

01; 07  
© 1992 г.ОПТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И ДВУМЕРНЫЙ ФУРЬЕ-АНАЛИЗ  
СЛОЖНЫХ КЧМ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОЛЕЙ. I<sup>1</sup>

В. Ю. Осипов, Ю. В. Осипов

Исследованы сложные интерференционные поля, формируемые при прохождении внеосевого коноскопического (сходящегося или расходящегося) циркулярно поляризованного лазерного пучка через бифокальную линзу из исландского шпата. Экспериментально исследовано распределение оптического поля в дальней зоне дифракции Фраунгофера при дифракции лазерного пучка на синтезированных двумерных интерферограммах. Показано, что оптически реализуемый квадрат фурье-образа синтезированных интерферограмм имеет псевдокаустический характер с характерной факельной структурой острия, огибающих и ячеистой структурой тела псевдокаустики.

Оптический синтез и фурье-анализ сложных двумерных сигналов является одним из развивающихся направлений теории оптической обработки информации, цифровой голографии и компьютерной оптики [1, 2].

Оптически реализуемое прямое и обратное двумерное фурье-преобразование используется непосредственно в задачах распознавания и фильтрации образов, а при реализации на ЭВМ в задачах компьютерной обработки изображений [3], синтеза и восстановления цифровых голограмм трехмерных объектов [4, 5]. Интерес к последним вопросам обусловлен в немалой степени и появлением опирающихся на исследования в области теории чисел теоретико-числовых и полиномиальных преобразований в конечном поле, более быстродействующих алгоритмов дискретного преобразования Фурье [6, 7] по сравнению с традиционными методами БПФ [8], что позволяет дополнительно сократить время машинного анализа цифровых изображений и голограмм.

Синтез и фурье-анализ двумерных сигналов находит применение и в прикладной радиооптике, в задачах оптического моделирования и синтеза сложных антенных решеток и радиосигналов [9, 10], а также в вопросах фокального синтеза сложных волновых полей фокусирующих систем.

<sup>1</sup> Предварительные результаты работы докладывались на II Всесоюзной конференции „Оптическое изображение и регистрирующие среды“ (1990 г.).

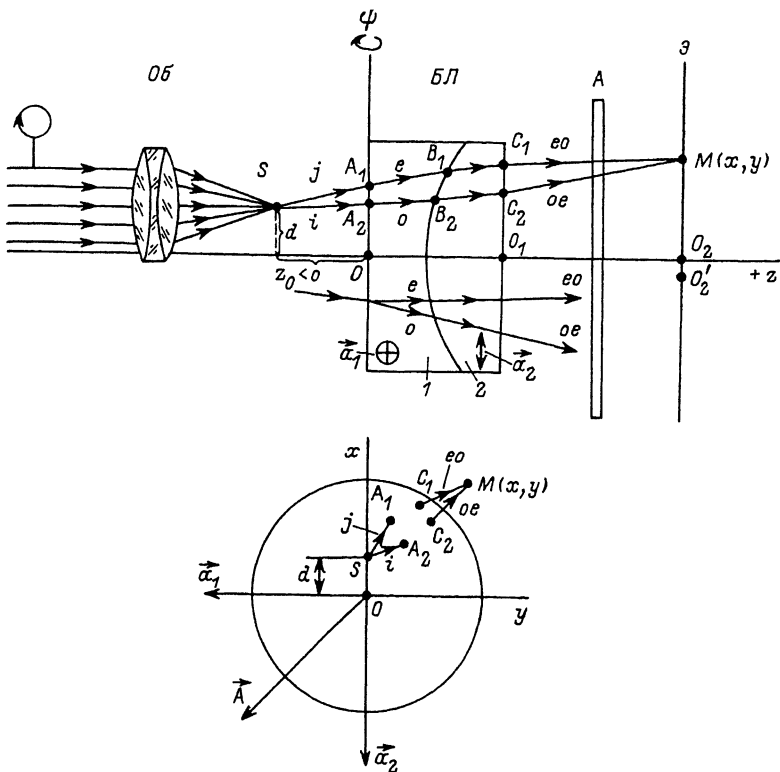


Рис. 1. Интерференция  $oe$ - и  $eo$ -волн в бифокальной линзе из одноосного кристалла.

$A$  — анализатор,  $\mathcal{E}$  — плоскость экрана,  $S$  — центр фокусируемого перед БЛ конусокопического пучка,  $Об$  — триплетный объектив. Внизу показано положение точек входа и выхода интерферирующих  $oe$ - и  $eo$ -лучей на входной и выходной гранях БЛ в плоскости  $xOy$ .

