

01; 07

© 1992 г.

ПОПЕРЕЧНАЯ ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ
НА ОБЪЕМНЫХ РЕШЕТКАХ

В. М. Сердюк

Применительно к интегральной оптике теоретически исследуется дифракция световых пучков на объемных неоднородных дифракционных решетках в случаях, когда дифракционные поля распространяются параллельно границам регистрирующей решетку среды и поперек формирующего ее излучения. Решение дифракционной задачи выводится из общего решения для дифракции пространственно неоднородного светового пучка на объемной решетке с произвольной крупномасштабной пространственной неоднородностью. Рассмотрены частные случаи: акустооптическая дифракция на малые углы, дифракция на малые и большие углы в решетках, записанных голографическим способом, а также РОС лазеры с объемными голографическими решетками. С учетом поперечной неоднородности формирующего решетку излучения получены выражения, позволяющие рассчитать локальные интенсивности и фазы дифракционных полей. Показано, что в РОС лазерах с голографическими решетками условия генерации реализуются в ограниченных областях, имеющих форму эллиптического цилиндра.

Введение

Дифракционно-решетчатые элементы брэгговского типа (акустооптические, рельефные, голографические и т. д.) находят широкое практическое применение в интегральной оптике и других перспективных областях оптической информационной техники [1, 2]. Жесткие требования миниатюризации в планарной технологии диктуют для них определенную геометрию дифракции, при которой дифрагирующее на решетке либо формирующее последнюю излучение (нередко и то, и другое) распространяется вдоль границ регистрирующей решетку среды (рис. 1, а-в), так что направления распространения формирующего и дифрагирующего излучений оказываются ортогональными или почти ортогональными между собой [1, 2] (условно говоря, поперечная геометрия дифракции). Однако современная теория дифракции света на объемных решетках, в значительной степени представляющая собой теорию дифракции на объемных голограммах, имеет дело главным образом с иной геометрией, в кото-

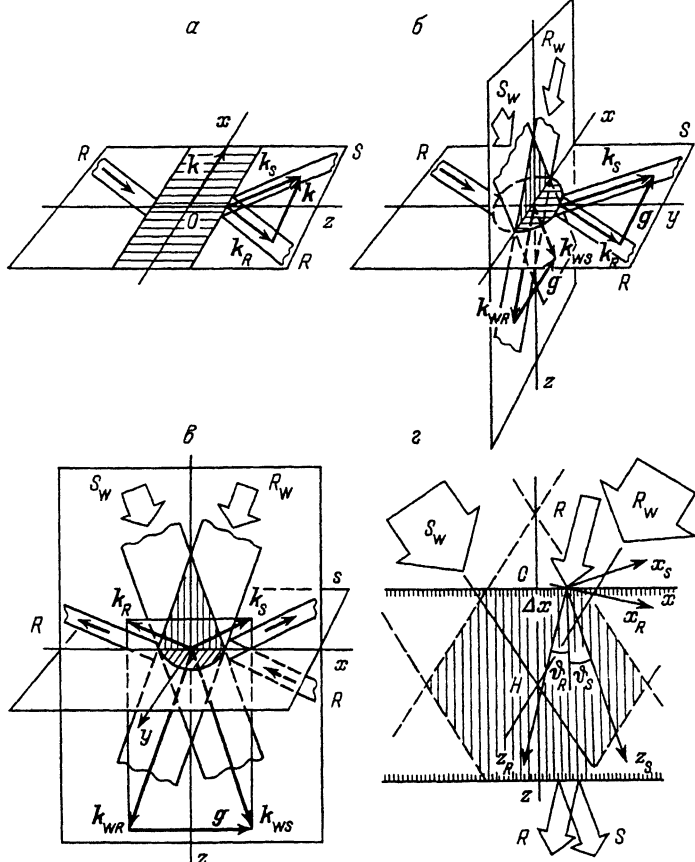


Рис. 1. Рассматриваемые схемы дифракции света на объемных решетках. а — акустооптическая дифракция на малые углы, б — поперечная голографическая дифракция на малые углы, в — поперечная голографическая дифракция на большие углы, г — классическая геометрия записи и считывания объемных голограмм. S_w и R_w — записывающие пучки, R — считывающий (дифрагирующий) пучок, S — восстановленный (дифрагированный) пучок.

рой направления записывающих решетку и дифрагирующих на ней пучков совпадают или близки друг другу [2-5] (рис. 1, г).

Принципиальное отличие между этими двумя случаями заключается в степени влияния на процесс дифракции поперечной пространственной неоднородности формирующего решетку излучения. Если в обычной, классической геометрии она слабо влияет на свойства решетки по направлению дифрагированного света и может учитываться в виде малых поправочных членов к основному решению приближения плоских волн [4], то в поперечной геометрии эта неоднородность для дифракционных пучков оказывается продольной неоднородностью, способной заметно влиять на их интегральные характеристики. До сих пор теоретическое описание дифракции света применительно к последнему случаю строилось без учета специфических особенностей поперечной геометрии, в приближении плоских волн и в предположении постоянства интенсивнос-

ти и фазы формирующегося излучения в пределах своего поперечного сечения [1, 2]. Естественно, что такое описание ограничивалось только приближенной оценкой эффективности процесса дифракции в целом и не могло претендовать на локальное описание параметров дифракционных пучков в каждой точке пространства. В данной работе строится и анализируется решение дифракционной задачи для различных случаев поперечной геометрии с учетом крупномасштабных пространственных неоднородностей световых полей, которое позволяет рассчитывать не только интегральные, но и локальные характеристики дифракционных пучков в их поперечном сечении. Такое решение может быть выведено из более общего решения задачи дифракции пространственно ограниченного светового пучка на объемной голографической решетке в классической геометрии считывания, если при этом допустить достаточно произвольный характер пространственной неоднородности решетки. Применительно к решеткам сравнительно небольшой толщины подобное решение было получено в работе [6]. Для наших целей оно требует некоторого переопределения с тем, чтобы данное решение охватывало более широкий интервал изменения толщины решетки.

