07

ДВУХЦВЕТНОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ В АНИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ, ОБЛАДАЮЩИХ ГИРОТРОПИЕЙ

В.М.Котов

Рассмотрен общий случай двухцветного брэгговского расщепления — одновременного выполнения брэгговского синхронизма двух длин волн оптического излучения с одной акустической волной. Получены аналитические выражения такого взаимодействия, определены предельные параметры. Показано, что выбором поляризаций каждой волны исходного двухцветного излучения можно практически всегда реализовать расщепление в широком диапазоне длин волн света. Численный расчет прекрасно согласуется с экспериментом.

В [1,2] рассмотрено двухцветное брэгговское расщепление применительно к лазерным допплеровским анемометрам, когда в одном акустооптическом (АО) модуляторе совмещены функции расщепления двухцветного излучения и сдвигателя частоты света. Численным методом найдены условия реализации такого расщепления в гиротропном кристалле TeO_2, подробно описан эксперимент. Однако в этих работах не проведен математический анализ двухцветного расщепления (ДР), в связи с чем остались неясными такие вопросы, как возможность реализации ДР в произвольных кристаллах, максимальная разность длин волн расщепляемых лучей и т.п. Данная работа восполняет эти пробелы.

Пусть ДР происходит в одноосном положительном гиротропном кристалле, плоскость дифракции в котором наклонена к оптической оси на угол β (рис. 1). Примем, что акустическая волна с волновым вектором $\mathbf{q}$ распространяется ортогонально оптической оси кристалла и параллельно его оптическим граням. Двухцветное оптическое излучение $\mathbf{M}$ с длинами волн λ_1 и λ_2, поляризации которых взаимоортогональны (условие эксперимента), падает на грань кристалла под углом γ, распадаясь внутри кристалла на лучи с волновыми векторами $\mathbf{K}_1(\lambda_1)$ и $\mathbf{T}_2(\lambda_2)$ (обыкновенный и необыкновенный лучи соответственно), которые дифрагируют на акустической волне $\mathbf{q}$ в направления $\mathbf{K}_2(\lambda_1)$ и $\mathbf{T}_1(\lambda_2)$ (в необкновенный и обыкновенный лучи соответственно. Случай анизотропной дифракции). Углы между $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$, $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$ и нормалью к оптической грани OZ обозначены соответственно Θ_1, Θ_2, φ_1 и φ_2. Отметим, что возможна и другая ситуация, когда падающими лучами являются $\mathbf{K}_2(\lambda_1)$ и $\mathbf{T}_1(\lambda_2)$, которые дифрагируют в $\mathbf{K}_1(\lambda_1)$ и $\mathbf{T}_2(\lambda_2)$ соответственно. Оба эти случая приводят к разным результатам (здесь не рассматривается ситуация, когда падающими лучами являются $\mathbf{K}_1(\lambda_1)$ и $\mathbf{T}_1(\lambda_2)$ или $\mathbf{K}_2(\lambda_1)$ и $\mathbf{T}_2(\lambda_2)$,

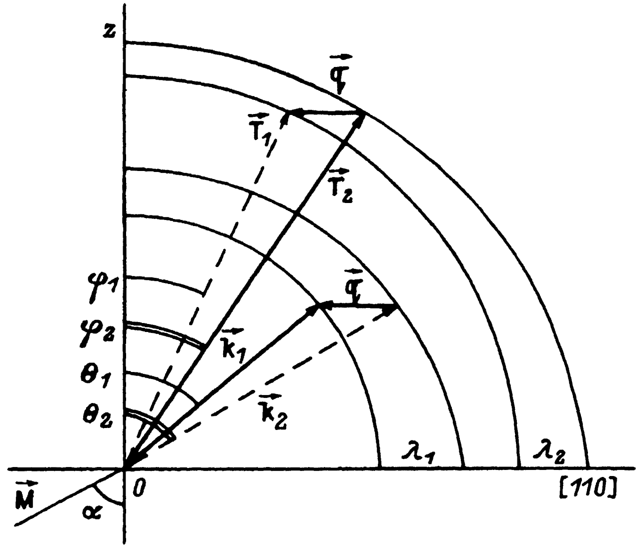

Рис. 1. Векторная диаграмма двухцветного брэгговского расщепления. OZ– нормаль к оптической грани кристалла.