В данной работе в отличие от [11] исследуются двумерные интерференционные поля, формируемые при внеосевом прохождении циркулярно поляризованного конусокопического лазерного пучка через бифокальную линзу (БЛ) из исландского шпата [12], представляющую собой комбинацию двух склеенных между собой плоско-выпуклой и плоско-вогнутой компонент из одноосного кристалла с взаимно ортогональной ориентацией оптических осей  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$ , параллельных входной и выходной граням линзы (рис. 1).

### Синтез КЧМ интерференционных полей

При падении на входную грань БЛ частичного луча происходит его расщепление на границе раздела воздух—среда 1 на обыкновенный  $o$ - и необыкновенный  $e$ -лучи с ортогональными состояниями векторов поляризации (рис. 1). Распространяясь в среде 1,  $e$ - и  $o$ -лучи пространственно разделяются, и, доходя до сферической границы раздела между

составляющими компонентами 1 и 2,  $e$ -луч трансформируется на границе раздела в  $eo$ -волну, а  $o$ -луч в  $oe$ -волну [11].

Здесь записи  $eo$ - и  $oe$ - означают трансформацию с сохранением ориентации вектора поляризации  $e$ -волны из среды 1 в  $o$ -волну в среде 2, и соответственно наоборот. Распространяясь в среде 2,  $eo$ - и  $oe$ -лучи еще более разделяются и приходят на выходную границу раздела с различными ориентациями лучевых векторов и точками выхода. В итоге после преломления на границе раздела среда 2-воздух на выходе системы имеем два парциальных  $eo$ - и  $oe$ -луча с различными выходными параметрами, не лежащих в общем случае в исходной плоскости падения.<sup>2</sup>

В частном случае падения на БЛ парциального луча с произвольной ориентацией из централизованного (коаксиального) по отношению к БЛ коноскопического лазерного пучка выходные  $eo$ - и  $oe$ -лучи также не лежат в исходной плоскости падения, образованной падающим на входную грань БЛ лучом и оптической осью  $Oz$ -системы, и имеют различные точки выхода на выходной грани, не лежащие на одном радиус-векторе, проведенном из центра  $O_1$ ; в случае если падающий парциальный луч

лежит в плоскости  $zOx$  или  $zOy$ , то выходные  $eo$ - и  $oe$ -лучи лежат в этих же плоскостях, т.е. не отклоняются от плоскости падения. При падении на БЛ внеосевого коноскопического лазерного пучка в каждую точку  $M$  экрана с координатами  $(x, y)$  приходят  $oe$ - и  $eo$ -лучи, происходящие соответственно от  $i$ -го и  $j$ -го парциальных лучей, исходящих из центра  $S$  коноскопического лазерного пучка под разными меридианальными и сагиттальными углами и имеющих различные точки входа  $A_1$  и  $A_2$  на входной грани и различные точки выхода  $C_1$  и  $C_2$  на выходной грани. Месторасположение соответствующих точек показано на проекции в плоскости  $xOy$  (рис. 1). Отметим здесь, что из падающего на БЛ внеосевого коноскопического пучка, смещенного в поперечном  $+x$ -направлении, лишь падающие в плоскости  $xOz$  лучи имеют траектории, лежащие в этой же плоскости падения.

Аналитическими методами, развитыми в [11, 13-16], можно показать, что разность фаз  $\varphi(x, y)$  между приходящими в точку  $M(x, y)$  экрана  $oe$ - и  $eo$ -лучами, соответствующая разности оптических путей для траекторий  $S-A_1-B_1-C_1-M$  и  $S-A_2-B_2-C_2-M$  (рис. 1), имеет вид

$$\varphi(\tilde{x}, y) = \varphi_0 + a\tilde{x}(\tilde{x}^2 + y^2 - R^2). \quad (1)$$

Здесь  $a$  и  $R^2$  — параметры, зависящие от характеристик БЛ и взаимного расположения БЛ, центра коноскопического лазерного пучка  $S$  и экрана;  $\tilde{x}$  — координата, отсчитываемая в  $x$ -направлении от геометрического центра интерференционной картины  $O'_2$ ;  $\varphi_0$  — разность фаз между приходящими в точку  $O'_2$   $eo$ - и  $oe$ -лучами. В результате сложный характер распределения интенсивности интерференционного поля, регистрируемого в плоскости экрана, описывается законом

<sup>2</sup> Хотя на выходной границе раздела в общем случае имеем четыре луча ( $oo$ ,  $oe$ ,  $eo$ ,  $ee$ ), лишь два из них ( $eo$ ,  $oe$ ) при углах падения на БЛ  $\alpha < 35^\circ$  являются основными и имеют превосходящую интенсивность.