1. Итак, рассмотрим сначала классическую геометрию считывания объемной голографической решетки. Пусть в области $0 \leq z \leq l$ имеется объемная решетка диэлектрической проницаемости,

$$\epsilon(r) = n^2 \left\{ 1 + 2t \frac{\kappa}{n} + D + 2\mu \cos (gr + \delta) \right\}, \quad (1)$$

где n и κ — постоянные показатели преломления и поглощения регистрирующей среды ($\kappa \ll 1$), D — некогерентная добавка, μ — амплитуда решетки (вообще говоря, D и μ — комплексные величины), δ — фазовый сдвиг.

Параметры D , μ , δ могут быть непрерывными и дифференцируемыми функциями координат, что определяет пространственную неоднородность решетки (1). Предполагается, что $|\mu|$ в рассматриваемой области не обращается в нуль, хотя и может принимать сколь угодно малые значения.

Если решетка (1) представляет собой зарегистрированную в среде голограмму двух параллельно поляризованных световых пучков, опорного $a_R(r) \exp(-i\omega t + ik_{WR}r)$ и объектного $a(r) \exp(-i\omega t + ik_{VS}r)$, где $k_{WR,S}^2 = (\omega_V n(\omega_V)/c)^2 = k_V^2$, $a = I_V^{1/2} \exp(i\varphi_V)$ (I — интенсивность, φ — фаза), то

$$D = \alpha(I_{VS} + I_{WR}); \quad \mu = \alpha(I_{VS} I_{WR})^{1/2}; \quad \delta = \varphi_{VS} - \varphi_{WR} \quad (2)$$

(α — малая комплексная постоянная).

Пусть на решетку (1) падает считывающий световой пучок $A_R \exp(-i\omega t + ik_R r)$ ($k_R^2 = (\omega n/c)^2 = k^2$), амплитуда которого на входной границе решетки считается заданной $A_R(x, y, 0) = A_{R0}$. В приближении геометрической оптики [7] ее можно полагать зависящей только от координаты $x_R = (x - \Delta x) \cos \theta + z \sin \theta$; $A_{R0} = A_{R0}(x_R/\cos \theta)$,

у). Здесь ϑ_R — угол преломления пучка в решетке, Δx — смещение его оси вдоль границы от начала координат 0, примерно соответствующего в глубине решетки максимуму ее амплитуды $|\mu|$ (пересечению осей записывающих пучков) (рис. 1, з). Считывающее поле возбуждает в неоднородной среде (1) дифрагированный пучок $A_S \exp(-i\omega t + ik_S r)$ ($k_S = k_R + g$), который в голографии отвечает восстановленному объектно-му пучку и амплитуда которого A_S вместе с амплитудой считывающего (дифрагирующего) поля A_R будет меняться по глубине решетки вследствие дифракции. В приближении медленно меняющихся амплитуд ($|\mu| \ll 1$) это изменение описывается системой двух дифференциальных уравнений в частных производных, известных как уравнения Такаги [5, 8]. Коэффициенты данной системы, определяемые параметрами D, μ, δ , зависят от координат, поэтому для построения ее решений необходимо использовать приближенные методы [6]. Во-первых, воспользуемся приближением малости углов преломления дифракционных пучков в решетке ϑ_R, ϑ_S и будем строить аналитическое решение с точностью до членов первого порядка малости по $\text{tg } \vartheta_R, \text{tg } \vartheta_S$. Во-вторых, коэффициенты уравнений Такаги, отвечающие за брэгговскую расстройку, заменим их значениями при $z = H$, где H — примерная координата максимума амплитуды решетки (пересечения осей записывающих пучков) (рис. 1, з). В-третьих, опустим производные от этих коэффициентов, которые будут порядка $\text{tg } \vartheta_{S,R}$. В результате приближенное асимптотическое решение системы уравнений Такаги для амплитуд дифракционных пучков на выходе решетки (1) может быть записано в следующем виде: просветная геометрия (рассеяние вперед)

$$A_R = R_l \left\{ \cos(F\sqrt{1 + \xi^2}) - i\xi \frac{\sin(F\sqrt{1 + \xi^2})}{\sqrt{1 + \xi^2}} \right\} \exp\{i(U - \xi Q) + \nu\}, \quad (3a)$$

$$A_S = iR_l \sqrt{\frac{\cos \vartheta_R}{\cos \vartheta_S}} \frac{\sin(F\sqrt{1 + \xi^2})}{\sqrt{1 + \xi^2}} \exp\{i\delta_l + i(U - \xi Q) - \nu\}; \quad (3, b)$$

