

10

©1992 г.

## УСКОРЕНИЕ СГУСТКА ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЕ ВОЛНЫ НАКАЧКИ И ТОРМОЖЕНИЕ В ПОЛЕ ОНДУЛЯТОРА В УСЛОВИЯХ СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

*Н.С.Гинзбург, Ю.В.Новожилова*

Рассмотрена сверхизлучательная неустойчивость электронного сгустка (слоя), вытянутого вдоль направления распространения волны накачки или в плоскости симметрии ондулятора и бесконечно тонкого в поперечном направлении. Найдены инкременты неустойчивости в комптоновском и рамановском режимах взаимодействия. На нелинейной стадии процесса сверхизлучения в поле электромагнитной волны накачки первоначально неподвижный электронный сгусток ускоряется за счет импульса, передаваемого накачкой, а в поле ондулятора первоначально равномерно движущийся сгусток тормозится, отдавая энергию излучению.

### Введение

В последнее время все возрастающий интерес проявляется к исследованию процессов когерентного коллективного излучения (сверхизлучения) пространственно локализованных ансамблей классических электронов-осцилляторов [1-13]. Такие процессы можно рассматривать в качестве классического аналога известного в квантовой электронике эффекта сверхизлучения Дике [11-13], представляющего собой индуцированное излучение короткого (в масштабе времен релаксации) электромагнитного импульса ансамблем двухуровневых инвертированных молекул.

В настоящей работе рассмотрены процессы сверхизлучательной неустойчивости электронного сгустка, в котором осцилляторное движение сообщается электронам полем внешней электромагнитной волны накачки или полем ондулятора. Следует отметить, что сверхизлучение локализованного ансамбля (сгустка) электронов-осцилляторов является, вообще говоря, трехмерным и анализ этого процесса с учетом векторного характера задачи достаточно сложен. В связи с этим представляют интерес простые одно- и двумерные модели, позволяющие проследить основные особенности процесса сверхизлучения. Так, в [4] исследовалась сверхизлучательная неустойчивость электронного слоя, имеющего конечную

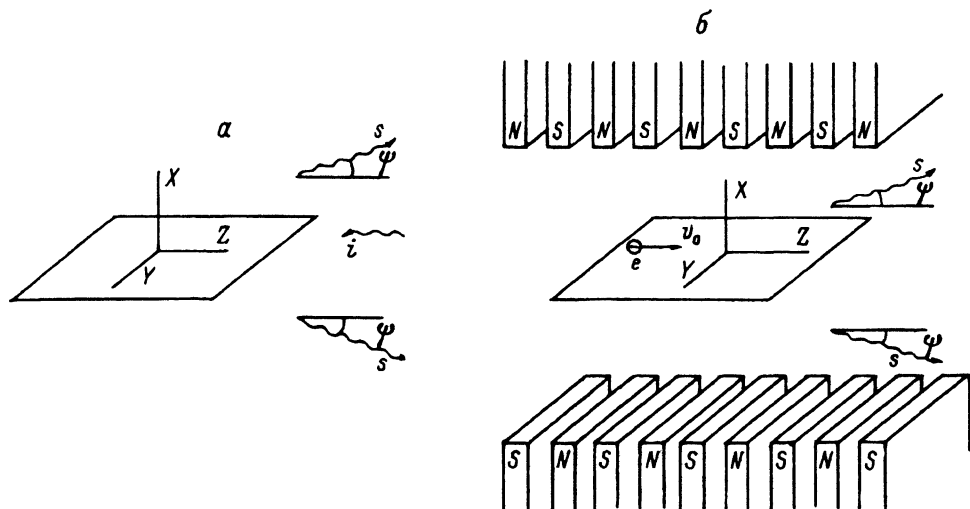


Рис. 1. Электронный слой в поле электромагнитной волны накачки (а) и в поле ондулятора (б).

ширину в направлении распространения волны накачки (или оси ондулятора) и бесконечно широкого в поперечном направлении.

В данной работе рассмотрена сверхизлучательная неустойчивость слоя, вытянутого вдоль направления распространения волны накачки (или в плоскости симметрии ондулятора) и бесконечно тонкого в поперечном направлении (рис. 1). В рамках такой модели сравнительно легко может быть исследована нелинейная стадия процесса сверхизлучения. В частности, показано, что в поле электромагнитной волны накачки первоначально неподвижные электроны ускоряются за счет импульса, передаваемого накачкой, а в поле ондулятора первоначально равномерно движущийся сгусток тормозится, отдавая энергию излучению.

## 1. Основные уравнения

Предположим, что электронный пучок представляет собой бесконечно тонкий слой, находящийся в плоскости  $x = 0$ , протяженный (в масштабе длин волн и периода ондулятора) в  $y$ - и  $z$ -направлениях (рис. 1). Волна накачки или поле ондулятора задаются вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_i = \text{Re} (y_0 A_i e^{i(\omega_i t + h_i z)}), \quad (1)$$

где  $\omega_i$ ,  $h_i = \omega_i/c$  — частота и волновое число накачки (в ондуляторе  $\omega_i = 0$ ,  $h_i = 2\pi/d$ ,  $d$  — период ондулятора).