$$I(\tilde{x}, y) = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(\varphi_0 + a\tilde{x}(\tilde{x}^2 + y^2 - R^2))]. \quad (2)$$

Здесь  $I_0$  — интенсивность в максимумах интерференционной картины. Видно, что  $R$  является радиусом интерференционной линии нулевого порядка, соответствующей  $\varphi_0$  — разности фаз между  $eo$ - и  $oe$ -лучами (строго говоря, интерференционной линией нулевого порядка является здесь совокупность окружности радиуса  $R$  с пересекающей ее прямой  $\tilde{x} = 0$ ). Экспериментально исследуемая БЛ имеет следующие параметры: радиус кривизны сферической границы раздела 50.2 мм, полная толщина 7.4 мм, толщина плоско-выпуклого компонента 3.7 мм, диаметр линзы 24 мм. Соответствующая этим параметрам величина  $\varphi_0$  такова, что интерференционной линией нулевого порядка соответствует максимум интенсивности (освещенное поле).

Формируемая интерференционная картина имеет тип симметрии, обладающий двумя взаимно перпендикулярными осями симметрии (оси  $\tilde{x}$  и  $y$ ). Отметим, что при входных углах падения на БЛ  $\alpha < 35^\circ$  волны типа  $oo$ - и  $ee$ -имеют на выходе пренебрежимо малую интенсивность и их вкладом в интерференционную картину можно пренебречь. На рис. 2 показана изменчивость экспериментально наблюдаемых интерферограмм в зависимости от параметра  $z_0$  внеосевого коноскопического лазерного пучка. Здесь  $z_0$  — координата фокусного центра  $S$  коноскопического пучка относительно передней грани БЛ. При этом при  $z_0 < 0$  БЛ оказывается в расходящемся, а при  $z_0 > 0$  в сходящемся внеосевом лазерном пучке. Коноскопический пучок создавался посредством фокусирования расширенного коллимированного лазерного пучка ( $\lambda = 623.8$  нм, диаметр  $\varnothing 50$  мм) с циркулярной или линейной под углом  $45^\circ$  к осям  $\bar{a}_1$  и  $\bar{a}_2$  поляризацией триплетным объективом с фокусным расстоянием 100 мм. Для получения максимального контраста интерференционных полос анализатор, приводящий колебания векторов электрического поля от  $oe$ - и  $eo$ -лучей в одну плоскость, ориентировался под углом  $45^\circ$  к оптическим осям  $\bar{a}_1$  и  $\bar{a}_2$  БЛ.

Изображения интерферограмм, показанных на рис. 2, формировались путем ввода исходного оптического поля в ЭВМ с помощью телевизионной системы с передающей телевизионной трубкой типа диссектор [17] и аналого-цифрового преобразователя видеосигналов. Далее осуществлялась компьютерная фильтрация изображений от шумов в области высоких пространственных частот и от апертурных краевых искажений с частичной реконструкцией изображений в области сильной зашумленности путем статистического накопления данных в течение длительной экспозиции. Из рис. 2 видно, что обнаруживаемая при изменении параметра  $z_0$  непрерывная трансформация структуры интерференционного поля характеризуется уменьшением параметра  $R^2$  в формуле (2) из области положительных значений (1–9) через значение  $R^2 = 0$  (10) в область отрицательных значений  $R^2 < 0$  (11, 12), в последнем случае соответствующая величина  $R$  комплексна.



