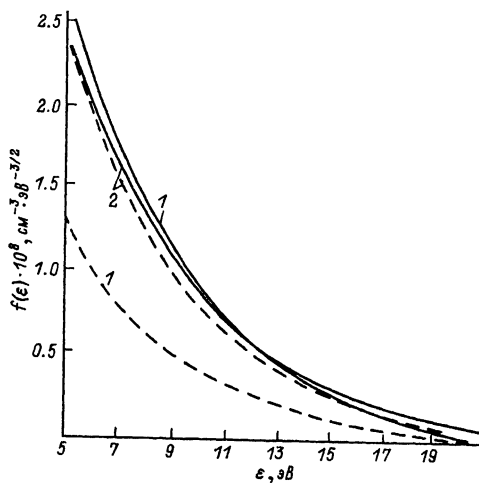


Рис. 1. Функция распределения электронов по полным энергиям в полном катоде при различных токах разряда I_p и давлении He $p = 1$ Тор.

Сплошные кривые — эксперимент, штриховые — расчет. I_p , мА: 1 — 20, 2 — 40, 3 — 80.

$$= n_e(0) \exp(-e\phi(r)/T_e) + \int_{e\phi}^{\infty} f_+(\epsilon) \sqrt{\epsilon - e\phi(r)} d\epsilon. \quad (19)$$

Приравнивая (18) и (19) и используя найденные f_+ (16), (17), получаем трансцендентное уравнение для определения $\phi(r)$. Заметим, что при $n_e \gg n_+$ из (18), (19) следует, что в этом случае потенциал

$$e\phi(r) = T_e \ln(n_e(0)/n_e(r)) = -T_e \ln(1 - r^2/R^2) \approx T_e r^2/R^2 \quad (20)$$

является обычным для максвелловской ФРЭ и составляет величину $\sim T_e$.

По данным [14] при $p > 3$ Тор $n_+ \ll n_e$, а значения T_e малы (при $p = 4$ Тор $T_e = 0.2$ эВ), так что в этих условиях $\phi(r)$ определяется по (20). В силу низких T_e отличия кинетической энергии от полной малы, так что сдвиг на потенциал пространства не будет изменять вид ФРЭ. Сказанное иллюстрирует рис. 1, заимствованный из [14], из которого следует, что быстрые части ФРЭ f_+ , измеренные в различных точках радиуса, совпадают при $\epsilon > e\phi(r)$. На рис. 1 приведены также расчеты ФРЭ с использованием (9), (15)–(17), которые удовлетворительно соответствуют измеренным.

При понижении давления в [14] наблюдалось увеличение T_e (при $p = 1$ Тор, $T_e = 1.2$ эВ) и отношения n_+/n_e (вплоть до $n_+/n_e > 0.1$).

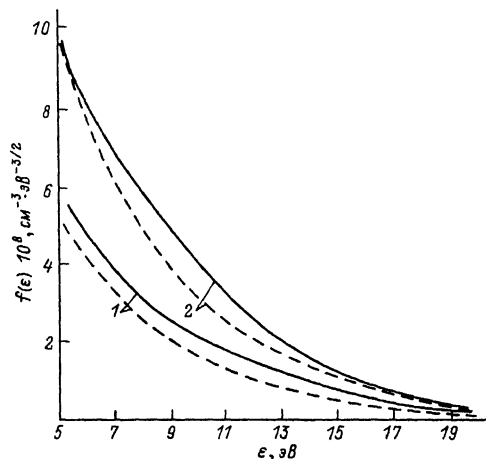


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, при $p = 2$ Тор.

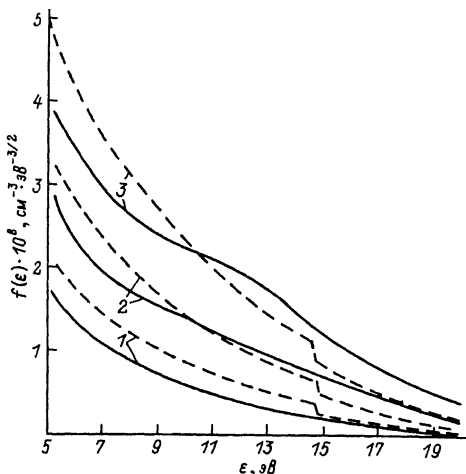


Рис. 3. То же, что и на рис. 1, при $p = 4$ Тор.

Расчеты показывают, что в этом случае в (19) начинает играть роль второе слагаемое, приводящее к увеличению значений $\phi(r)$ по сравнению с (20). На рис. 2, 3 представлены данные измерений ФРЭ из [¹⁴], сдвинутые на рассчитанные по (18), (19) значения потенциала $e\phi(r)$. Видно, что в соответствии с вышеприведенным анализом ФРЭ по полным энергиям совпадают в различных точках радиуса, а результаты расчетов по (9), (15)–(17) удовлетворительно соответствуют эксперименту.

Таким образом, в работе проанализировано формирование ФРЭ в цилиндрическом полом катоде в области энергий до порога неупругих процессов. Показано, что она представляет собой максвелловское распределение в тепловой области и „ступеньку“, определяемую источниками быстрых электронов. Режим формирования ФРЭ является нелокальным, отличительной особенностью которого является отсутствие радиальной зависимости в шкале полных энергий. Быстрые части ФРЭ зависят от интегральной по объему скорости ионизации, которая в большинстве случаев может быть рассчитана по току разряда.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Каган Ю.М., Лягущенко Р.И., Хворостовский С.И. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 8. С. 1686–1692.
- [2] Каган Ю.М., Лягущенко Р.И., Тароян А.С. и др. // ЖТФ. 1973. Т. 43. Вып. 7. С. 1488–1495.
- [3] Каган Ю.М., Лягущенко Р.И., Хворостовский С.И. и др. // ЖТФ. 1975. Т. 45. Вып. 9. С. 1834–1838.
- [4] Каган Ю.М., Лягущенко Р.И., Хворостовский С.И. и др. // ЖТФ. 1975. Т. 45. Вып. 9. С. 1839–1846.
- [5] Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров А.Д. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат. 1977. 384 с.

- [6] Колоколов Н.Б., Кудрявцев А.А. // Химия плазмы / Под ред. Б.М. Смирнова. М.: Энергоатомиздат. 1989. Вып. 15. С. 127—163.
- [7] Цендин Л.Д., Голубовский Ю.Б. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 9. С. 1839—1851.
- [8] Апостол И., Каган Ю.М., Лягущенко Р.И. и др. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 9. С. 1997—1999.
- [9] Колоколов Н.Б., Кудрявцева А.А., Романенко В.А. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 11. С. 2098—2105.
- [10] Лягущенко Р.И. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 6. С. 1130—1138.
- [11] Батенин В.М., Коршунов О.В., Чиннов В.Ф. Препринт ИВТАН. № 6-172. М., 1985. 52 с.
- [12] Коновалов В.П., Сон Э.Е. // Химия плазмы / Под ред. Б.М. Смирнова. М.: Энергоатомиздат, 1987. Вып. 14. С. 194—227.
- [13] Кринберг И.А. Кинетика электронов в ионосфере и плазмосфере земли. М.: Наука, 1978. 214 с.
- [14] Ходорковский М.А. Канд. дис. Л., 1975.

С.-Петербургский университет

Поступило в Редакцию
30 сентября 1991 г.