отражательная геометрия (рассеяние назад)

$$A_R = \frac{R_l \exp\{i(U - \xi Q) + \nu\}}{\text{ch}(F\sqrt{1 - \xi^2}) - i\xi \text{sh}(F\sqrt{1 - \xi^2})/\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad (4a)$$

$$A_S = i \sqrt{\frac{-\cos \vartheta_R}{\cos \vartheta_S}} \frac{R_0 \exp(i\delta_0 + 2\nu)}{\sqrt{1 - \xi^2} \text{cth}(F\sqrt{1 - \xi^2}) - i\xi} \quad (4b)$$

Здесь

$$R = \{A_{RO}(x_R/\cos \vartheta_R, y) A_{RO}(x_S/\cos \vartheta_S, y)\}^{1/2} \quad (5)$$

— дифракционная амплитуда ($x_S = (x - \Delta x) \cos \vartheta_S - z \sin \vartheta_S$),

$$F = \frac{k}{2} (\cos \vartheta_S \cos \vartheta_R)^{-1/2} \left\{ M_1 + \frac{h}{2} (\operatorname{tg} \vartheta_R - \operatorname{tg} \vartheta_S) \frac{\partial M_2}{\partial x} \right\} \quad (6)$$

— величина, называемая обычно силой голограммы,

$$\begin{aligned} \xi = & \sqrt{\frac{\cos \vartheta_R}{\cos \vartheta_S}} \frac{1}{\mu_H} \left\{ \beta + \left(1 - h \frac{\cos \vartheta_S}{\cos \vartheta_R} \right) \left(i \frac{\kappa}{n} + \frac{D}{2} \right) + \frac{1}{4} \left(1 + h \frac{\cos \vartheta_S}{\cos \vartheta_R} \right) \times \right. \\ & \times (\operatorname{tg} \vartheta_R + \operatorname{tg} \vartheta_S) \int_0^H \frac{\partial D}{\partial x} dz - \frac{h \cos \vartheta_S}{2k} \left[2 \left(\frac{\partial \delta}{\partial z} \right)_H + (\operatorname{tg} \vartheta_S - \operatorname{tg} \vartheta_R) \frac{\partial \delta}{\partial x} \right. \\ & \left. \left. + (\operatorname{tg} \vartheta_R + \operatorname{tg} \vartheta_S) \frac{\partial \delta_0}{\partial x} \right] + i \frac{h \cos \vartheta_S}{k} (\operatorname{tg} \vartheta_S - \operatorname{tg} \vartheta_R) \frac{\partial}{\partial x} \left[\ln(A_{RO} \mu_H^{-1/2}) \right] \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

— обобщенная брэгговская расстройка,

$$\beta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_S^2}{k^2} \right) = \frac{1}{k^2} (g(k_{VR} - k_R))$$

— параметр фазового рассогласования, причем вектор k_{VR} в общем случае определяет волновой вектор пучка при брэгговском считывании;

$$Q = \frac{k(\operatorname{tg} \vartheta_R + \operatorname{tg} \vartheta_S)}{4(\cos \vartheta_S \cos \vartheta_R)^{1/2}} \frac{\partial M_2}{\partial x}; \quad v = \frac{\operatorname{tg} \vartheta_R + \operatorname{tg} \vartheta_S}{4\mu_H} \frac{\partial M_1}{\partial x}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} U = & \frac{k}{2 \cos \vartheta_S} \left\{ \beta h l + \left(h + \frac{\cos \vartheta_S}{\cos \vartheta_R} \right) \left(i \frac{\kappa}{n} l + \frac{1}{2} \int_0^l D dz + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{4} (\operatorname{tg} \vartheta_R - \operatorname{tg} \vartheta_S) \int_0^l dz \int_0^z \frac{\partial D}{\partial x} dz' \right\} + \frac{1}{4} \left\{ 2(\delta_0 - \delta_l) - \right. \\ & \left. - (\operatorname{tg} \vartheta_R + \operatorname{tg} \vartheta_S) \int_0^l \frac{\partial \delta}{\partial x} dz - (\operatorname{tg} \vartheta_R - \operatorname{tg} \vartheta_S) \frac{\partial \delta_0}{\partial x} l \right\}; \quad (9) \end{aligned}$$

$$M_1 = \int_0^l \mu dz, \quad M_2 = h \int_0^l dz \int_b^z \mu dz', \quad b = \frac{l}{2} (1 - h), \quad (10)$$

где индексы 0, H и l у какой-либо величины означают, что данная величина вычисляется при $z = 0$, H или l соответственно; $h = 1$ для просветной схемы, показанной на рис. 1, з, и $h = -1$ для отрагательной схемы; последний случай на рис. 1, з будет отвечать обратному направлению записывающего и дифрагированного пучков S и параллельному границам положению плоскостей равной интенсивности решетки.

Принятые выше приближения справедливы, если выполняются следующие условия, которые будут условиями применимости полученного решения (3) — (10):

$$\frac{l}{4} (1 - h) \left| \frac{\partial}{\partial x} (F\xi) \operatorname{tg} \varphi_{S,R} \right| \ll 1; \quad l \left| F_H \frac{\partial \xi}{\partial x} \operatorname{tg} \varphi_R \right| \ll 1; \quad (11a)$$

$$\frac{l}{3} \left| F_H^3 \xi \frac{\partial \xi}{\partial x} \operatorname{tg} \varphi_S \right| \ll 1; \quad \left| \xi \left(\frac{k\mu_H l}{4} - F_H \right) \right| \ll 1, \quad (11б)$$

где F_H — сила решетки (6), определяемая интегралом M_1 (10) от 0 до H .