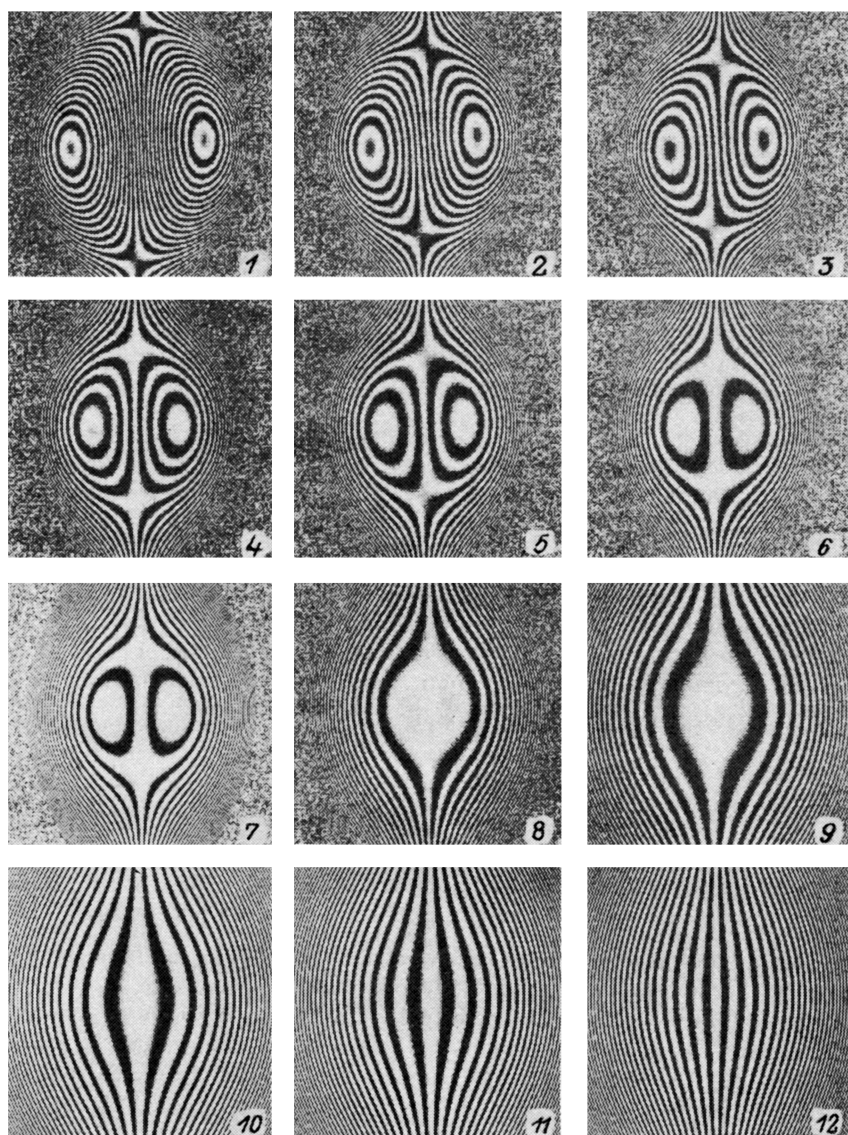


Рис. 2. Трансформация интерференционного поля, формируемого БЛ, в зависимости от параметра  $z_0$  внеосевого коноскопического лазерного пучка.

$z_0$ , мм: 1 — 2.25, 2 — +0.85, 3 — +0.35, 4 — 0, 5 — -0.5, 6 — -0.6, 7 — -0.6, 8 — -0.7, 9 — -1.05, 10 — -2.35, 11 — -3.4, 12 — -4.5 мм;  $\lambda = 632.8$  нм. Полный угол раствора коноскопического пучка  $28^\circ$ , смещение центра S коноскопического пучка в x-направлении  $d = 4$  мм. Регистрация интерферограмм осуществлялась с помощью высокоразрешающего ТВ датчика типа диссектор с диаметром вырезающего отверстия  $\varnothing 3$  мкм при сканировании по квадратной апертуре. Вывод изображений осуществлялся по данным ЭВМ. Вид интерферограмм соответствует расстоянию от экрана до БЛ в 60 мм.

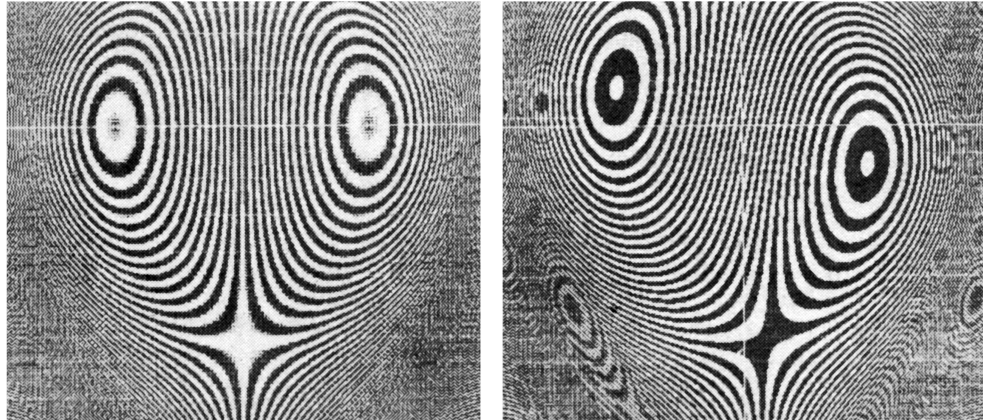


Рис. 3. Синтезированные с помощью ЭВМ двумерные интерферограммы, соответствующие точной (слева) при  $\Phi = 0$  и неточной (справа) при  $\Phi = 3^\circ$  настройке системы ( $z_0 = +2.25$  мм).