Для исследуемой геометрии электронного слоя излучение можно считать совокупностью двух плоских волн, симметрично расходящихся от слоя под произвольным углом  $\psi$  к оси  $z$ . Такое поле описывается вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_s = \text{Re} \left( y_0 A_s (t - z \cos \psi / c - |x| \sin \psi / c) e^{i(\omega_s t - h_s z - \kappa_s |x|)} \right), \quad (2)$$

где  $A_s$  — плавно меняющаяся амплитуда,  $h_s = k_s \cos \psi$ ,  $\kappa_s = k_s \sin \psi$  — продольное и поперечное волновые числа излучаемой (сигнальной) волны,  $k_s = \omega_s/c$ .

В качестве несущей частоты сигнала  $\omega_s$  удобно выбрать частоту комбинационного синхронизма

$$\omega_s = (\omega_i + h_i v_0)/(1 - v_0 \cos \psi/c), \quad (3)$$

где  $v_0 = \beta_0 c$  — начальная продольная скорость электронов.

Движение электронов в полях (1), (2) при выполнении условия синхронизма (3) представляет собой сумму быстро осциллирующего со скоростью

$$v_y = -(e/mc\gamma) \operatorname{Re}(A_i e^{i(\omega_i t + h_i z)} + A_s e^{i(\omega_s t - h_s z)}) \quad (4)$$

и медленного продольного дрейфового движения под действием усредненной ponderomotorной силы

$$F_z = -(e/2mc^2\gamma) \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{Re}(A_s A_i^* e^{i\theta}), \quad (5)$$

где  $\theta = \omega_c t - h_c z$  — фаза комбинационной волны,  $\omega_c = \omega_s - \omega_i$  — частота,  $h_c = h_s + h_i$  — волновое число этой волны,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  — релятивистский масс-фактор,  $m$  — масса покоя,  $e$  — заряд электрона.

Будем предполагать, что в начальный момент времени электроны модулированы по продольной координате или продольному импульсу с периодом комбинационной волны  $2\pi/h_c$ . Тогда поперечная составляющая тока пучка, возбуждающая поле излучения, может быть представлена в виде суммы гармоник

$$j_y = \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{j}_{sn} \exp(i(\omega_{sn} t - h_{sn} z)) \right], \quad (6)$$

где

$$\omega_{sn} = \omega_i + nh_c v_0, \quad h_{sn} = -h_i + nh_c \quad (7)$$

— частота и продольное волновое число  $n$ -й гармоники,

$$\hat{j}_{sn} = 1/\pi \int_0^{2\pi} j_y \exp(-i\omega_{sn} t + ih_{sn} z) d(h_c z) =$$

$$= \sigma_0/\pi \int_0^{2\pi} v_y \exp(-i\omega_{sn} t + ih_{sn} z) dZ_0 = -\sigma_0 e A_i / (2\pi mc) \int_0^{2\pi} (\exp(-in\theta)/\gamma) dZ_0 \quad (8)$$

— амплитуда  $n$ -й гармоники,  $\sigma_0$  — невозмущенная поверхностная плотность заряда,  $Z_0 = h_c z_0$  — начальная координата электрона.

Поле сигнала, описываемое вектор-потенциалом (2), возбуждается первой гармоникой тока. Вследствие нелинейности движения электронов в токе пучка генерируются также высшие гармоники (см. (6)), которые могут оказывать влияние на процесс сверхизлучения. С учетом полей, возбуждаемых высшими гармониками тока, выражение для вектор-потенциала поля сигнала примет вид

$$\mathbf{A}_s = \operatorname{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_{sn} \mathbf{y}_0 \exp(i\omega_{sn} t - ih_{sn} z - i\kappa_{sn} |x|)), \quad (9)$$

где  $\kappa_{sn} = (\omega_{sn}^2/c^2 - h_{sn}^2)^{1/2}$  — поперечное волновое число  $n$ -й гармоники.

Действительные значения  $\kappa_{sn}$  соответствуют излучающимся гармоникам, а мнимые значения — не излучающимся гармоникам с экспоненциальным спаданием полей при удалении от плоскости  $x = 0$ . Для углов излучения гармоник из соотношения (7) имеем

$$\cos \psi_n = (nh_c - h_i)/(\omega_i/c + nh_c \beta_0). \quad (10)$$

Заметим, что, как следует из (7), при воздействии на первоначально неподвижные электроны электромагнитной волны накачки все гармоники поля сигнала имеют одинаковую частоту  $\omega_{sn} = \omega_i$ , но излучаются под различными углами. При движении электронов в поле ондулятора, когда  $\omega_i = 0$ , частоты гармоник кратны основной частоте  $\omega_{sn} = n\omega_{s1}$  ( $\omega_{s1} = h_c v_0$ ), т.е. имеет место умножение частоты.