при этом оба луча дифрагируют по одну сторону от падающего, сдвиг частоты света происходит в одну сторону, что отличает его от ДР).

Будем описывать индикатрисы гиротропного кристалла в приближении [3] с учетом [4]. Тогда $K_1 = 2\pi n_0(1-\delta_1)\lambda_1^{-1}$ и $T_1 = 2\pi N_0(1-\delta_2)\lambda_2^{-1}$. Здесь и в дальнейшем n_0, n_e и δ_1 — главные показатели преломления и параметр гиротропии для длины волны света λ_1; N_0, N_e и δ_2 — то же для λ_2. Введем обозначения проекций волновых векторов на оптическую грань

$$A_1 = K_1 \sin\Theta_1; \quad B_1 = K_2 \sin\Theta_2; \quad A_2 = T_1 \sin\varphi_1; \quad B_2 = T_2 \sin\varphi_2, \tag{1}$$

где $K_2 = 2\pi n \cdot \lambda_1^{-1}$, $T_2 = 2\pi N \cdot \lambda_2^{-1}$, n и N — показатели преломления необыкновенных лучей K_2 и T_2 соответственно

$$n = n_0 \cdot n_e(1+\delta_1) \cdot \left[n_0^2(1+\delta_1)^2 \sin^2\beta + n_e^2 \cos^2\beta\right]^{-1/2},$$

$$N = N_0 N_e(1+\delta_2) \cdot \left[N_0^2(1+\delta_2)^2 \sin^2\beta + N_e^2 \cos^2\beta\right]^{-1/2} \tag{2}$$

Учитывая, что $K_1 \cos\Theta_1 = K_2 \cos\Theta_2$ и $T_1 \cos\varphi_1 = T_2 \cos\varphi_2$, нетрудно получить полезные для дальнейшего соотношения

$$B_1 = n_e \left(A_1^2 + K_1^2 m_1\right)^{1/2} / n,$$

$$B_2 = N_e \left(A_2^2 + T_1^2 m_2\right)^{1/2} / N, \tag{3}$$

где

$$m_1 = \left[n/n_0(1-\delta_1)\right]^2 - 1, \quad m_2 = \left[N/N_0(1-\delta_2)\right]^2 - 1. \tag{4}$$

Из рис. 1 имеем

$$q = B_1 - A_1 = B_2 - A_2. \tag{5}$$

Пусть излучение с λ_1 — обыкновенная волна, а с λ_2 — необыкновенная. Тогда, согласно закону Снеллиуса,

$$\sin\alpha = n_0(1-\delta_1)\sin\Theta_1 = N\sin\varphi_2, \tag{6}$$

откуда с учетом (1) следует

$$B_2 = A_1\lambda_1/\lambda_2. \tag{7}$$

Рассмотрим систему 4 уравнений (3), (5) и (7) относительно неизвестных A_1, B_1, A_2 и B_2, решив которую получим для A_1

$$A_1^4 P + 2A_1^2 Q + R = 0, \tag{8}$$

где

$$P = C^2 - 4\left[(n_e\cdot N\cdot\lambda_1)/(n\cdot N_e\cdot\lambda_2)\right]^2,$$

$$Q = C\cdot D - 2(n_e/n)^2\cdot\left[K_1^2 m_1(N\cdot\lambda_1)^2/(N_e\lambda_2)^2 - m_2T_1^2\right],$$

$$R = D^2 + (2n_e\cdot K_1\cdot T_1/n)^2\, m_1\cdot m_2,$$

$$C = (1+\lambda_1/\lambda_2)^2 - (n_e/n)^2 - \left[(N\cdot\lambda_1)/(N_e\cdot\lambda_2)\right]^2,$$

$$D = m_2T_1^2 - (n_e/n)^2K_1^2m_1. \tag{9}$$

Во втором случае (λ_1 — необыкновенная волна, λ_2 — обыкновенная) (6) переходит в $\sin\alpha = N_0(1-\delta_2)\sin\varphi_1 = n\cdot\sin\Theta_2$, а (7) — в $B_1 = A_2\lambda_2/\lambda_1$. Уравнение (8) соответственно переходит в $A_2^4P + 2A_2^2Q + R = 0$, где P , Q и R находятся из (9) с заменой

$$\lambda_1 \rightleftarrows \lambda_2;\, N \rightleftarrows n;\, N_e \rightleftarrows n_e;\, K_1 \rightleftarrows T_1;\, m_1 \rightleftarrows m_2. \tag{10}$$