$a = 0.2$ ,  $R = 10$ , слева  $k = 0$ , справа  $k = 1$ . Апертура интерференционного поля  $-11.3 < x < +11.3$ ;  $-14.0 < y < +5.95$ .

Соответствующие интерферограммам пространственные частоты  $\omega_x$  и  $\omega_y$ , характеризующие густоту интерференционных линий по  $\tilde{x}$  и  $y$  и определяемые как

$$\omega_x = \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{x}}, \quad \omega_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y},$$

имеют следующую зависимость от координат  $\tilde{x}$  и  $y$ :

$$\omega_x = a(3\tilde{x}^2 + y^2 - R^2),$$

$$\omega_y = 2A\tilde{x}y. \quad (3)$$

Т.е. зависимость  $\omega_x(\tilde{x})$  при  $y = \text{const}$  соответствует квадратично-частотно-модулированному (КЧМ) по оси  $\tilde{x}$  интерференционному сигналу, а зависимость  $\omega_y(y)$  при  $\tilde{x} = \text{const}$  — линейно-частотно-модулированному (ЛЧМ) сигналу вдоль соответствующего разреза.

При неточной настройке системы разность фаз между  $e_0$ - и  $oe$ -лучами имеет вид

$$\varphi(\tilde{x}, y) = \varphi_0 + a\tilde{x}(\tilde{x}^2 + y^2 - R^2) + ky, \quad (4)$$

что соответствует появлению новых незамкнутых интерференционных линий на интерферограмме. Здесь  $k$  — параметр, в первом приближении пропорциональный малым значениям угла поворота  $\varphi$  БЛ вокруг оси  $Ox$  (рис. 1).

Данное обстоятельство, заметно проявляющееся на фото 1 рис. 2, может служить своеобразным критерием настройки системы, поскольку вид интерференционной картины весьма чувствителен к малому углу  $\phi$ . В этом случае интерференционная картина обладает центрально-симметричным типом симметрии, т.е. инвариантна к повороту на  $180^\circ$ . На рис. 3 показаны для сравнения с экспериментом (1 на рис. 2) синтезированные с помощью ЭВМ интерферограммы, соответствующие параметрам  $k = 0$  и  $k \neq 0$ .

Необходимо отметить, что высокая чувствительность БЛ к продольному сдвигу, т.е. возможность формировать интерференционные растрсы различного вида при плавном перемещении сходящегося лазерного пучка вдоль оси  $z$ , позволяет использовать БЛ для создания измерительного устройства типа анализатора оптических изображений с соответствующей обработкой сигналов, поступающих с формирователя изображения, для последующей оценки угловой расходимости и пространственной когерентности исследуемого лазерного излучения, а также при создании поляризационных интерферометров сдвига [18, 19].