Используя (6), (8) и граничные условия на электронном слое для тангенциальных компонент электрического и магнитного полей сигнала

$$\{H_{zs}\} |_{x=0} = -4\pi j_y/c, \quad \{E_{ys}\} |_{x=0} = 0, \quad (11)$$

получим выражение для амплитуды  $n$ -й гармоники непрерывного при  $x = 0$  вектор-потенциала

$$A_{sn} |_{x=0} = i\hat{\omega}_p^2 A_i a_{sn}/4\pi c^2 \chi_{sn}, \quad a_{sn} = \int_0^{2\pi} (\exp(-in\theta)/\gamma) dZ_0, \quad (12)$$

где  $\hat{\omega}_p^2 = \omega_p^2 b$ ,  $\omega_p = (4\pi\sigma_0 e/m)^{1/2}$  — плазменная частота,  $b$  — толщина слоя.

В поле синхронной комбинационной волны (5) возникает модуляция поверхностной плотности электронов с временным и пространственным периодами  $2\pi/\omega_c$  и  $2\pi/h_c$  соответственно, так что плотность пространственного заряда можно записать в виде ряда

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n e^{in\theta}), \quad (13)$$

где  $\sigma_n = 1/\pi \int_0^{2\pi} \exp(-in\theta) dZ_0$  — амплитуда гармоник.

Модуляция плотности электронов приводит к возбуждению дополнительного поля высокочастотного пространственного заряда, которое может быть представлено в виде

$$E_{z,x}^b, H_y^b = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \hat{E}_{z,x}^{n,b}(z, x), \hat{H}_y^{n,b}(z, x) \exp(in\theta - g_{\perp} n|x|), \quad (14)$$

где  $g_{\perp} = \omega_c/c\sqrt{\beta_{ph}^{-2} - 1}$  — масштаб поперечной неоднородности поля,  $\beta_{ph} = \omega_c/hc$  — фазовая скорость комбинационной волны.

В свободном пространстве (при  $x \neq 0$ ) компоненты полей связаны соотношением

$$\hat{H}_y^{n,b} = -(i\omega_c \operatorname{sign} x / g_{\perp} c) \hat{E}_z^{n,b}, \quad (15)$$

а на слое выполнено граничное условие

$$\{\hat{H}_y^{n,b}\}_{x=0} = (4\pi/c)\sigma_0 v_0 \sigma_n. \quad (16)$$

С учетом (14)–(16) для продольной составляющей электрического поля в месте нахождения слоя получим

$$E_z^b |_{x=0} = \frac{2\pi\sigma_0}{\gamma_0} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} i\sigma_n \exp(in\theta). \quad (17)$$

Усредненное продольное движение электронов в поле синхронной комбинационной волны (5) и собственном поле высокочастотного пространственного заряда (17) описывается уравнениями

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{rp}{(1+p^2)^{1/2}} (1 - \beta_{\perp}^2/2), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\tau} = & -\frac{1}{(1+p^2)^{1/2}} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_n e^{inZ} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-inZ}}{(1+p^2)^{1/2}} dZ_0 \right] - \\ & - Q \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ i e^{inZ} \int_0^{2\pi} e^{-inZ} dZ_0 \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \beta_{\perp}^2 = & \frac{2}{1+p^2} \left[ J_1 \sin \psi_1 / (rQ\gamma_0) + J_1 Q \gamma_0 |a_{s1}^2| / (4r \sin \psi_1) + \right. \\ & \left. + \frac{J_1}{r} \operatorname{Re}(i a_{s1} e^{-iZ}) \right] \end{aligned}$$

— средний квадрат поперечной скорости электрона (предполагается  $\beta_{\perp}^2 \ll 1$ ),  $\tau = \omega_s t$ ,  $p = p_{\parallel}/mc$ ,  $p_{\parallel}$  — продольный импульс электрона,  $Z = \hbar c z$ ,  $J_n = \hat{\omega}_p^2 |\alpha_i|^2 f_n / (8\pi\omega_s c)$ ,  $f_n = nh_c / \kappa_{sn}^*$  — коэффициент связи,  $\alpha_i = eA_i / (mc^2)$ ,  $Q = \hat{\omega}_p^2 / (2\pi c \gamma_0 \omega_s)$  — параметр пространственного заряда,  $r = 1 + \cos \psi_1$  в поле волны накачки,  $r = 1/\beta_0$  в поле ондулятора.