На рис. 2 и 3 показаны зависимости угла падения α в вакууме и частоты звука f, при которых реализуется ДР, от отношения λ_1/λ_2 для TeO_2, вычисленные на основании (8),(9) при разных углах $\beta = 0$, 5, 15, 25 и 35° (кривые *1–5* соответственно). Параметры вычислений $\lambda_1 = 0.8\cdot10^{-4}$ см, $V = 0.6\cdot10^5$ см/с, где V — скорость звука. Значения n_0 и n_e взяты из [5], параметр гиротропии определен из эмпирической зависимости $\delta = \left[4.88\cdot10^4\lambda - 1.42\right]^{-5/6}\cdot10^{-4}$. Видно, что существует предел α и f со стороны бóльших λ_2 относительно выбранного λ_1. Как будет ясно из дальнейшего, эта граница определяется из условия $(\lambda_1-\lambda_2)/\lambda_1 \leqslant (n_e - n_0)/n_0$.

Чтобы определить предел со стороны коротких длин волн, обратимся прежде к рис. 4, где схематично показаны хорошо известные (см., например, [6,7]) зависимости $\sin\Theta_1$ и $\sin\Theta_2$ для одной длины волны света λ_1 от f (*a*). (Θ_1 и Θ_2 — углы дифракции обыкновенного и необыкновенного лучей в среде) и трансформация этих зависимостей при переходе к углам в вакууме ($\sin\alpha_1$ и $\sin\alpha_2$ соответственно) (*б*). Построения выполнены на основе зкона Снеллиуса (здесь для простоты можно взять $1/n \approx 1/n_0$)

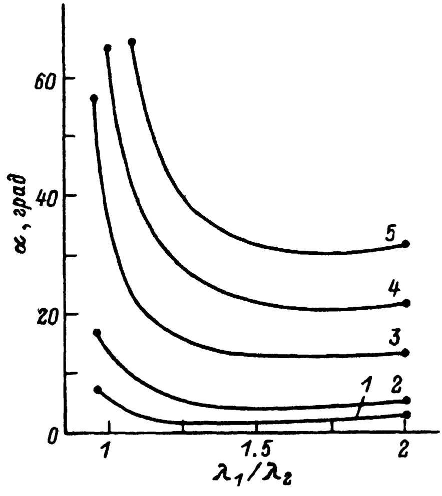

Рис. 2. Угол падения α света из вакуума в зависимости от отношения длин волн расщепляемых лучей λ_1/λ_2.

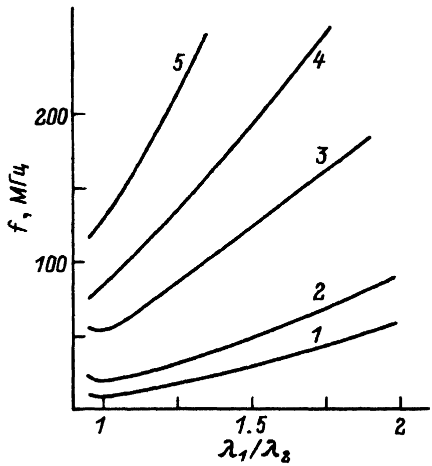

Рис. 3. Частота звука f в зависимости от λ_1/λ_2.

(рис. 4a). В частности, видно, что максимумы углов α_1 и α_2 достигаются при 4 различных значениях частоты звука f_1, f_2, f_3 и f_4 (в отличие от углов Θ_1 и Θ_2 рис. 4a, где это происходит только при двух частотах F_1 и F_2).