Эти условия устанавливают максимальное значение толщины рассматриваемой решетки l в зависимости от степени неоднородности последней — обратно пропорционально величине производных от ее параметров по координатам.

Следует отметить, что приведенное решение (3) — (10) определяет не интегральные характеристики световых полей, а их локальные интенсивности и фазы в каждой точке выходной границы решетки. Дальнейшее распространение дифракционных полей за решеткой может описываться в геометрикооптическом приближении с заменой x на $x + (Z - l) \operatorname{tg} \varphi_R$ у считывающего поля (3а), (4а) и на $x - (z + b - l) \operatorname{tg} \varphi_S$ у дифрагированного поля (3б), (4б), а на больших расстояниях от решетки — интегралом Френеля [] от амплитуд геометрикооптического приближения.

Поскольку при выводе решения (3) — (10) зависимость параметров D , μ , δ от пространственных координат не конкретизировалась, то оно может быть использовано для исследования поперечной геометрии дифракции света.

2. Простейшим примером поперечной дифракции является акустооптическая дифракция на малые углы (рис. 1, а). Как известно [2, 9], в среде, обладающей фотоупругим эффектом, акустическая волна $a \exp(-i\Omega t + ikx)$ вызывает периодическую модуляцию показателя преломления:

$$\varepsilon = n^2 \{1 + 2\mu \cos(Kx - \Omega t + \delta)\}, \quad \operatorname{Im}(\mu) = 0 \quad (12)$$

($\mu = p_{\alpha\phi} a/n$, $p_{\alpha\phi}$ — эффективная упругооптическая постоянная).

Световой пучок $A_R \exp(-i\omega_R t + ik_R r)$, частота которого ω_R много больше частоты Ω акустического пучка и который распространяется параллельно границам среды (рис. 1, а), может испытывать дифракцию на

решетке (12), в результате которой возникает дифрагированный пучок $A_S \exp(-i\omega_S t + ik_S r)$ ($\omega_S = \omega_R + \Omega$, $k_S = k_R + k$), амплитуда которого вместе с амплитудой дифрагирующего пучка на выходе из решетки будет определяться решением (3). Предположим, что акустический пучок описывается в геометрооптическом приближении ($a = a(y, z)$ и, соответственно, $\mu = \mu(y, z)$) с эффективной полушириной σ_a по оси z и σ_{ay} по оси y . Тогда границами решетки для обоих дифракционных пучков условно можно считать плоскости $z = -\sigma_a$ (входная граница) и $z = \sigma_a$ (выходная граница) (рис. 1, а). Предположим далее, что и акустический, и дифрагирующий пучки являются пучками с гауссовой поперечной структурой $\mu = \mu_m \exp(-z^2/\sigma_a^2 - y^2/\sigma_{ay}^2)$, $A_{R0} = A_{R0m} \exp(-x^2/\sigma_R^2 - y^2/\sigma_{Ry}^2)$, где μ_m и A_{R0m} — максимальные значения амплитуд, $x_r = x \cos \vartheta_R + (z + \sigma_a) \sin \vartheta_R$. В этом случае параметры (5)–(10), определяющие решение (3), запишутся в следующем виде:

$$R_l \approx A_{R0m} \exp\{-x[x + 2\sigma_a(\operatorname{tg} \vartheta_R - \operatorname{tg} \vartheta_S)]/\sigma_R^2 - y^2/\sigma_{Ry}^2\}; \quad (13)$$

$$F = F_m e^{-y^2/\sigma_{ay}^2}; \quad F_m = \frac{k\mu_m \sigma_a \sqrt{\pi}}{2(\cos \vartheta_S \cos \vartheta_R)^{1/2}}; \quad U = \frac{k\beta\sigma_a}{\cos \vartheta_S}; \quad (14)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{\cos \vartheta_R}{\cos \vartheta_S}} \frac{1}{\mu_m} \left\{ \beta - i \frac{2x}{k\sigma_R^2} (\operatorname{tg} \vartheta_S + \operatorname{tg} \vartheta_R) \right\} e^{y^2/\sigma_{ay}^2}; \quad (15)$$

$v = Q = 0$, причем $\beta = (K/k)(\sin \vartheta_R - K/2k)$, $\sin \vartheta_S = (K/k) - \sin \vartheta_R$ и величина Δx полагается равной нулю вследствие однородности решетки в направлении x . Тогда местом падения оси считывающего пучка на решетку будет точка $x = 0$, $z = -\sigma_a$; эта же точка, но при $z = \sigma_a$ будет и местом выхода осей дифрагирующих пучков из решетки, поскольку именно при $x = 0$ имеет место максимум интенсивностей этих пучков (3), соответствующий максимуму дифракционной амплитуды (13) и минимуму модуля брэгговской расстройки (15). Тем самым здесь проявляется известный эффект каналирования световых пучков толстой поперечно однородной решеткой [5]: дифракционные пучки распространяются как бы вдоль ее плоскостей равной интенсивности.

В зависимости от фазовой расстройки β минимум $|\xi|$ (15), а значит, и максимум интенсивности дифрагированного пучка будут иметь место, как и для других просветных решеток, при $\beta = 0$, когда $\vartheta_S = \vartheta_R$ (условия Брэгга).