Будем считать, что электроны в начальном момент времени равномерно распределены по координате  $Z$

$$Z|_{\tau=0} = Z_0 \in (0, 2\pi), \quad (19)$$

а по импульсам имеется небольшая начальная модуляция

$$p|_{\tau=0} = p_0 + \tilde{p} \cos Z_0. \quad (20)$$

## 2. Линейная стадия неустойчивости

В режиме малого сигнала ( $a_{s1} \rightarrow 0$ ), представляя координаты электронов в виде  $Z = Z_0 + \beta_0 r \tau + \tilde{Z}$ , где  $|\tilde{Z}| \ll 1$ , после линеаризации уравнений движения (18) получим следующее уравнение для амплитуды первой гармоники плотности пространственного заряда  $\sigma_1 = i/\pi \int_0^{2\pi} \exp(iZ_0) \tilde{Z} dZ_0$ :

$$\frac{d^2 \sigma_1}{d\tau^2} + (i\hat{J} + q^2)\sigma_1 = 0, \quad (21)$$

где  $\hat{J} = r\pi J_1/\gamma_0^3$ ,  $q = (Qr\pi/\gamma_0)^{1/2} = \sqrt{|h_c|b/(2\gamma_0)} \omega_p/\omega_s$ .

Полагая, что гармоника плотности  $\sigma_1$ , а вместе с ней и амплитуда сигнала  $a_{s1}$  меняются по закону  $\exp(i\Gamma\tau)$ , приходим к дисперсионному уравнению<sup>1</sup>

$$\Gamma^2 = -i\hat{J} + q^2. \quad (22)$$

Реальная часть  $\Gamma$  определяет электронный сдвиг частоты, мнимая часть  $\text{Im } \Gamma < 0$  — инкремент. Отметим, что неустойчивость имеет место при любых плотностях электронов и любых напряжениях поля волны накачки или ондулятора, т.е. носит беспороговый характер.

При выполнении условия

$$\hat{J} \gg q^2 \quad \text{или} \quad |\alpha_i|^2 r \gg 4\gamma_0 \sin \psi, \quad (23)$$

когда влияние кулоновских сил на процесс взаимодействия несущественно (комptonовский режим взаимодействия), инкремент определяется выражением

$$\text{Im } \Gamma = -\sqrt{\hat{J}/2}. \quad (24)$$

Соотношение (23) может быть справедливо для квазипродольного распространения сигнала в ондуляторе ( $\psi \ll 1$  или  $\pi - \psi \ll 1$ ), а также при обратном рассеянии волны накачки на электронном слое, когда  $\psi \ll 1$ .

В случае большой величины пространственного заряда, когда выполнено условие, противоположное (23),

$$|\hat{J}| \ll q^2 \quad \text{или} \quad |\alpha_i|^2 r \ll 4\gamma_0 \sin \psi \quad (25)$$

<sup>1</sup> Отметим, что дисперсионное уравнение (22), как и исходная нелинейная система уравнений (18), отлично от традиционных уравнений, описывающих процессы индуцированного излучения в ЛСЭ [14,15]. Это отличие обусловлено учетом эффекта выноса электромагнитной энергии из области взаимодействия.

(например, при квазипоперечном распространении излучения  $\psi \cong \pi/2$ ), можно разделить взаимодействие с быстрой и медленной волнами пространственного заряда (рамановский режим взаимодействия). Полагая, что в синхронизме с электронами находится медленная волна пространственного заряда, т.е.  $\Gamma = -q + \delta$  (или  $\omega_c - h_c v_{\parallel} = -\sqrt{|h_c|b/2\gamma_0} \omega_p + \delta\omega_s$ ), где  $|\delta| \ll q$ , и пренебрегая взаимодействием с быстрой волной, для инкремента имеем

$$\text{Im } \Gamma = -\hat{J}/2q. \quad (26)$$

В рамановском режиме инкремент существенно падает по сравнению с комтоновским режимом (см. (24)).

Таким образом, инкремент достигает максимальных значений, когда сигнал излучается вдоль электронного слоя. Следует отметить, однако, что для того, чтобы значения инкремента и амплитуды сигнала (см. (12)) оставались конечными при уменьшении угла распространения (т.е. когда  $\psi \rightarrow 0$ ), необходимо принимать во внимание изменение эффективного угла распространения сигнальной волны, обусловленное электронным сдвигом частоты. Действительно, в результате сдвига частоты излучения на величину  $\Gamma = (\omega_s - \omega_s^0)/\omega_s^0$  ( $\omega_s^0$  определяется соотношением (3)) изменяется поперечное волновое число

$$\kappa_s = \frac{\omega_s^0}{c} \sqrt{\sin^2 \psi + 2\Gamma}, \quad \psi = \arccos h_s^0/k_s^0, \quad (27)$$

следовательно, изменяется также эффективный угол  $\psi_{\text{ef}} = \text{Re } \kappa_s/k_s$  (индексом 0 обозначены величины  $h_s$  и  $k_s$ , соответствующие  $\omega_s^0$ ).