Из (3)–(5) нетрудно получить связь между $\sin\Theta_1$ и величиной волнового вектора звука q

$$\sin\Theta_1 = \frac{q}{K_1}\left[(n_e/n)^2 - 1\right]^{-1}\cdot\left\{1 \pm \sqrt{1 - \left[(n_e/n)^2 - 1\right]\cdot\left[(n_e K_1/nq)^2 m_1 - 1\right]}\right\}, \tag{11}$$

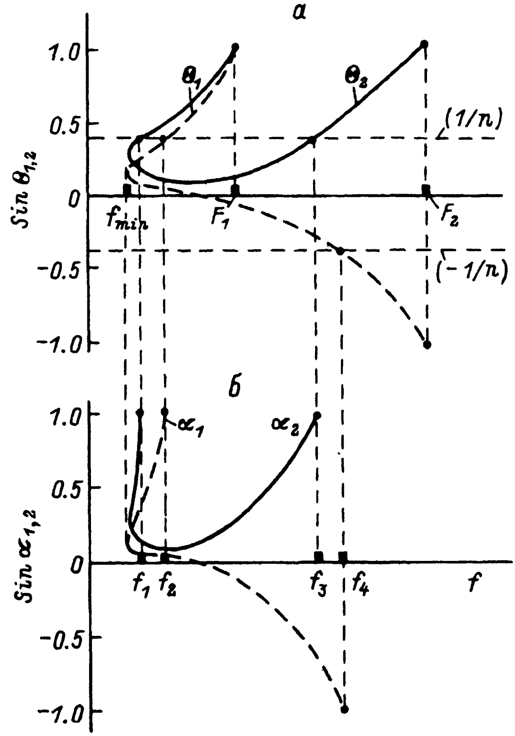

Рис. 4. Зависимость $\sin\Theta_1$, $\sin\Theta_2$ (*а*) и $\sin\alpha_1$ $\sin\alpha_2$ (*б*) от частоты звука f.

откуда, считая, что справедливы соотношения $\sin\alpha_1 = n_0(1-\delta_1)\sin\Theta_1$ (для обыкновенного луча) и $\sin\alpha_2 = n_0 \cdot n_e(1-\delta_1)\sqrt{\sin^2\Theta_1 + m_1}/n$ (для необыкновенного [1,2]), взяв $\sin\alpha_{1,2} = \pm 1$, найдем выражения для экстремальных частот звука (при небольших β)

$$f_{1,3} = v\left(\sqrt{1+(n_e \cdot n_0/n)^2 m_1} \mp n/n_e\right)/\lambda_1,$$

$$f_{2,4} = v \cdot n_e\left(\sqrt{1+n_0^2 m_1} \mp n/n_e\right)/(\lambda_1 \cdot n),$$

$$F_{1,2} = v \cdot n_0 \cdot n_e\left(\sqrt{1+m_1} \mp n/n_e\right)/(\lambda_1 \cdot n),$$

$$f_{\min} = v \cdot n_0\sqrt{m_1\left[(n_e/n)^2 - 1\right]}/\lambda_1, \tag{12}$$

где первый индекс соответствует верхнему знаку, а второй - нижнему.

Кроме того, справедливы соотношения $f_1/f_2 \approx f_3/f_4 \approx n_0/n_e$.

На рис. 5 показаны зависимости угла α необыкновенного луча (кривая *1*) и обыкновенных лучей (*2–4*) от f. Возрастание номера кривых *2–4* соответствует уменьшению длины волны света.

Кривые *2* и *4* определяют пределы существования ДР. Максимальное значение λ_1/λ_2 достигается при совпадении частоты f_2 для λ_1 и f_3 для

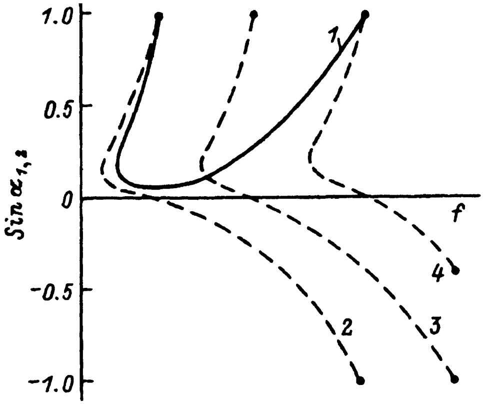

Рис. 5. Графическое определение пределов реализации ДР.

λ_2. На основании (12) запишем

$$(\lambda_1/\lambda_2)_{\max} = \left(n_e/n\sqrt{1+n_0^2 m_1}+1\right) \Big/ \left(\sqrt{1+\frac{N_e^2 N_0^2}{N^2}m_2}-1\right). \qquad (13)$$

Эта граница лежит в пределах 30–200 и зависит от выбранного значения λ_1, дисперсии показателей преломления и угла β. Иными словами, ДР практически всегда можно реализовать, когда длина волны необыкновенного луча больше длины волны обыкновенного $\lambda_н > \lambda_0$.