Формулы (3), (13)–(15) могут быть проиллюстрированы рис. 2, на котором показан профиль интенсивности падающего (а) и дифрагированного (б) пучков при брэгговском считывании акустооптической решетки в случае, когда $F_m = \pi/2$, $\vartheta_S = \vartheta_R = 10^\circ$, $\sigma_R = \sigma_{Ry} = \sigma_{ay} = \sigma_a/2$, $\delta =$

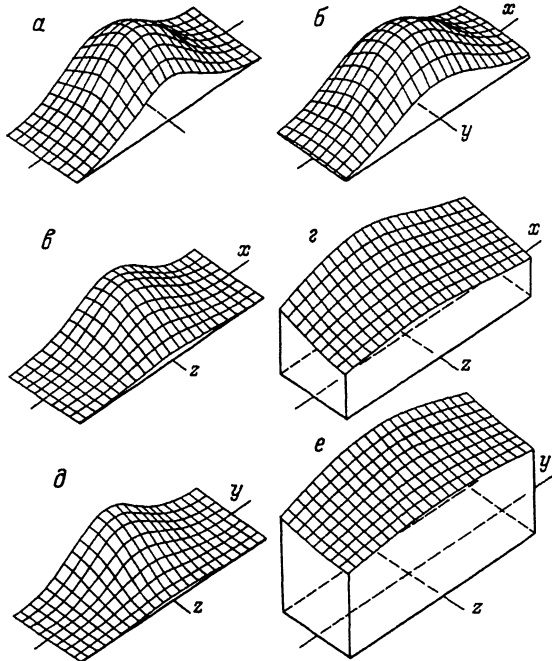


Рис. 2. Поперечная структура падающего (а) и дифрагированного (б-е) пучков при акустооптической дифракции на малые углы (б), поперечной голографической дифракции на малые (в,г) и большие (д,е) углы.

а-в,д — интенсивность; г,е — фаза φ/π в одном и том же масштабе (максимальное значение интенсивности падающего пучка принято за единицу).

= 0. Видно, что поперечная структура дифрагированного поля достаточно хорошо воспроизводит поперечную структуру дифрагирующего пучка.

Условия применимости (11) использованного решения (3), (5) — (10) здесь сводятся к одному неравенству $|F_m \xi| \ll 18$.

3. В качестве следующего примера рассмотрим поперечную дифракцию света на объемных голографических решетках. Пусть записывающие голограмму гауссовы световые пучки симметрично падают на регистрирующую среду под небольшими углами ϑ_V в плоскости xOz (рис. 1, б, в) $a_{S,R} = a_{S,Rm} \exp \{-p(z + l/2) - [(x \cos \vartheta_V \pm z \sin \vartheta_V)^2 + y^2]/\sigma_V^2\}$, где σ_V — полуширина обоих пучков, $z = -l/2$ и $z = l/2$ — границы регистрирующей среды, p — коэффициент амплитудного поглощения, так что амплитуда голографической решетки (1), (2)

$$\mu = \mu_m \exp \{-p(2z + l) - 2(x^2 \cos^2 \vartheta_V + z^2 \sin^2 \vartheta_V + y^2)/\sigma_V^2\}, \quad (16)$$

и некогерентная добавка $D = 2\mu \operatorname{ch} (\ln m - xz\sigma_V^{-2} \sin 2\vartheta_V)$, $m = |a_{S_m}/a_{R_m}|$, δ считаем равным нулю.

Вначале исследуем поперечную голографическую дифракцию на малые углы (рис. 1, б) — аналог просветной схемы считывания в классической геометрии. Она отвечает случаю, когда частоты записывающего и считывающего света совпадают или близки друг другу. Пусть считывающее поле также представляет собой гауссов пучок с амплитудой $A_{RO} = A_{ROm} \exp(-(\bar{x}_R^2 + z^2)/\sigma^2)$, $\bar{x}_R = (x - \Delta x) \cos \vartheta_R + (y + \sigma_W) \sin \vartheta_R$, падающий на решетку вдоль границ регистрирующей среды под малым углом ϑ_R к оси y , причем на линии $y = -\sigma_W$, $z = 0$, представляющей собой условную границу решетки, смещение оси считывающего пучка от оси y по направлению x равно Δx . Тогда параметры (5)–(10) решения дифракционной задачи (3) оказываются равными

$$R_l \approx A_{ROm} \exp\{-[x - \Delta x)(x - \Delta x + 2\sigma_W(\operatorname{tg} \vartheta_R - \operatorname{tg} \vartheta_S) + z^2]/\sigma^2\}; \quad (17)$$

$$F = \frac{k\mu_H \sigma_W}{2(\cos \vartheta_S \cos \vartheta_R)^{1/2}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ 1 + \frac{2x}{\sigma_W} (\operatorname{tg} \vartheta_S - \operatorname{tg} \vartheta_R) \cos^2 \vartheta_W \right\}; \quad (18)$$