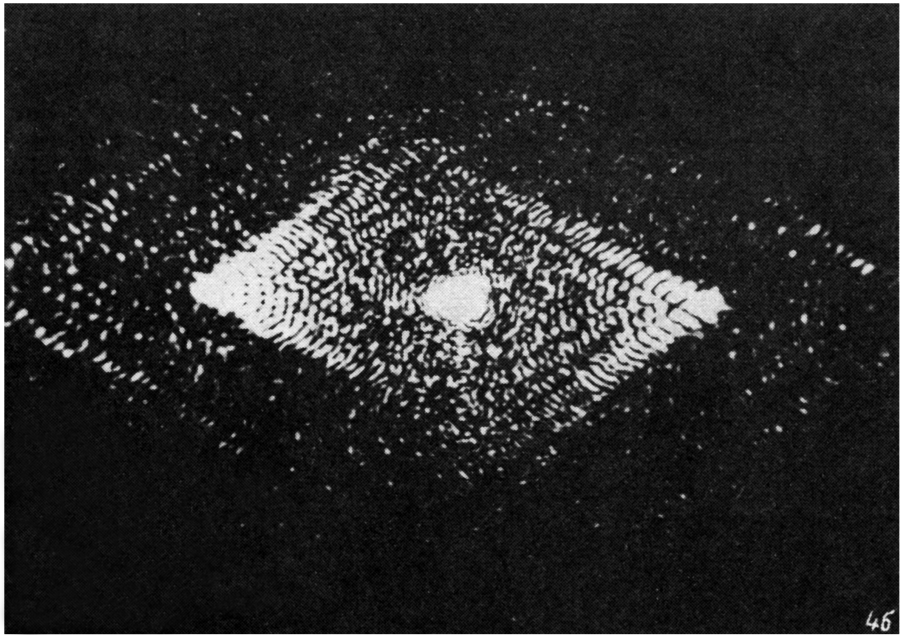
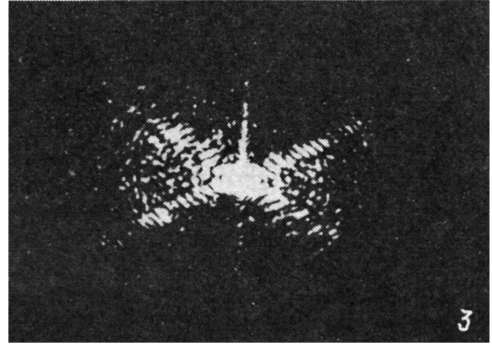
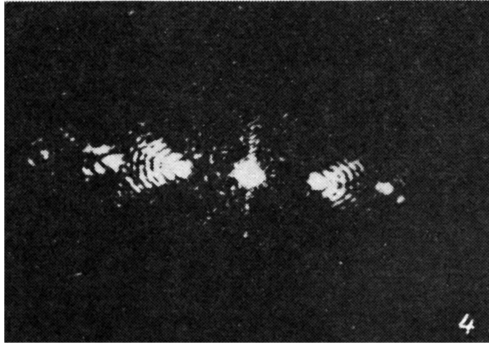
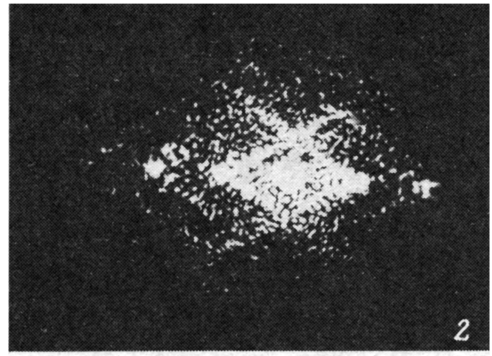
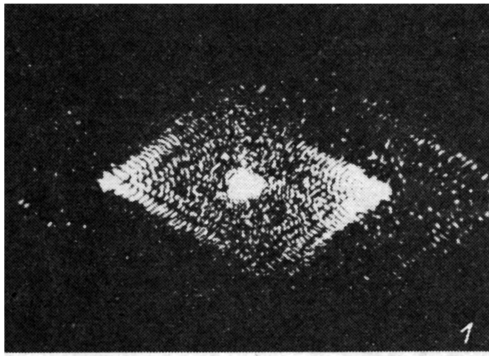
### Формирование фурье-образов интерферограмм

Экспериментальное формирование фурье-образов, синтезированных с помощью БЛ сложных КЧМ интерференционных полей, осуществлялось путем облучения пучком гелий-неонового лазера микродиапозитивов интерферограмм ( $\varnothing 1-1.5$  мм) и регистрации дифракционной картины в зоне дифракции Фраунгофера (на расстоянии 25-30 см от микродиапозитива) [20]. Транспаранты с уменьшенным изображением интерферограмм создавались с помощью стандартного двухступенчатого процесса. На первом этапе с помощью дополнительного объектива происходила запись в лазерном излучении интерферограмм, формируемых БЛ, на негативной фотопленке, а далее осуществлялся в некогерентном белом свете перенос изображения с исходной негативной пленки на другую при одновременном уменьшении размеров интерферограммы. При выбранных экспозициях и режимах проявления можно было ожидать, что в результирующем позитивном транспаранте коэффициент пропускания по амплитуде в произвольной точке транспаранта оказывался примерно пропорциональным интенсивности в соответствующей точке первичной падающей на исходную фотопленку интерференционной картины. На рис. 4, а пока-

---

Рис. 4. а — оптически реализуемые фурье-образы интерферограмм, полученные при облучении микродиапозитивов интерферограмм лазерным пучком ( $\lambda = 632.8$  нм) и регистрации оптического поля в дальней зоне дифракции Фраунгофера; 1 — соответствует 1 на рис. 2, 2 — 4, 3 — 10, 4 — 12; расстояния от плоскости микродиапозитива до экрана 30 см, регистрация на фотопленку осуществлялась при помощи дополнительного фурье-объектива; б — увеличенное изображение псевдокаустической структуры с фото 1 рис. 4, а; наблюдаются ярко выраженная факельная структура острия и огибающих, а также ячеистая структура тела псевдокаустики; видны следы от +2 и -2 порядков дифракции, а также нулевой порядок дифракции от прошедшего через транспарант лазерного пучка. По горизонтали  $\omega$ -направление, по вертикали  $\omega_y$ -направление.