Отметим, что вышеприведенные выражения справедливы и для отрицательных гиротропных кристаллов, при этом везде необходимо сделать замену $\delta_1 \to -\delta_1$ и $\delta_2 \to -\delta_2$, а в (11)–(13) величины, стоящие слева от знака равенства, умножить на -1. На рис. 5 кривая *1* будет описывать обыкновенный луч, а *2–4* — необыкновенные, и ДР будет реализовываться при $\lambda_0 > \lambda_н$.

Приведем результаты численного расчета с помощью (8), (9) для положительного кристалла TeO_2 при $\beta = 0$ для длин волн $\lambda_1 = 0.514$ мкм и $\lambda_2 = 0.488$ мкм (линии Ar-лазера). Параметры эксперимента следующие: $n_0 = 2.3115$, $n_e = 2.4735$, $\delta_1 = 0.98 \cdot 10^{-4}$, $N_0 = 2.3303$, $N_e = 2.494$, $\delta_2 = 1.075 \cdot 10^{-4}$. При этом выполняется условие $(\lambda_1 - \lambda_2)/\lambda_2 \leqslant (n_e - n_0)/n_0$, т.е. для этих длин волн существуют оба случая: первый, когда λ_1 — обыкновенная волна, λ_2 — необыкновенная , и второй — наоборот. В первом случае $\alpha = 28.5°$, $f \approx 42.8$ МГц, во втором $\alpha = 4.46°$ и $f = 25.5$ МГц. Результаты расчета прекрасно совпадают с экспериментальными данными [1,2].

В качестве примера использования отрицательного кристалла рассмотрим реализацию ДР в $LiNbO_3$ (гиротропия отсутствует $\delta_{1,2} = 0$). Пусть $\beta = 5°$, $\lambda_1 \approx \lambda_2 = 0.5 \cdot 10^{-4}$ мкм, $\lambda_1/\lambda_2 = 1.03$, $n_0 = N_0 = 2.352$, $n_e = N_e = 2.26$, $v = 3.69 \cdot 10^5$ см/с. Тогда в первом случае $\alpha = 6.96°$, $f = 52.9$ МГц, а во втором $\alpha = 20°$, $f = 110$ МГц.

По результатам работы можно сделать следующие выводы.

1. Двухцветное брэгговское расщепление можно осуществить в любых анизотропных кристаллах, как обладающих, так и не обладающих гиротропией.

2. В положительных гиротропных кристаллах это можно сделать практически всегда при $\lambda_н > \lambda_0$, в узком диапазоне длин волн $(\lambda_1 - \lambda_2)/\lambda_1 \leqslant (n_e - n_0)/n_0$ при $\lambda_0 > \lambda_н$.

3. В отрицательных гиротропных кристаллах реализация возможна при $\lambda_0 > \lambda_н$; в узком диапазоне длин волн, совпадающем с диапазоном для положительных кристаллов, при $\lambda_н > \lambda_0$.

Вышеупомянутые особенности такой дифракции необходимо учитывать при создании конкретных АО устройств двухцветного расщепления.

Список литературы

[1] *Антонов С.Н., Котов В.М., Сотников В.Н., Тимофеев А.С.* Препринт ИРЭ АН СССР. № 20 (549). М., 1990.
[2] *Антонов С.Н., Котов В.М., Сотников В.Н.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 168–173.
[3] *Warner A.W., White D.L., Bonner W.A* // J. Appl. Phys. 1972. Vol. 43. P. 4489–4495.
[4] *Антонов С.Н., Котов В.М.* Препринт ИРЭ АН СССР. № 3(554). М., 1991.
[5] Акустические кристаллы / Под ред. М.П.Шаскольской. М.: Наука, 1982.
[6] *Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
[7] *Oliveira J.E.B., Adler E.L.* // Electr. Let. 1984. Vol. 20. N 22. P. 927–928.

Институт радиотехники
и электроники
Фрязинская часть

Поступило в Редакцию
21 августа 1991 г.