$$Q = \frac{k\mu_H \sigma_W}{(\cos \vartheta_S \cos \vartheta_R)^{1/2}} v; \quad v = -(\operatorname{tg} \vartheta_S + \operatorname{tg} \vartheta_R) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sigma_W} \cos^2 \vartheta_W; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \xi = \sqrt{\frac{\cos \vartheta_R}{\cos \vartheta_S}} \left\{ \frac{1}{\mu_H} \left[\beta + \frac{2i \cos \vartheta_S}{k} (\operatorname{tg} \vartheta_S + \operatorname{tg} \vartheta_R) \left(\frac{x \cos^2 \vartheta_W}{\sigma_W^2} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{x - \Delta x}{\sigma^2} \right) \right] + (\operatorname{tg} \vartheta_S + \operatorname{tg} \vartheta_R) \frac{2x}{\sigma_W} \cos^2 \vartheta_W \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ch} \left(\ln m - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{xz}{\sigma^2} \sin 2\vartheta_W \right) \right\}; \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U = \frac{k\sigma_W}{\cos \vartheta_S} \left\{ \beta + 2i \frac{x}{n} + \mu_H \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 + \frac{2x}{\sigma_W} (\operatorname{tg} \vartheta_S - \operatorname{tg} \vartheta_R) \cos^2 \vartheta_W \right] \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch} \left(\ln m - \frac{xz}{\sigma^2} \sin 2\vartheta_W \right) \right\}; \quad (21) \end{aligned}$$

где $\mu_H = \mu(x, 0, z) = \mu_m \exp\{-p(2z + l) - 2(x^2 \cos^2 \vartheta_W + z^2 - (y + \sigma_W)^2)/\sigma^2\}$, $\beta = 2(k_V/k) \sin \vartheta_V (\sin \vartheta_R - (k_V/k) \sin \vartheta_W)$, $\sin \vartheta_S = 2(k_V/k) \sin \vartheta_V - \sin \vartheta_R$.

При этом условия применения (11) исходного решения (3) оказываются эквивалентными одному условию

$$|\xi k \mu_H \sigma_W| \ll 10. \quad (22)$$

В отличие от предыдущего примера здесь наблюдается зависимость интенсивности дифракционного поля от поперечного смещения Δx считывающего света и не имеет места явно выраженное каналирование дифракционных пучков в решетке, что обусловлено ее поперечной неоднородностью. Однако вследствие малости угла ϑ_R указанная зависимость проявляется совсем незначительно вблизи оси y и величину Δx можно полагать равной нулю, хотя оптимальным значением, строго говоря, будет значение $\Delta x = \sigma_W \operatorname{tg} \vartheta_R$. На рис. 2, в, г показаны поперечные распределения интенсивности и фазы дифрагированного поля, рассчитанные по формулам (3), (17)–(21) при брэгговском считывании ($\beta = 0$) фазовой решетки ($\operatorname{Im}(\mu_m) = 0$), когда $\vartheta_W = 6^\circ$, $\vartheta_S = \vartheta_R = 8^\circ$, $\sigma_W = 2\sigma$, $l = \sigma_W$, $p\sigma_W = 1$, $F_m = k\mu_m \sigma_W / 2 = \pi/2$, $\kappa = 0$, $m = 1$. Видно, что дифрагированный пучок воспроизводит поперечную структуру считывающего поля (рис. 2, а) с заметными искажениями по интенсивности и по фазе, которые вызываются пространственной неоднородностью решетки (1), (16). Максимум интенсивности этого пучка несколько смещен в область отрицательных z вследствие экспоненциального затухания амплитуды решетки (16) по z , вызванного слабым поглощением записывающего поля. Естественно, здесь не может быть и речи о возможности голографического воспроизведения сложной поперечной структуры записывающего пучка, как в классической схеме [4–6], поскольку дифрагированное поле распространяется вдоль этой структуры и, как показывают формулы (3)–(10), может „чувствовать“ только усредненное по y значение амплитуды записывающего поля.

4. Перейдем к рассмотрению поперечной голографической дифракции на большие углы (рис. 1, в), которая соответствует отражательному режиму работы решетки в классической геометрии. Данный режим поперечной дифракции реализуется при значительном уменьшении частоты считывающего света по сравнению с частотой записывающего излучения.

Пусть на решетку (1), (16) под малым углом ϑ_R к оси x падает считывающий пучок с амплитудой $A_{R0} = A_{R0m} \exp(-(x_R^2 + y^2)/\sigma^2)$, $x_R = z \cos \vartheta_R - (x - \sigma_W) \sin \vartheta_R$. Параметры (5)–(10), определяющие структуру дифракционных полей (4), принимают вид

$$R_0 A_{R0m} \exp(-(z^2 + y^2)/\sigma^2) \approx R_1; \quad (23)$$

$$F = \frac{k\mu_H \sigma_W}{2 \cos \vartheta_R} \sqrt{\frac{\pi}{2}}; \quad Q = v = 0; \quad U = -\frac{k\beta \sigma_W}{\cos \vartheta_R}; \quad (24)$$

$$\xi = \frac{1}{\mu_H} \left(\beta + 2i \frac{\kappa}{n} + 4i \frac{z}{k\sigma^2} \sin \vartheta_R \right) + m + \frac{1}{m}, \quad (25)$$

где $\mu_H = \mu_m \exp \{-p(2z + l) - 2(y^2 + z^2 \sin^2 \vartheta_V) / \sigma_V^2\}$, причем $\vartheta_S \approx \approx \vartheta_R$.

Как и в предыдущем случае, условием применимости полученного решения также будет условие (22).

В отличие от дифракции на малые углы здесь брэгговское считывание решетки, отвечающее минимальному значению $|\xi|$ (25) при усреднении по всем x и z , будет иметь место для $\beta \approx -(1 + m^2) \exp(-pl) \operatorname{Re}(\alpha)/2$, причем соответствующий брэгговский угол падения считывающего пучка будет равен $\vartheta_R = \arccos \{(k_V/k) \sin \vartheta_V + \beta k / (2k_V \sin \vartheta_V)\}$.