$\alpha$



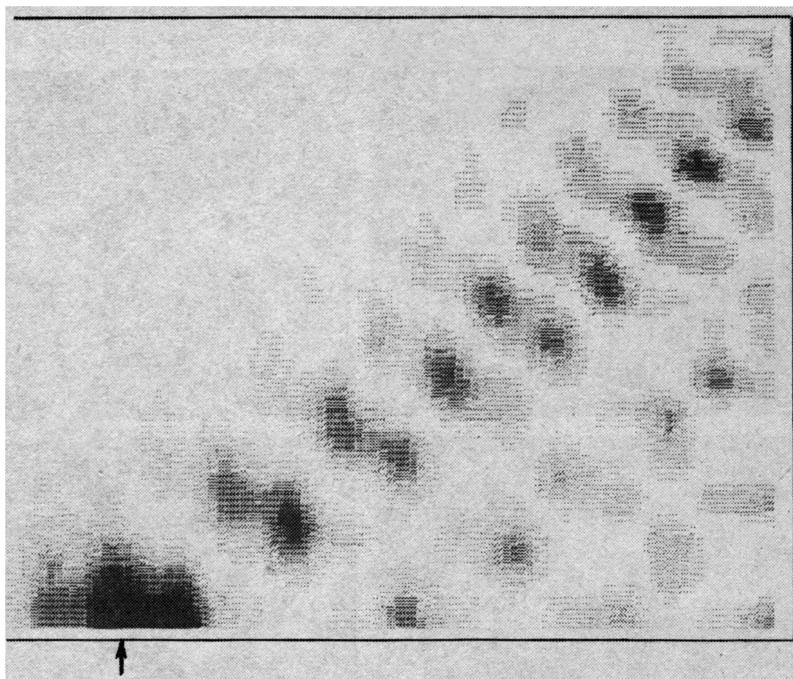


Рис. 5. Распределение интенсивности волнового поля в окрестности острия псевдокаустики, рассчитанные с помощью ЭВМ.

Максимальная интенсивность поля соответствует точке с координатами  

$$\omega_x = 0.94 aR^2, \omega_y = 0.$$

заны экспериментально реализованные квадраты фурье-образов интерферограмм, соответствующих рис. 2 (так как распределение амплитуды вектора напряженности электрического поля в дифрагированном излучении описывается фурье-образом функции амплитудного пропускания прозрачного, то экспериментально регистрируемое распределение интенсивности поля дифракции соответствует квадрату фурье-образа интерферограммы).

Видно, что фурье-образы интерферограмм с большими положительными параметрами  $R^2$  и значительной густотой линий имеют каустический характер в +1 и -1 порядках дифракции с соответствующей факельной структурой острия и огибающей каустики и ячеистой структурой тела каустики. При этом в отличие от известных типов каустик [13, 21-23] наблюдаемые псевдокаустические структуры имеют линейный характер огибающих (областей с максимальной интенсивностью поля и соответствующих в геометрооптическом приближении границе свет-тень), а угол раствора между огибающими псевдокаустики равен  $60^\circ$ . Наибольшая концентрация интенсивности дифрагированного излучения имеет место в окрестности факельной вершины псевдокаустики и вблизи ее огибающих.

Реализуемое уменьшение параметра  $R^2$  в исходных интерферограммах от больших положительных значений до нулевой величины соответствует сближению вершин псевдокаустик от +1 и -1 порядков дифракции вплоть до их полного совпадения при  $R^2 = 0$  (3 на рис. 4, а). Дальнейшее

уменьшение параметра  $R^2$  в области отрицательных значений снова соответствует расхождению псевдокаустик. При этом угол раствора между огибающими псевдокаустики не изменяется. В приближении геометрической теории дифракции вершины псевдокаустик для  $+1$  и  $-1$  порядков дифракции имеют следующие координаты в частотной плоскости  $\omega_x, \omega_y$ :  $(-aR^2, 0)$ ;  $(aR^2, 0)$ , что полностью соответствует экспериментально наблюдаемой эволюции квадрата фурье-образа в зависимости от трансформации исходных интерферограмм. Отмечавшаяся выше чувствительность системы к неточности настройки, особенно заметная при больших положительных значениях  $R^2$ , приводит к тому, что вершины псевдокаустик оказываются сдвинутыми относительно друг друга в экспериментально наблюдаемых картинах дифракции в  $\omega_y$ -направлении и имеют координаты в частотной плоскости  $(-aR^2, -k)$ ;  $(aR^2, k)$ . Дифракционная картина при этом имеет тип центральной симметрии в отличие от типа с двумя осями симметрии, имеющего место при  $k = 0$ . Небольшое расхождение псевдокаустик в  $\omega_y$ -направлении наблюдается на рис. 4, а (1) (более детально это видно из рис. 4, б).