В случае, когда электронный сдвиг частоты становится существенным, собственные волны в слое электронов-осцилляторов описываются дисперсионным уравнением, полученным ранее в [16,17],

$$i(\Gamma^2 - q^2)\sqrt{(\sin^2 \psi)/2 + \Gamma} = G^{5/2}, \quad (28)$$

где  $G = (\hat{\omega}_p^2 |\alpha_i|^2 r^2 / (8\sqrt{2}\omega_s^0 c \gamma_0^3))^2$ .

Если сигнал распространяется под достаточно большими углами к слою  $\psi \gg \Gamma$ ,  $\psi \gg \sqrt{2G}$ , то (28) переходит в уравнение (22), полученное выше без учета влияния сдвига частоты на  $\kappa_s$ , а инкременты определяются выражением (24) или (26). В противоположном предельном случае, т.е. при квазипродольном распространении сигнала ( $\psi \leq \sqrt{2G}$ ), как следует из (28), инкремент равен

$$\text{Im } \Gamma = -G \sin 3\pi/5, \quad q \ll G,$$

$$\text{Im } \Gamma = -\sqrt{3/2}(G^5/4q^2)^{1/3}, \quad q \gg G. \quad (29)$$

При этом эффективный угол распространения волны сигнала  $\psi_{\text{ef}}$  оказывается величиной порядка  $\sqrt{2G}$ .

### 3. Нелинейная стадия процесса сверхизлучения

Нелинейная стадия сверхизлучательной неустойчивости исследовалась путем численного моделирования уравнений (18) методом крупных частиц.

а) Ускорение электронов в поле электромагнитной волны накачки. При численных расчетах предполагалось, что начальная средняя поступательная скорость у электронов отсутствует ( $p_0 = 0$ ), и задавалась малая начальная модуляция по импульсам  $\tilde{p} = 0.1$  (см. (19), (20)).

Влияние комбинационных гармоник тока на процесс сверхизлучения характеризуется величиной коэффициента связи  $f_n$  (см. (16)). В поле электромагнитной волны накачки коэффициент связи равен

$$f_n = \sqrt{nr/(2 - nr)}. \quad (30)$$

В режиме квазипродольного распространения первой гармоники поля сигнала вдоль оси  $z$ , когда инкремент максимален, т.е.  $r \leq 2$  (см. раздел 2), коэффициент связи при  $n = 1$  существенно больше единицы, при  $n \neq 1$  коэффициент связи становится мнимой величиной, абсолютное значение которой порядка единицы. Таким образом, в этом режиме все гармоники с  $n \neq 1$  не излучаются, взаимодействие их с электронами гораздо слабее, чем для первой гармоники. При квазиперечном распространении сигнала, когда  $r \cong 1$ , как следует из (30), взаимодействие электронов с некоторыми гармониками ( $n = 2, 3$ ) может быть сильнее, чем с основной.

При численных расчетах предполагалось, что выполнены условия, когда коэффициент связи для основной гармоники максимален и взаимодействие с остальными гармониками поля несущественно. В этом случае  $Q \ll J$ , следовательно, можно также пренебречь высшими гармониками кулоновского поля в (18).

Временные зависимости амплитуды излучаемой волны  $|a_s|$  (см. (12)), электронного сдвига частоты излучения  $\Omega = s(\arg a_s)/d\tau$ , абсолютных значений импульсов электронов и их средней энергии приведены на рис. 2 при  $J = 0.02$  и  $Q = 0.002$ .

Этап экспоненциального роста амплитуды сигнала  $|a_s|$  (рис. 2) находится в хорошем соответствии с инкрементом, определяемым соотношением (24). Нелинейная стадия процесса ускорения характеризуется уменьшением средней частоты излучения по сравнению с линейной стадией ( $\Omega < 0$ ). Это обусловлено тем, что в процессе сверхизлучения электроны приобретают среднюю продольную скорость  $\langle v_{\parallel} \rangle$  в направлении распространения волны накачки. В результате определяемая условием синхронизма (3) частота излучения  $\omega_s \cong \omega_i + h_c \langle v_{\parallel} \rangle$  падает на величину

$$\Delta\omega_s = \omega_s^0 \Omega = \omega_s^0 \langle \beta_{\parallel} \rangle (1 + \cos \psi). \quad (31)$$

Анализ временных зависимостей характеристик излучения показывает, что на нелинейной стадии процесса ускорения можно выделить два этапа. На первом этапе  $\tau < \tau^*$ ,  $\tau^* \simeq 200$  (рис. 2, а, б), в области нерелятивистских энергий электронов, возникает большой разброс скоростей