Интенсивность и фаза светового поля, возникающего при поперечной брэгговской дифракции на большие углы и рассчитанного по формулам (4), (23)–(25), показаны на рис. 2, д, е, где предполагалось, что $\vartheta_V = 30^\circ$, $\vartheta_R = 8^\circ$, а параметры решетки брались такими же, что и для дифракции на малые углы (см. предыдущий случай).

5. Одним из наиболее интересных применений поперечной голографической дифракции на большие углы является лазер с распределенной обратной связью (РОС лазер) на объемной голографической решетке показателя преломления $[^{10}]$. Обычно такие лазеры создаются на основе периодической структуры в виде гофра — поверхностной решетки модуляции рельефа активной среды $[^{2,7}]$, что, естественно, ограничивает область возможной генерации тонким приповерхностным слоем этой среды. Использование периодической фазовой модуляции по всей ее глубине позволяет преодолеть данный недостаток и в то же время сохранить основные достоинства таких лазеров: малые размеры, низкий порог плотности мощности накачки и узкую полосу излучения $[^{2,10}]$.

Генерация в РОС лазерах возникает следующим образом. Известно $[^2]$, что при некоторых условиях фазовые отражательные решетки могут обеспечивать очень большую величину усиления обоих дифракционных пучков, достаточную для получения заметной интенсивности выходящего света из затравочной волны бесконечно малой амплитуды. В этих условиях решетка работает как лазерный усилитель и резонатор одновременно.

Как следует из полученного выше решения (4), в объемной фазовой решетке указанные условия могут реализоваться при $(1 - \xi^2)^{1/2} \times \operatorname{ch}(F(1 - \xi^2)^{1/2}) - i\xi \operatorname{sh}(F(1 - \xi^2)^{1/2}) = 0$, т.е. когда

$$\operatorname{ch}(F\sqrt{1 - \xi^2}) = \xi; \operatorname{sh}(F\sqrt{1 - \xi^2}) = -i\sqrt{1 - \xi^2}. \quad (26)$$

Поскольку F и ξ (24), (25) зависят от координат y и z , но не зависят от x , то эти условия могут реализоваться не во всей решетке, а только в некоторой ограниченной области, которую будем называть областью генерации. Очевидно, что данная область должна представлять собой некий цилиндр с осью, параллельной оси x . Это значит, что генерируемые волны распространяются вдоль x , т.е. $\vartheta_R = 0$. Обозначим

$$\xi_R = \operatorname{Re}(\xi) = m + \frac{1}{m} + \frac{\beta}{\mu_H}; \quad \xi_I = \operatorname{Im}(\xi) = \frac{2}{\mu_H} \frac{\kappa}{n}; \quad (27)$$

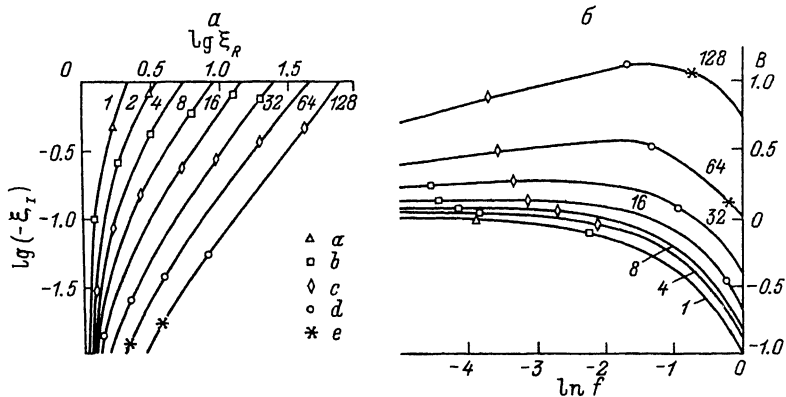


Рис. 3. Графическое представление решений уравнений генерации РОС лазера с объемной голографической решеткой для мод с различным значением индекса N в плоскости ξ_R, ξ_I (а), а также в плоскости f, B при $m = 1, G = 0.01$ (б).

Цифры у кривых — значения N . Точки соответствуют значениям F : а — 2, б — 4, с — 10, д — 50, е — 100.

$\gamma_R = \text{Re}((1 - \xi^2)^{1/2}), \gamma_I = \text{Im}((1 - \xi^2)^{1/2})$, тогда соотношения (26) после выделения действительных и мнимых частей запишутся в виде двух трансцендентных уравнений

$$\text{th}(F\gamma_R) = -\xi_I/\gamma_R; F\gamma_I = \pi N + \text{arctg}(\xi_I/\gamma_I), \quad (28)$$

где $N = 1, 2, 3, \dots$ — порядок моды генерации.

Из первого уравнения (28), в частности, следует, что $\xi_I < 0$, т.е. необходимым условием возникновения генерации является наличие усиления в среде ($\kappa < 0$).