Расчеты поля дифракции на ЭВМ полностью подтверждают<sup>3</sup> специфический характер экспериментально наблюдаемых в дальней зоне оптических полей вплоть до воспроизведения с высокой точностью всех факельных и ячеистых структур (рис. 5).

Псевдокаустический характер квадрата фурье-образа интерференционного поля, формируемого БЛ, позволяет использовать БЛ в качестве формирователя сложного когерентно-оптического поля с плавно изменяемыми параметрами в специализированных оптических и оптико-электронных вычислителях.

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Федоров Б.Ф., Эльман Р.И. Цифровая голография. М.: Наука, 1976. 152 с.
- [2] Компьютеры в оптических исследованиях / Под ред. Б. Фридена. Сер. Проблемы прикладной физики. М.: Мир, 1983. 488 с.
- [3] Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображения. М.: Сов. радио, 1979. 312 с.
- [4] Применения голографии / Под ред. Дж. Гудмена. Пер. с англ. Сер. Наука для техники. Современная радиоэлектроника. М.: Мир, 1973.
- [5] Акаев А.А., Майоров С.А. Когерентные оптические вычислительные машины. Л.: Машиностроение, 1977. 440 с.
- [6] Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Под ред. Т.С. Хуанга. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.

<sup>3</sup> В следующей работе будет показан псевдокаустический характер поля дифракции в результате численного анализа на ЭВМ с использованием методов БПФ. Кроме того, будет проиллюстрировано возникновение псевдокаустических дифракционных структур при геометрическом подходе в рамках 4- (8-) лучевой интерференции на бесконечности, а также доказан каустический характер полученных структур методом исследования якобиана преобразования  $\omega_x = F_x(x, y)$ ;  $\omega_y = F_y(x, y)$ .

- [7] Макклеллан Дж.Х. Рейдер Ч.М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1983. 264 с.
- [8] Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областей. М.: Наука, 1989. 496 с.
- [9] Бахрах Л.Д., Курочкин А.П. Голография в микроволновой технике. М.: Сов. радио, 1979. 320 с.
- [10] Зверев В.А. Радиооптика (Преобразование сигналов в радио и оптике). М.: Сов. радио, 1975. 304 с.
- [11] Осипов Ю.В., Осипов В.Ю. // ОМП. 1991. № 1. С. 26—30.
- [12] Осипов Ю.В. // ОМП. 1973. № 5. С. 5—7.
- [13] Осипов Ю.В., Осипов В.Ю. // ОМП. 1988. № 7. С. 21—23.
- [14] Барсуков К.А., Осипов Ю.В., Умбетов А.У. // Опт. и спектр. 1984. Т. 56. Вып. 1. С. 523—526.
- [15] Барсуков К.А., Осипов Ю.В., Попов В.Н. // Опт. и спектр. 1980. Т. 48. Вып. 1. С. 605—610.
- [16] Барсуков К.А., Осипов Ю.В., Попов В.Н. // Опт. и спектр. 1981. Т. 50. Вып. 1. С. 191—196.
- [17] Далиненко Н.К., Коротун В.П., Осипов Ю.В. и др. // Изв. вузов. Приборостроение. 1981. Т. 23. № 4. С. 74.
- [18] Осипов Ю.В. Лазерные измерительные устройства с кристаллооптическими компонентами из исландского шпата. Л.: ЛДНТП, 1984. 20 с.
- [19] Осипов Ю.В., Умбетов А.У., Фирсов В.С. А.С. № 1095033. БИ. 1984. № 20. 4 с.
- [20] Осипов Ю.В., Осипов В.Ю. // Тез. докл. II Всесоюз. конф. „Оптическое изображение и регистрирующие среды“. Л., 1990. Т. 2. С. 199—200.
- [21] Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Нелинейные волны. Распространение и взаимодействие. М.: ИЗМИРАН, 1981. С. 141—147.
- [22] Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
- [23] Лукин Д.С., Палкин Е.А. // Распространение декаметровых радиоволн. М.: ИЗМИРАН, 1980. С. 37—46.

Физико-технический институт  
им. А.Ф. Иоффе  
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию  
27 июня 1991 г.