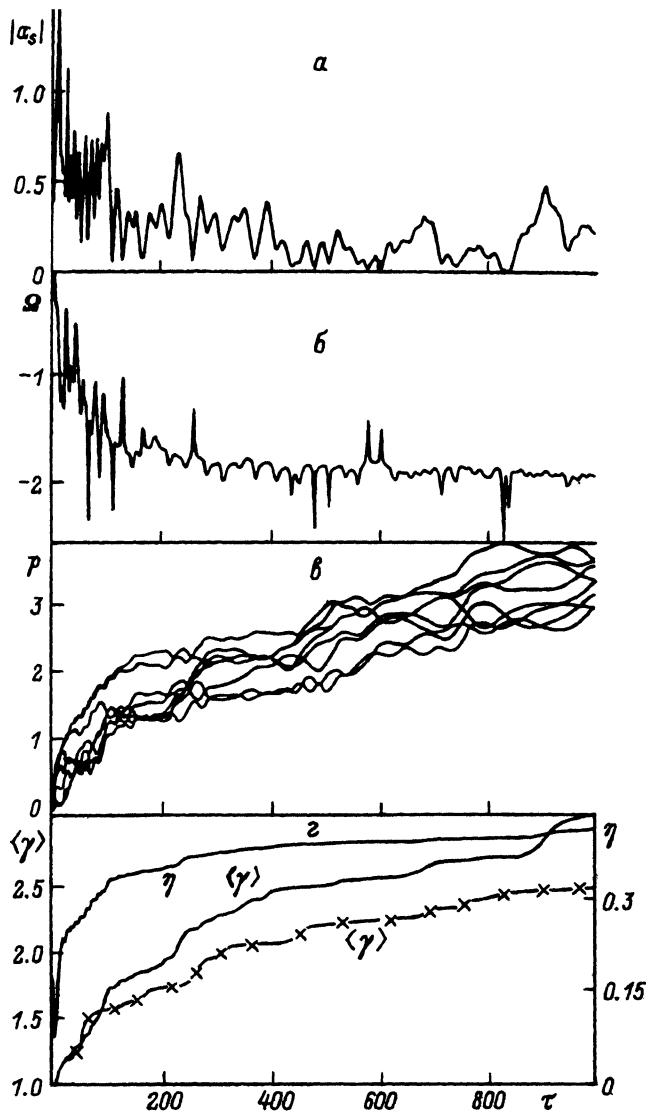


Рис. 2. Временные зависимости амплитуды сигнала (а), сдвига частоты излучения (б), импульсов электронов (в), средней энергии (г), коэффициента эффективности  $\eta$  (д) для ускорения электронов в поле электромагнитной волны накачки.  $J = 0.02$ ,  $Q = 0.002$ ,  $\psi = \pi - 0.4$ .

$|\Delta\beta_{\parallel}| \simeq \beta_{\parallel}$ . Спектр частот индивидуального излучения электронов достаточно широкий  $|\Delta\Omega| \simeq |\Delta\beta_{\parallel}|$ , поэтому временные зависимости и амплитуды сигнала являются быстропеременными функциями.

На следующем этапе  $\tau > \tau^*$ , когда скорости электронов приближаются к скорости света, разброс электронов по скоростям уменьшается  $|\Delta\beta_{\parallel}| \ll \beta_{\parallel}$  и соответственно спектр излучения сужается. Вследствие это-

го временная зависимость амплитуды сигнала становится более плавной, а сдвиг средней частоты излучения  $\Omega$  определяется формулой (31).

Эффект ускорения электронов в поле накачки обусловлен, очевидно, передачей им импульса накачки. Действительно, в элементарных актах рассеяния происходит поглощение электронами квантов накачки и излучение квантов рассеянных волн, продольный импульс которых в режиме, когда инкремент максимален, противоположен импульсу накачки.<sup>2</sup> Поэтому, как следует из закона сохранения импульса, электроны должны ускоряться в направлении распространения накачки, в результате их энергия может достигать значительных величин при умеренных интенсивностях накачки.

Например, при плотности частиц  $2.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  ( $\omega_p \simeq 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ), ширине слоя  $b = 0.05 \text{ см}$ , длине волны  $8 \text{ см}$ , интенсивности накачки  $1 \text{ ГВт/см}^2$  для рассеяния назад под углом  $\psi \simeq \pi - 0.4$ , когда  $J = 0.02$ ,  $Q = 0.002$  (рис. 2), средняя энергия ускоренных электронов достигает величины  $\simeq 1.5 \text{ МэВ}$  за время взаимодействия  $\tau \sim 0.4 \text{ нс}$ .

На рис. 2,2 показана временная зависимость эффективности ускорения

$$\eta = \left[ 1 + (|\alpha_i|^2 \int_0^{2\pi} |\alpha_s|^2 d\tau) / (8\pi J(\langle \gamma \rangle - 1)) \right]^{-1} \quad (32)$$

— отношения доли энергии, переданной волной накачки электронам, к полному изменению энергии волны накачки ( $\alpha_s = eA_s/mc^2$ ).