К сожалению, уравнения (28) не допускают каких-либо упрощающих приближений применительно к наиболее интересным для практики случаям, поэтому их приходится решать численными методами. На рис. 3, а представлены результаты такого решения, представленные в виде кривых на плоскости ξ_R, ξ_I ; именно последние удобнее всего выбрать в качестве независимых переменных, а силу голограммы F (24) считать параметром, меняющимся вдоль данной кривой. Здесь каждая кривая отвечает определенному значению индекса N , т.е. определяет какую-либо моду генерации. Для известных значений m и $G = -2\kappa/(n\mu_m)$ (коэффициент генерации) от кривых в плоскости ξ_R, ξ_I легко перейти к их изображениям в плоскости f, B , где $f = \mu_H/\mu_m = F/F_m = \exp\{-p(2z + 1) - 2(y^2 + z^2 \sin^2 \phi_V)/\sigma_V^2\}$, $B = \beta/\mu_m$ (рис. 3, б). При этом следует иметь в виду, что параметр f не может быть больше единицы. Отсюда и

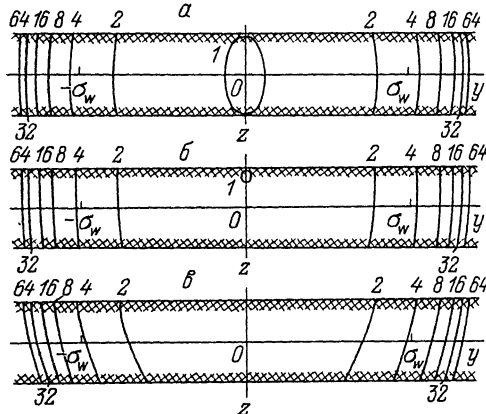


Рис. 4. Эллипсы генерации в РОС лазерах на объемных голографических решетках при $\vartheta_V = 30^\circ$, $F_m = 9.578$, $G = 0.01$, $l = \sigma_V/2$ и при различной величине поглощения записывающих пучков $\rho\sigma_V = 0$ (а), 0.1 (б), 0.5 (в).

из (27) следует условие $|\xi_I| \geq G$, которое будет играть роль порогового условия генерации.

Параметр $B = \beta/\mu_m$ определяет частоту генерации. Поскольку фазовая расстройка $\beta = 2(k_V/k) \sin \vartheta_V \{1 - (k_V/k) \sin \vartheta_V\}$ — малая величина (порядка $\mu_m \approx 10^{-3}$), то волновое число генерируемого излучения $k \approx k_V \sin \vartheta_V$, т.е. $\omega \approx \omega_V \sin \vartheta_V$. Следовательно, частота генерации РОС лазера с объемной фазовой голографической решеткой не зависит от индекса моды, а определяется только частотой и углом схождения световых пучков, сформировавших решетку.

Рассмотрим теперь, что представляют собой области генерации для разных мод, отвечающие заданным значениям параметра $f = \exp\{-p(2z + l) - 2(y^2 + z^2 \sin^2 \vartheta_V)/\sigma_V^2\}$. Легко видеть, что это эллиптические цилиндры, а в плоскости yOz — эллипсы с полуосями

$$b = \sigma_V \left\{ \left(\frac{\rho\sigma_V}{2 \sin \vartheta_V} \right)^2 - \frac{1}{2} (pl + \ln f) \right\}^{1/2}; \quad a = b/\sin \vartheta_V$$

вдоль y и z соответственно, эксцентриситетом $e = \cos \vartheta_V$ и центром в точке $y_0 = 0$, $z_0 = -\rho\sigma_V^2/(2 \sin^2 \vartheta_V)$. При малых значениях толщины решетки l , когда $l/2 < |z_0|$ (или когда $\rho\sigma_V^2 > l \sin^2 \vartheta_V$), данная точка располагается за пределами самой решетки (рис. 4, в), а при $2(pl + \ln f) = (\rho\sigma_V/\sin \vartheta_V)^2$ весь эллипс вырождается в одну точку (центр). Как показывает рис. 4, с ростом индекса моды N эллипсы генерации располагаются все дальше и дальше от осей x и z , т.е. в областях, где амплитуда решетки (16) все более и более уменьшается. К

сожалению, рассматриваемая теория не позволяет оценить интенсивность генерируемого излучения и ее зависимость от величины амплитуды решетки.

В данной работе теоретической моделью световых полей служили пучки с гауссовым профилем интенсивности в поперечном сечении. С помощью решения (3)–(10) аналогичные результаты могут быть получены и для более сложной структуры, например модулированных по амплитуде и фазе гауссовых пучков, которые более адекватно моделируют реальные световые поля, несущие какую-либо оптическую информацию.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Семенов А.С., Смирнов В.Л., Шмалько А.В. Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации. М.: Радио и связь, 1990. 224 с.
- [2] Ярич А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
- [3] Kogelnik H. // Bell Syst. Techn. J. 1969. Vol. 48. N 9. P. 2909–2947.
- [4] Зельдович Б.Я., Шкунов В.В., Яковлева Т.В. // УФН. 1986. Т. 149. № 3. С. 511–549.
- [5] Russell P. // Phys. Rep. 1981. Vol. 71. N 4. P. 210–312.
- [6] Сердюк В.М. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 7. С. 28–36.
- [7] Хаус Х. Волны и поля в оптоэлектронике. М.: Мир, 1988. 432 с.
- [8] Takagi S. // Acta Cryst. 1962. Vol. 15. N 12. P. 1311–1312.
- [9] Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
- [10] Лебедев С.А., Шулев Ю.В., Козенков В.М. и др. // Новые регистрирующие среды для голографии. Л.: Наука, 1983. С. 183–185.

Научно-исследовательский институт
прикладных физических проблем
им. А.Н. Севченко
Белорусского университета
им. В.И. Ленина
Минск

Поступило в Редакцию
6 июня 1991 г.