Оценить величину  $\eta$  можно в рамках простой модели, предполагая, что уже в начальный момент времени электроны сгруппированы в идеальные сгустки. Тогда в результате интегрирования уравнений (12), (18) получим следующие соотношения:

$$|\alpha_i|^2 \int_0^{2\pi} |\alpha_s|^2 d\tau = 16\pi^2 J_1^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\tau}{\gamma^2},$$

$$\langle p \rangle = 2\pi J \int_0^{2\pi} \frac{d\tau}{\gamma^2}. \quad (33)$$

С учетом (30) коэффициент эффективности  $\eta$  может быть представлен в виде

$$\eta = [1 + \langle p \rangle / (\langle \gamma \rangle - 1)]^{-1}, \quad (34)$$

при  $\tau \rightarrow \infty$  и релятивистских скоростях электронов  $\langle p \rangle \simeq \langle \gamma \rangle \gg 1$  эффективность стремится к асимптотическому значению  $1/2$ . Это подтверждается и результатами численного моделирования для слоя равномерно распределенных по фазе частиц.

Помеченная крестиками кривая на рис. 2,2 соответствует временной зависимости средней энергии электронов при достаточно большом значении параметра пространственного заряда  $Q = 0.005$ . Сравнение кривых, соответствующих разным значениям  $Q$ , показывает, что с ростом

<sup>2</sup> Сохранение поперечной компоненты импульса обеспечивается симметрией излучения в  $\pm x$ -направлениях.

влияния пространственного заряда темп развития неустойчивости падает.

б) Торможение электронов в поле ондулятора. Предположим теперь, что в начальный момент времени электроны движутся в поле ондулятора поступательно со скоростями, близкими к скорости света  $\beta_0 = 3$ ,  $\tilde{\rho} = 0.1$ . Временные зависимости основных характеристик процесса сверхизлучения при  $J = 0.05$  и  $Q = 0.01$  показаны на рис. 3.

Для торможения электронов в поле ондулятора коэффициент связи электронов с  $n$ -й гармоникой поля излучения определяется выражением (см. (7), (18))

$$f_n = (\beta_0^2 - [1 - (1 - \beta_0 \cos \psi)/n]^2)^{-1/2}. \quad (35)$$

В режиме максимального нарастания основной гармоники ( $\sin \psi \ll 1$ ) в ультрарелятивистском случае, разлагая (35) в ряд, получим

$$f_n \simeq \frac{\gamma}{\sqrt{1/n - 1 + (\psi\gamma)^2}}. \quad (36)$$

Как следует из (36), при достаточно малых углах излучения

$$\psi \ll \gamma^{-1} \quad (37)$$

для основной гармоники величина коэффициента связи существенно больше, чем для гармоник с  $n \neq 1$ , и, кроме того, все гармоники с  $n \neq 1$  не излучаются ( $f_n$  — мнимая величина). При численных расчетах, как и для случая ускорения электронов, предполагалось выполненным условие (37) и рассматривалось взаимодействие электронов только с основной гармоникой поля излучения и собственного кулоновского поля.

Торможение электронов в ондуляторе сопровождается передачей их энергии полю излучения. Действительно, из уравнений (16) с учетом известного соотношения [14]  $\mathcal{E} - v_{ph} p_{\parallel} = \text{const}$  следует закон сохранения энергии

$$\langle \mathcal{E}_0 \rangle - \langle \mathcal{E} \rangle = \frac{\omega_s e \sin \psi}{4\pi c \sigma_0} \int_0^{2\pi} |A_s|^2 d\tau, \quad (38)$$

где  $\langle \mathcal{E} \rangle$  — средняя энергия электронов в момент времени  $\tau$ .

В результате излучения энергии и сильного торможения электронов часть их может остановиться полностью и даже начать двигаться в противоположном направлении (рис. 3,2).

Так же как и в случае ускорения, для процесса торможения характерно уменьшение средней частоты излучения  $\omega_s = \hbar c \langle v_{\parallel} \rangle$ , обусловленное доплеровским сдвигом на величину  $\Omega = \langle \Delta\beta_{\parallel} \rangle / \langle \beta_{\parallel 0} \rangle$ .

Как видно из рис. 3, процесс сверхизлучения электронов в ондуляторе может быть также разделен на два этапа. На первом этапе  $\tau < \tau^*$ , при экспоненциальном росте амплитуды сигнала, происходит группировка электронов, скорости электронов на этом этапе близки между собой  $\Delta\beta_{\parallel} \ll \beta_{\parallel 0}$ , а изменения средней энергии и импульсов электронов незначительны. Амплитуда сигнала и сдвиг частоты  $\Omega$  при  $\tau < \tau^*$  меняются плавно. На следующем этапе — этапе нелинейного взаимодействия происходит сильное торможение основной массы электронов. При этом заметно возрастает разброс скоростей электронов (рис. 3в, при  $\tau > \tau^*$ ).

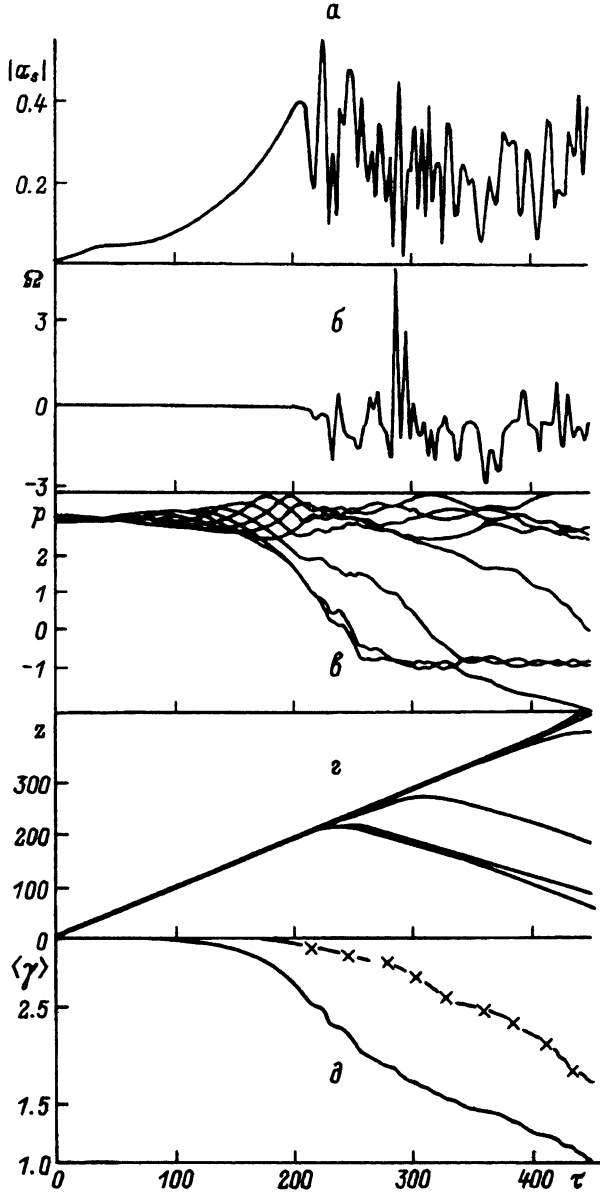


Рис. 3. Временные зависимости амплитуды сигнала (а), сдвига частоты излучения (б), импульсов электронов (с), их координат (г) и средней энергии (д) для торможения электронов в поле ондулятора.  
 $J = 0.05$ ,  $Q = 0.01$ ,  $\psi = 0.4$ ; помеченная крестиками кривая (д) соответствует  $Q = 0.025$ .

Большой разброс электронов по импульсам и скоростям приводит к расширению спектра излучения, так как частоты индивидуального излучения электронов сильно отличаются друг от друга. В результате временная зависимость амплитуды сигнала становится сильно изрезанной.

Отметим в заключение, что существует возможность инициации рас-  
смотренных процессов путем воздействия на электроны на начальном  
этапе электромагнитной волной, распространяющейся под таким углом  
 $\psi$  к слою, под которым желательно получить излучение. Созданный та-  
ким образом в полях волны накачки (или ондулятора) усредненный потен-  
циал рельеф обеспечит начальную модуляцию плотности слоя. В случае  
взаимодействия электронов с полем волны накачки для инициации про-  
цесса может быть использована часть мощности накачки. После снятия  
дополнительного воздействия процесс будет развиваться по описанной  
выше схеме.

### Список литературы

- [1] Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 9. С. 1095-1116.
- [2] Bonifacio R., Maroli C., Piovella N. // Opt. Commun. 1988. Vol. 68. N 5. P. 364-368.
- [3] Ильинский Ю.А., Маслова Н.С. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 1. С. 171-174.
- [4] Гинзбург Н.С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 5. С. 440-443.
- [5] Гинзбург Н.С., Зотова И.В. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 14. С. 83-87.
- [6] Гинзбург Н.С., Новожилова Ю.В. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 19. С. 60-64.
- [7] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 20. С. 9-15.
- [8] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. Вып. 2. С. 438-446.
- [9] Вайнштейн Л.А., Клеев А.И. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. VIII школа-семинар инженеров. Кн. 1. Саратов, 1989. С. 25.
- [10] Кобелев Ю.А., Островский Л.А., Соустова И.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 9. С. 1129-1136.
- [11] Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. // УФН. 1989. Т. 159. № 2. С. 193-260.
- [12] Dicke R.H. // Phys. Rev. 1959. Vol. 93. N 1. P. 99.
- [13] Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 5. С. 1565-1574.
- [14] Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. Вып. 3. С. 936-946.
- [15] Sprangle P., Smith R.A. // Phys. Rev. A. 1980. Vol. 21. N 1. P. 293-301.
- [16] Гинзбург Н.С., Ковалев Н.Ф. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 5. С. 234-237.
- [17] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 3. С. 126-134.

Институт прикладной физики  
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию  
6 августа 1991 г.